

This volume was digitized through a
collaborative effort by/ este fondo fue
digitalizado a través de un acuerdo
entre:

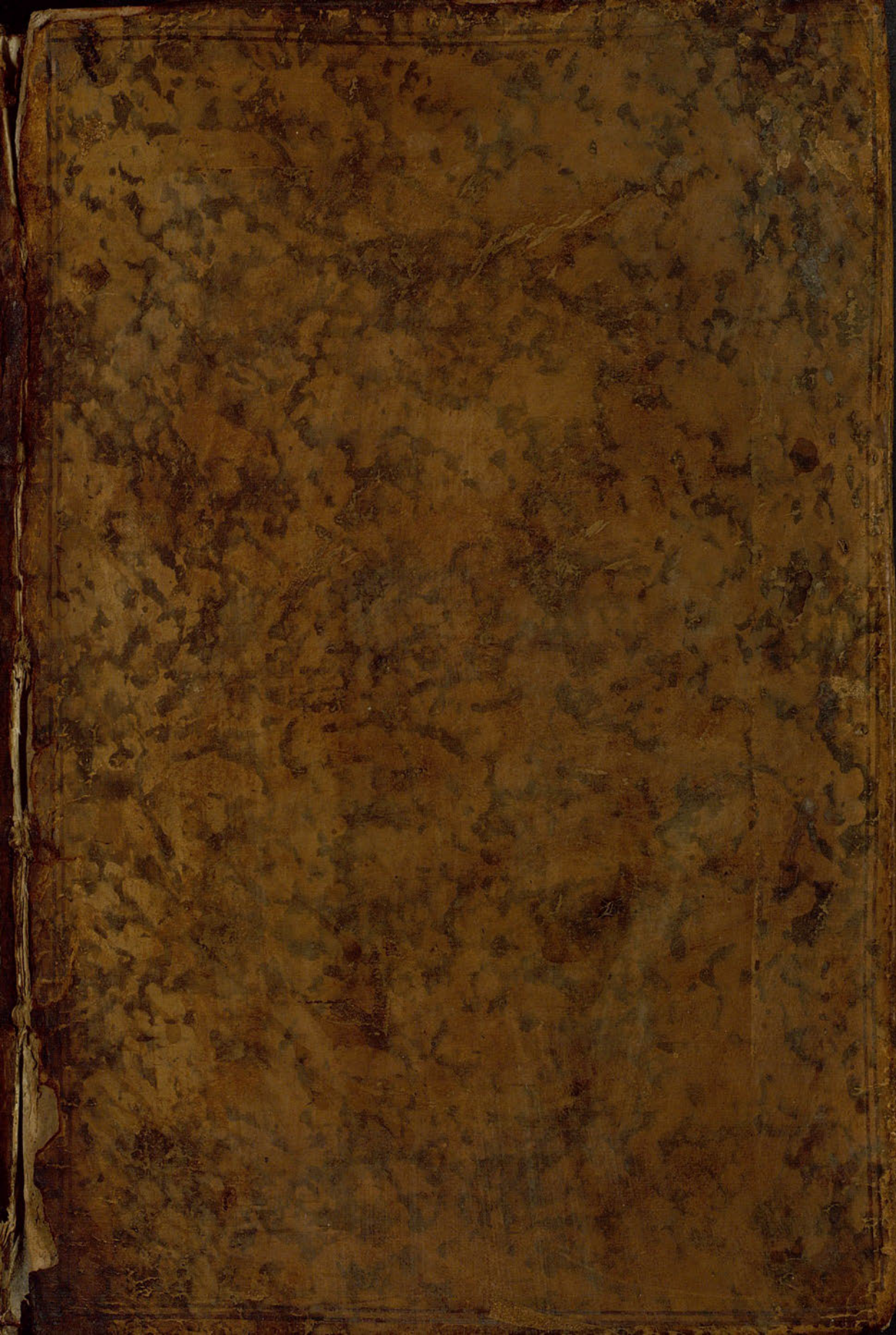
Biblioteca General de la
Universidad de Sevilla

www.us.es

and/y

Joseph P. Healey Library at the
University of Massachusetts Boston
www.umb.edu









May
Rr Tt
n 119

RECUEIL DES PIÈCES

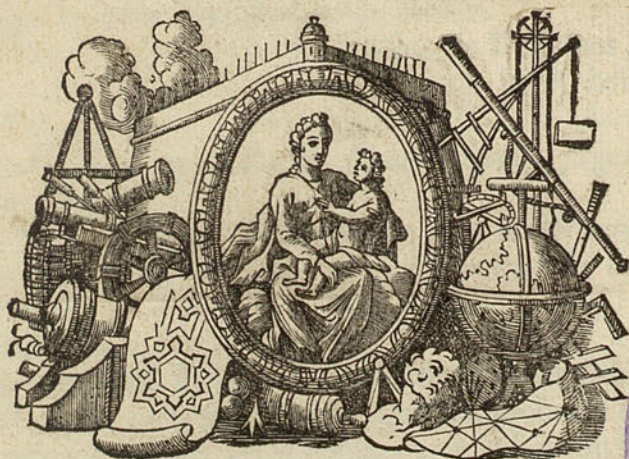
QUI ONT REMPORTÉ LE PRIX

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
Depuis leur fondation jusqu'à présent.

Avec quelques Pièces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

TOME SECOND.

*Qui contient les Pièces depuis 1727
jusqu'en 1732.*



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue Gille-cœur,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.

Avec Approbation & Privilège du Roy.



R. F. G. U. E. I.

D. E. S. P. I. E. C. E. S.

QUI ONT REMPORTÉ LE PRIX

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES

Depuis leur fondation jusqu'à présent.

Par M. de la Harpe, de l'Académie des Sciences, &c.

TOME SECOND.

Qui contient les Prix depuis 1727

Jusqu'en 1732.



A PARIS, QUATRE VINGT TROIS.

Chez GEORGE JONBERT, au coin de la rue d'Orléans,
à l'Écriteau d'Or.

L'AN MDCCLXXXII.

chez les Libraires & chez les Papeteriers.

CATALOGUE

Des Ouxrages contenus dans le Second Volume.

- I. **M**editationes super problemate nautico de implantatione malorum, quæ proximè accessere ad præmium anni 1727. pages 48. & 2 planches qui sortent.
- II. De la Mûture des Vaisseaux: Pièce qui a concouru au Prix de l'année 1727. Par M. le Camus. pages 65. avec trois Planches.
- III. De causa gravitatis physica generali disquisitio experimentalis: quæ præmium à Regia Scientiarum Academia promulgatum retulit anno 1728. auctore Georg. Bernh. Bulfinger. pages 40. avec deux planches.
- IV. De la Méthode d'observer exactement sur Mer la hauteur des Astres: Piece qui a remporté le Prix de l'Académie en 1729. par M. Bouguer Hydrographe du Roi. pages 72 avec deux planches qui sortent.
- V. Nouvelles pensées sur le Systême de Descartes, & sur la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphelies des Planetes: Piece qui a remporté le Prix de l'Académie R. D. S en 1730. Par M. Jean Bernouilly. pages 44. & une planche.
- VI. De la Méthode d'observer en Mer la déclinaison de la Bouffole: Piece qui a remporté le Prix de l'Académie R. D. S. en 1731. par M. Bouguer, pages 67. & deux planches qui sortent.
- VII. Entretiens sur la cause de l'inclinaison des Orbites des Planètes, où l'on répond à la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, pour le sujet du Prix des années 1732. & 1734. par M. Bouguer de la même Académie, pages 63. avec deux planches.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce
Recueil.

Tome Second.

- Les planches 15, & 16 seront placées à la fin de *Meditationes super problemate nautico*, &c. après la page 48.
Les planches 17, 18, & 19 à la fin de la piece qui a concouru en 1727. par M. Camus, après la page 63.
Les planches 20, & 21 à la fin de *De causa gravitatis physica generali*, &c. en 1728. après la page 40.
Les planches 22, & 23 à la fin de la piece de 1729. par M. Bouguer, après la page 72.
La planche 24 à la fin de la piece de 1730. par M. Bernouilly, après la page 44.
Les planches 25 & 26 à la fin de la piece de 1731. par M. Bouguer, après la page 67.
Les planches 27 & 28 se placent à la fin de l'entretien sur l'inclinaison des Planetes, par M. Bouguer, après la page 63.



MEDITATIONES

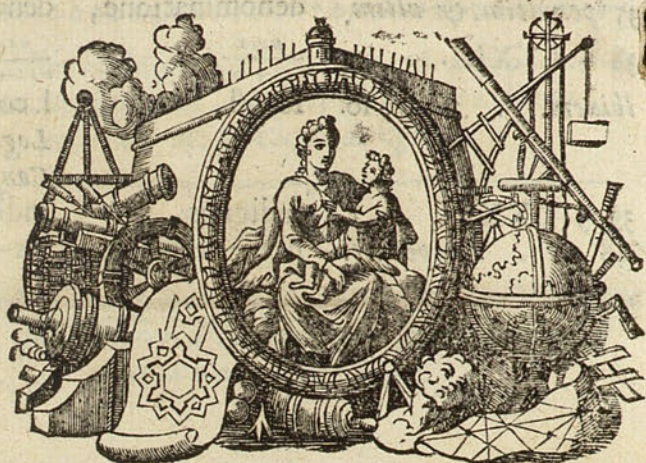
S U P E R

PROBLEMATÉ NAUTICO,

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum
Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Biblioposam, Viæ
San-Jacobæ, sub signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Errata quamvis leviora hæc sunt.

Pag.	Lin.	Errat.	Lege.
10 §. XVI.	13.	lineæ,	linea.
14	3.	Spina,	Spina.
21	7	inclinadam,	inclinandam.
eadem §. XXXVI.	6.	eo	ea.
23	7. & 8.	incomputum,	in computum.
25 §. XLV.	3.	assensus,	ascensus.
29 §. LIII.	6.	Romanis,	Rhenanis & sic deinceps pone ubique Rhena- nis pro Roma- nis, scil. pp. 30, 39, 40.
35 penultim. & ultim.		denominatione,	denominatore.
38 §. LXXIII.	2.	$\frac{nac}{nz + nff}$	$\frac{nac}{nz + nff}$
ibidem.	7, 8, 10.	lconfi,	l. conf. id est, Logarithm. Const.
39 §. LXXVI.	1.	indigitas,	indigitat.
48 . . . antepenult.		ista,—propositos.	istas—proposito.

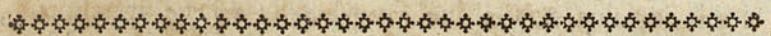


MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMA TE NAUTICO,

Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia
Scientiarum proposuit.



Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis &
scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum
putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÈME

*Quelle est la meilleure manière de mâter les Vaisseaux
tant par rapport à la situation qu'au nombre
& à la hauteur des Mâts.*

§. I.



CONSTITUTIONE & collocazione ma-
lorum, potissimum universa navigatio depen-
det in navibus quæ non à remis sed solis velis
propelluntur. Vela scilicet antennis alligata
malis applicantur, & vento obversa, ejus impetum susti-

A

nendo navem promovent. In implantatione malorum in hoc est incumbendum, ut navis, quâ absque discrimine potest maximâ, velocitate incedat, quod ut obtineatur, ad locum, altitudinem, & numerum malorum, diligentissime est attendendum. Quod ad locum primo attinet, in ejus determinatione opera atque studium summum est adhibendum, ut gubernaculum, cujus actione de navis celeritate semper quicquam detrahitur, si ejus usus plane evitari nequeat, minimam, quam possibile est vim, impendere debeat. Vocatur linea in navibus super sentina à prora ad puppim ducta, spina navis, & Gallicè *la quille*, in hâc inferuntur mali ut quilibet sit in medio navis. Si navis secundum directionem spinæ istius movetur, gubernaculo opus non erit ad navem in isto situ continendam, ubicumque mali, modo in spina, sint plantati. Verum cum navis non juxta spinam promoveretur, sed directio motus navis cum spina angulum constituit, qui angulus, deviationis angulus, & Gallicè *l'angle de la dérive* appellatur, tum non ita, ubicumque siti sint mali in spina, navis istum deviationis angulum conservabit, seu eandem positionem, sed ad hanc retinendam peculiaris malorum locus est determinandus, qui malorum locus alius esse deberet, in quolibet alio angulo deviationis. Et ita cum naves in aqua progrediendo, ut ad optatum perveniant locum, modo hanc, modo aliam deviationem recipere debeant, pro quovis angulo alius malis tribuendus esset locus. Quod autem in navibus malis semel erectis cum fieri nequeat, malis immotis manentibus, ope gubernaculi efficiendum est, ut navis in eodem deviationis angulo conservetur.

§. II.

Cum autem gubernaculum agere debet, resistentia quâ navi resistitur augetur, & ita celeritas navis minuitur, idque eo magis quo major à gubernaculo effectus efficiendus est, scilicet igitur quo magis situs malorum ab eo situ differt, quem habere deberent ad id, ut gubernaculo plane opus

non fit. Ne ergo nimium excrescat vis gubernaculi, talis malis assignandus est locus, qui in illis navis deviationibus, quas navis crebrius habet, ab illo loco, quo gubernaculum non in usum vocandum esset, non multum discrepet, quo fiet ut gubernaculi actione celeritas navis nunquam sensibileriter decrementum patietur.

§. III.

Verum quotquot in nave positi sint mali, semper erit punctum in spina navis ubi si collocetur malus unicus altitudinis quæ æqualis est summæ altitudinum illorum plurium totidemque velis instructus, qui eundem effectum edat, istud punctum vocare licet centrum commune virium navem propellentium. Datis vero loco malorum & eorum viribus ope velorum à vento mutuatis, centrum istud facile reperietur, non absimili modo, ei, quo centrum commune gravitatis plurium corporum in eadem rectâ jacentium reperitur, hoc tantum discrimine, quod ibi capacitas velorum malorum eo loco sumatur, quo in determinatione centri gravitatis pondus corporum consideratur; & ita facilius erit dato centro communi virium promoventium navem locum malorum invenire: in posterum itaque sufficiet unicum istud centrum determinasse, hoc enim noto, quotcunque mali sint navi inferendi, eorum loci facile reperientur.

§. IV.

Plures mali navibus non inseruntur, nisi tantæ altitudinis, quanta requiritur unicus malus haberi nequit, tum enim pluribus efficiendum est quod unicus præstare debuisset: cum ergo altitudo malorum desideratur, altitudo nonnisi unici mali, pluribus æquipollentis determinanda est. Hæc enim, cum cognita fuerit, in tot partes est distribuenda, donec partes illæ tantillæ fiant seu tantæ altitudinis, cujus mali haberi possunt; & sic invenietur

numerus malorum & per §. præcedentem quoque eorum locus.

§. V.

Altitudo vero malorum determinanda est quatenus ea capax est velorum, quæ sunt præcipua causa vis impulsivæ; non igitur tam de altitudine malorum, quam de altitudine velorum quæstio est interpretanda: esset quidem nec altitudo velorum contemplanda, si vis navem promovens sola respiciatur, etenim eadem manente vi propulsivâ, ubicumque ea applicetur sive in unico puncto tota sive in pluribus divisim, sive in locis malorum sublimioribus sive humilioribus; verum ea portio vis venti quæ navem inclinat scilicet proram profundius immergit, crescit quo in altioribus malorum locis vis ea sit applicata: præstat ergo quo latiora fiant vela, ut sufficiens virium quantitas in locis malorum inferioribus possit comprehendere; si enim arctiora fiant & minoris latitudinis in sublimius sese extenderent vela, & ita vis navem inclinans cresceret, quod vero id ipsum est, quod effugiendum in determinatione altitudinis malorum propositum esse debet: quo circa cum altitudo malorum quantum fieri potest, circumscribenda sit, vela malis in locis quoad fieri potest humillimis applicari debent, nisi venti vis ibi sensibiliter diminuta sit, atque velis quantum aliæ circumstantiæ id permittunt, maxima tribuenda est latitudo.

§. V I.

Verum nec hæc observando numerus velorum pro lubitu multiplicari potest, nimis enim aucto velorum numero contingere posset ut navis si non prorsus in aquam profertur, tamen proram ulteriùs quam securitas navis permittit, immergat. Quod ut melius concipiatur, notandum est, quamlibet venti potentiam in velis applicatam, duplicem in navem exercere vim, unam quâ navem propel-

lit, alteram quâ navem inclinat, proram profundius immergendo; facit scilicet, ut quæ quiescente nave verticalia fuere, nunc dum sit in motu versus proram inclinentur, idque eo magis quo major est venti vis, & quo in sublimiori loco malorum sit applicata; unde fieri potest vi propellente vel nimium aucta vel nimis sublime applicata, ut prora ulterius, quam tutum est, immergatur vel penitus submergatur.

§. VII.

Ne igitur navis nimium inclinetur, terminus est constituendus quousque prora immergi possit absque navis periculo, quo cognito, quærendum est quantum virium à vento sit excipiendum ut navis eousque præcisè & non ulterius inclinetur, unde habebitur vis qua navis promoveri potest maxima, si enim major assumeretur, navis periclitaretur, quia tum navis ulterius quam par est, inclinaretur: sin vero minor sumatur vis, navis celerius adhuc absque periculo promoveri posset; maxima ergo hoc modo invenietur vis navem propellens, seu invenietur modus malos implantandi, ut navis, quàm possibile est celerissime procedat. Cum itaque hæc de loco atque altitudine malorum ritè excussio, Problemati me satisfecisse persuasus esse poterò.

§. VIII.

Meditationes ergo meas in duo ista capita figam, & quæ in ipsis solvenda proponuntur, perpendam, solutionemque tentabo. In primo scilicet Capite de loco malorum mihi agendum erit, ibi in locum centri virium navem propellentium inquiram, ubi illud in collocaione malorum assumendum sit, ut navis motui maxime sit proficuum. In secundo autem Capite tractandum erit de altitudine malorum, seu saltem de altitudine unici mali, pluribus æquipollentis; concipiam nempe nonnisi unicum malum erigendum esse, eumque quæram, ex cu-

2 *Meditationes super Problemate nautico*,
jus longitudine inventa facile erit judicare, quot mali
sint inferendi, de altitudine ergo mali, seu potius de lon-
gitudine velorum, data eorum latitudine nobis prospicien-
dum erit, ut navis quàm absque periculo potest celerrimè
procedat. Accedo itaque ad ipsam hujus ænigmatis solutio-
nem atque ILLUSTRISSIMAM AC CELEBERRIMAM ACA-
DEMIAM, ut pro sua pollent, uti in omnibus disciplinis,
ita potissimum in scientiis Physico Mechanicis, eruditio-
ne atque sagacitate, hæc exiles pagellas attente lege-
re, suumque de eis judicium ferre, haud dedignari ve-
lint, humillime atque demissè rogo atque oro.

CAPUT PRIMUM.

*De loco ubi assumi debet commune centrum virium
navem propellentium.*

§. IX.

Cum navis in aqua procedit propulsa à vi venti, ut
in eodem situ, eademque deviatione conservetur, &
navis non in latera rotetur propter resistantiam ab aqua
perferendam, oportet ut centrum commune virium navem
propellentium situm sit in linea mediæ directionis vis
resistentiæ, ab aqua in navis latera exactæ, scilicet cum
hoc centrum in spina navis quoque existere debeat, as-
sumendum erit hoc centrum in puncto spinæ, ubi à linea
mediarum directionum resistantiæ secatur. Cum ergo li-
nea ista mediarum directionum cognita fuerit, innotef-
cet quoque centrum virium, locus scilicet ubi collocari
debet malus si unicus tantum sit erigendus.

§. X.

Si ex Capite sequente innotuerit plures malos esse im-
plantandos navi, id ex dictis jam ita fiet, sicque eorum lo-

ci invenientur, primum in spina sunt collocandi & dein in talibus ab isto centro distantis, ut summa factorum ex capacitate venti uniuscujusvis mali in distantiam ejus à centro ab una parte istius centri sit æqualis, summæ similium factorum ex altera parte. Cum enim istæ summæ factorum æquales fuerint vires sese in æquilibrio conservabunt, ut navis circa centrum illud gyrari nequeat. Hoc ergo in collocatione malorum observato, navis perpetuò eandem deviationem conservabit, ita ut opus non sit gubernaculi adminiculo, quamdiu scilicet idem fiat ventus vel saltem quandiu ventus, si vela exactè sint expansa ut planam superficiem constituent, eandem velorum superficiem scilicet eam puppi obversam ferit, modo enim vela eundem conservent situm si sint exactè expansa, navis quoque versuseundem locum dirigitur, quisquis ventus flaverit, modo non cum linea directionis navis angulum recto æqualem vel majorem constituat.

§. XI.

Verum cum commoditas navigandi postulaverit ut navis in aliam deviationem collocetur, quia tum positio lineæ mediarum directionum resistentiæ mutatur, quoque locus centri virium navem propellentium alibi assumendus esset, vel proræ propius vel vero puppi admovendo, quomodo vero mutatâ deviatione navis locus centri virium mutandus sit investigabo. Ponam primo angulum deviationis pristino majorem fieri, & lineam mediarum directionum resistentiæ versus puppim magis cum spina concurreret & inde centrum virium navem propellentium ad puppim magis assumendum esset. Quod si non fiat, nec gubernaculo succurratur, navis in sua positione non permanebit, sed rotando angulum deviationis augmentabit, donec velorum superficies à vento avertantur, sin vero nova illa deviatio priore minor ponatur angulus deviationis diminuetur continuò donec evanescat.

§. XII.

Hiscæ vero impediendis infervit gubernaculum, quod ad conservandam eandem navis deviationem, eo majorem vim impendere debet, quo centrum commune virium assumptum magis ab illo quod assumptum esse deberet discrepat. Verum cum sic resistentia augeatur & proinde celeritas navis diminuatur, alio remedio huic incommodo occurri poterit, mutando reipsa locum centri virium, quod duplici modo fieri potest; primo ipsos malos de loco movendo, secundo autem manentibus malis immotis eorum capacitatem venti mutando vela nova vel super addendo vel jam expansa contrahendo. Priori modo mederi possent, si non omnes saltem unus malus mobilis redderetur; quod fieri posset & locum ubi locatur & ea loca quibus funibus alligatur ita fabricando, ut aliquantulum malus de loco reptare possit vel ad proram, vel ad puppim, minima enim loci mutatio sufficiet ad centrum virium sufficienter transvehendum, præsertim si ab initio tale assumptum fuerit centrum virium, quod ab aliis centris quæ in aliis possibilibus navis deviationibus locum habent non multum distat. Cum ergo angulus deviationis major statuatur ac in initio fuerat, cum tum centrum virium puppi accedere deberet, malus iste mobilis ad puppim magis movebitur eoque donec gubernaculo opus non amplius sit. Sin vero angulus deviationis minor evadat, malus hic versus proram promovendus erit.

§. XIII.

Si aliæ circumstantiæ non permittunt ut mali mobiles reddantur, altero modo obviam iri poterit, scilicet transportatione velorum, seu expansione in uno malo, novorum velorum in alio vero ut eadem vis conservetur totidem malorum contractione, hoc enim modo quoque centrum virium in alium transferetur locum. Et quidem cum

tum primo supposuerim angulum deviationis crescere, ut centrum virium ad puppim magis accedat, vela ex parte centri versus proram diminuenda sunt contractione vel saltem diminutione latitudinis quorundam velorum & contra ex altera centri parte versus puppim tantundem velorum de novo extendendo vel latitudinem velorum augendo.

In altero vero casu decrescientis anguli deviationis, vela versus puppim diminuenda & ea versus proram augmentanda erunt. Quantum vero demendum sit adponendumve, gubernaculum indicabit; eousque enim addendum detrahendumve est velis donec gubernaculum nil amplius agere debeat. Atque tum quoque navis in suo situ absque interventu gubernaculi conservabitur.

§. XIV.

Quodcumque autem istorum remediorum adhibere iuberit, sive primo fabricatione mali mobilis, sive altero translatione velorum, sive horum neutro sed gubernaculo, ne multum opus sit motione mali mobilis aut translatione velorum, aut si tertium remedium adhibeatur, ubi ad hoc quam maxime respiciendum est, ne gubernaculum valide agere debeat, unde celeritas navis diminueretur, talis est in constitutione malorum locus centri virium eligendus à quo si navis alias deviationes habeat, centra illis deviationibus competentia non multum differant. Tale autem punctum ut determinetur, necesse est, ut figura navis in computum ducatur, cum resistentia aquæ dependeat potissimum à laterum figura, quæ in aquam impingunt.

§. XV.

Ut à simplicissimis initium ducamus, sint duo navis latera rostrum componentia, lineæ rectæ, quæ quidem suppositio licet navi accuratè non competat, tamen hîc nobis ubi non fixum aliquod punctum quæritur, aliquam

Fig. I.

lucem scenerari poterit. Sit ergo ABHC navis figura, A ejus prora, H autem puppis, AH spina angulos A & H bifecans, erunt & latera AB AC æqualia & latera puppis BH & CH. Sint AB & AC partes navis resistentiæ expositæ, eæque solæ, quod semper continget si angulus deviationis navis minor erit quam dimidius angulus puppis H. Sit Dd vel Ee directio motus navis, impinget navis secundum hanc directionem in aquam, seu cum res eodem redeat, facilioris conceptus gratia supponam navem quiescere & aquam juxta eandem directionem dD vel eE eadem celeritate quam habebat navis, in navem impingere, scilicet in latera AB & AC, neutrum laterum BH vel CH ferire poterit cum sit angulus deviationis quem Dd, cum spinâ HA, constituit minor quam angulus dimidius puppis H.

§. XVI.

Notum est ex hydrostaticâ aquam in hæc latera resistentiam suam normaliter in eadem latera exercituram, & cum aqua in idem latus AB & AC illidens ubique eodem angulo incidat, erit centrum virium eidem lateri AB vel AC impressarum in earum medio D & E. In his ergo punctis totam resistentiam tanquam congregatam concipiam, eritque directio resistentiæ cum sit in latera normalis in latere AB linea DG & in AC linea EG quæ sunt sigillatim normales in latera AB & AC. Hæ duæ directiones ubi sese mutuo secant, erit centrum commune virium resistentiæ; concurrunt autem ut palam est ob latera AC & AB æqualia in puncto spinæ G per quod transit lineæ æquilibrii mediarum directionum resistentiæ; quamcumque autem hæc linea habeat positionem, secabit ea spinam AH in puncto G. Erit ergo punctum G id ipsum centrum quod quæritur, de quo hoc notandum est, quod sit semper constans, quæcumque sit navis deviatio, modo ejus angulus angulum puppis BHC dimidium non excedat.

§. XVII.

Si ergo navibus hujusmodi figura tribueretur, maximum hoc commodum obtineretur quod, loco centri virium manente fixo, navis absque gubernaculi ope in quolibet deviationis angulo, malis semel ritè constitutis conservari posset, modo, ut jam aliquoties notavi, angulus deviationis minor sit quam angulus puppis dimidius. Atque si ex re erit majores deviationis angulos usurpare eo majores quoque puppis anguli construi possent, ad id, ut aqua latera BH atque CH nunquam lambat. Punctum vero G quomodo definiatur, facile colligi potest, scilicet bisecando alterutrum laterum rostrum navis, componentium, & ex bisectionis puncto in idem latus perpendicularem erigendo, erit factum quod quæritur; punctum enim G erit ubi ista perpendicularis spinam navis secat.

§. XVIII.

Si hæc figura ob alias causas incommoda videretur quæ navi tribuatur, possum insuper alias figuras indigitare, quæ navibus dari possent ut absque gubernaculi adminiculo immotis malis & velis, navis eandem deviationem obtineat, seu ut centrum commune virium in eodem loco maneat; nil aliud enim ad hoc requiritur quam ut, existente figura navis aquam ferientis ex lineis rectis conflata, perpendiculares ex punctis mediis singulorum navis aquam ferientium laterum, in eadem latera, conveniant omnes in eodem spinæ puncto, seu ut omnia ista latera sint chordæ ejusdem circuli centrum in spina navis habentis, tum enim in hoc centro convenient omnes perpendiculares in medium cujusvis lateris navis in aquam impingentis, unde centrum istud circuli ipsum erit centrum virium quæsitus. Sit ACEDB circulus, centrum ejus G & diameter quæ pro spina navis accipietur, AGH. Ducantur chordæ ex utrâque parte spinæ quot

Fig. II.

B ij

quæcumque lubuerit ut AB BD & AC CE, ducanturque lineæ proram constituentes DH & EH, habebitur figura navis hanc prærogativam habens ut centrum virium in eodem maneat loco, utcumque mutato deviationis angulo, modo deviationis versus plagam E angulus, angulum AHE non excedat & deviationis versus plagam D angulus, angulum AHD non excedat; centrum vero virium erit in G.

§. XIX.

Hoc usum quidem habere posset in constructione navium, sed cum de hoc non sit quæstio, propius ad figuram navium receptam accedendum est. Contemplabor eam post Virum celeberrimum Joannem Bernoullium tanquam duo segmenta circularia æqualia super eadem chordâ; in hac vero hypothese multo difficilius pro quovis deviationis angulo centrum virium determinatur, cum ideo quod latera navis resistentiam sentientia, sint mutabilia in alio deviationis angulo, tum quod figura sit curvilinea, adeoque incidentiæ angulus in quovis puncto alius est. Hic mihi quia non pro qualibet deviatione centrum virium cognitum habere opus est, necesse non erit modum tradere centrum virium in ista hypotesi pro quovis deviationis angulo determinandi, sed sufficiet si duo saltem centra in duabus deviationibus quarum una possibilem maxima est, altera minima determinavero, quæ duo centra limitum adinstar esse possunt, quos inter determinandum est punctum illud loco centri communis virium accipiendum, quod quæritur. Assumo ergo hæcæ duas deviationes minimam illam possibilem seu illam cujus angulus est æqualis nihilo seu evanescit, & alteram possibilem maximam pro qua accipiam angulum rectum seu 90 graduum, ultra hunc angulum deviatio navis crescere nequit, cum puppis in proram & pro-
II 271
ra in puppim converteretur. Pro utraque si determinavero centra, certus sum, inter ea id quod quæritur

contineri, magis autem versus centrum pro priori deviatione, quæ nulla est, inventum, assumendum est, quam versus posterius, ubi directio motus navis cum spina constituit angulum rectum, cum anguli deviationum navis magis consuetarum propius semper sint angulo evanescenti quam 90 gradibus. Ac subinde cum sit liberum assumere inter ista duo centra illud quod desideratur seu quod sit centrum commune virium in maxime consuetis deviationibus, tale quoque assumendum est, quod facile & sine multo labore construi possit.

§. XX.

Indagabo itaque primo centrum cum deviatio est graduum 90. Sit FAMD navis, F prora, FM spina, N centrum arcus FAM, ex centro N ducatur NGA spinam bisecans in G, bisecabit ea quoque arcum FAM; eritque in spinam normalis. Moveatur ergo navis juxta directionem NA in aqua, ita ut angulus deviationis sit 90 grad. palam est, quia arcus AM similis est & æqualis arcui AF, atque tantam quantam hic resistantiam patitur, fore ipsam AN lineam æquilibrii resistantiæ, adeoque punctum G ubi spina FM ab NA secatur fore centrum commune virium, in isthac navis deviatione. Habeo itaque jam centrum commune virium navis cum ejus motus directio cum spina angulum 90 graduum constituit; pro deviatione autem evanescente magis erit arduum istud centrum definire, unde meam quam dabo constructionis analysim hic non subjungam, ne nimium sim prolixus, sed ejus demonstrationem ex Cl. D. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, depromam.

Fig. III.

§. XXI.

Ponamus itaque navem secundum directionem spinæ MF moveri in aqua, verum quidem est ubicumque centrum virium in spina accipiatur, hanc navis deviationem, quæ nulla est, conservatam iri. Quæritur autem

illud punctum in spina FM in quo secatur spina à linea æquilibrii mediarum directionum resistantiæ arcus FA tantum, qui hac in parte spina FM solus resistantiam patitur; nam in A erit navis directio tangens AT, secundum quam resistantiam perfert; etenim in eodem puncto spinæ FM quo à linea æquilibrii resistantiæ arcus AF secatur, secabitur quoque à linea mediarum directionum seu æquilibrii resistantiæ quam arcus DF perfert, quia hi duo arcus AF & DF similes sunt & æquales & aquæ resistantiam æqualiter sufferunt. Et hinc punctum illud, quo spina FM à linea æquilibrii mediæ resistantiæ arcus AF secatur, verum erit centrum virium navis cum deviatio evanescit. Et hoc punctum proinde etiam erit terminus centrorum in omnibus navis deviationibus; versus proram seu istud centrum præ omnibus aliis proxime accedit ad proram.

§. XXII.

Sic autem istud centrum determino. Ex centro N ducatur recta NL arcum AF bifariam secans in L, spinamque FM in l; producatur ea in K usque ut sit $IK = IN$ producatur quoque radius AN, in eaque sumantur puncta E & Y; ut sit $EY = NE = AN$. Jungantur puncta E & I recta EI: huicque parallela ducatur ex K linea KH, quæ producta transibit per punctum Y, nam quia $KI = IN$ occurret illa linea producta in aliquo puncto quod tantum distat ab E, quantum E distat ab N, ob $NI = IK$; hoc punctum ergo ipsum erit punctum Y. Punctum autem H in spina navis FM, ubi ea à linea KY secatur, erit centrum commune virium, cum nempe navis secundum directionem spinæ movetur.

§. XXIII.

Rationem hujus constructionis petere est ex Cel. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, ex Capitis XIII. paragrapho 4. ubi centrum mediæ resistantiæ, quam quilibet

arcus circularis subit, determinat. Quem paragraphum, ne Illustrissimi Judices opus habeant, aliunde demonstrationis meæ constructionem quærere, ipsissimis celeb. Auctoris verbis una cum ejus figura hîc adjungo, sic se habent ejus verba. „ Soit donné un arc de cercle quel- „ conque APF mû dans l'eau suivant la tangente AT, N „ est le centre de cet arc, NA le rayon au point d'attou- „ chement, FG perpendiculaire, sur NA, AE le diamê- „ tre du même arc APF. Prolongez AE en Y en sorte que „ EY = au rayon. Prenez NR égal aux trois quarts de „ la troisième proportionnelle de YG à EG. Elevez la per- „ pendiculaire RS & la faites égale aux trois quarts de „ GF. Tirez enfin NS. Je dis que le point S fera le centre „ de la résistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre „ de la résistance moyenne. „

Fig. IV.

§. XXIV.

Linea ergo ista æquilibrîi mediæ resistentiæ NS ubi ea secat spinam FG, ibi, nempe in H erit centrum commune virium resistentiæ. Ex mea autem constructione idem reperiri punctum H ex eo patere potest quod linea GH in utraque constructione æqualiter determinetur, quod ita demonstro. In constructione Bernoullianâ est

$$GH = \frac{RS \cdot NG}{RN} \text{ ob triangula similia NRS, NGH; est au-} \\ \text{tem } RS = \frac{3}{4} GF \text{ \& } NR = \frac{3}{4} \frac{EG^2}{YG}. \text{ Unde his valoribus substi-} \\ \text{tutis erit } GH = \frac{GF \cdot NG \cdot YG}{EG^2}.$$

§. XXV.

Ex meâ vero constructione fundata in Bernoullianâ, Fig. III. est $GH = \frac{GI \cdot YG}{EG}$ ob triangula similia EGI, & YGH; lineæ enim EI & YH sunt parallele. Ducatur EF, erit ea

parallela lineæ NL, bisecat enim LN arcum AF, unde cum N sit centrum illius arcus, erit arcus AL mensura anguli ANL; cum vero sit NA = NE erit punctum E in peripheria ejusdem circuli & inde anguli AEF mensura erit dimidius arcus AF, id est, arcus AL; est ergo angulus ANL = angulo AEF, adeoque linea NI parallela lineæ EF; sunt ergo triangula NGI & EGF similia, quocirca erit

$$GI = \frac{GF \cdot NG}{EG} \text{ quod substitutum in superiore æquatione}$$

$$\text{loco GI, proveniet } GH = \frac{GF \cdot NG \cdot YG}{EG^2}.$$

Cum itaque in figuris III. & IV. punctis respondentibus eadem appositæ sint literæ, erit GH in figura III. eadem cum GH in figura IV. ideoque punctum H idem quoque erit in utraque figura. Unde concluditur illud à me recte esse determinatum.

§. XXVI.

Determinati ergo sunt duo centrorum limites, nempe puncta G & H, inter quæ assumendum est illud quod quæritur centrum cujus respectu mali in navibus collocentur. Propius vero versus punctum H quam versus G sumendum illud est, cum deviationes navium sæpius sint infra angulum 45 graduum, quam eum superent. Est autem inter puncta G & H punctum I jam determinatum, quod observo semper propius esse puncto H quam puncto G; distantia enim HI se habet ad distantiam GI ut EY ad EG, id est, cum EY sit æqualis EN, erit illa ratio ut EN ad EG quæ est semper minoris inæqualitatis. Unde autumo si illud centrum quæsitum in circa in puncto I assumatur, haud multum à scopo aberratum iri; nam præterquam quod puncto H propius sit quam puncto G, idem deprehenditur cum eo quod inveniretur, si latera AF & DF tanquam lineæ rectæ considerentur, quodque centrum jam determinatum est: punctum enim I hîc determinabitur bisecando latus alterutrum AF & ex bisectionis

nis puncto L in AF normalem erigendo, punctum enim in quo est concursus linearum LN & spinæ FM, erit istud punctum I. Facillime ergo inveniri poterit punctum istud in posterum pro centro habendum.

§. XXVII.

Manifestum ergo est, me non monente vim velorum versus proram multo maiorem fore, quam ad puppim, cum centrum I semper in prora navis reperiatur. Si itaque in nave unicus tantum erigendus sit malus, ille ponetur in puncto isto I. Si duo mali, unus ex una parte puncti I, alter ex altera parte, in talibus distantis ab I quæ sint reciproce ut vires quas à vento excipiunt. Eodem modo se res habebit si plures mali in nave sint erigendi. Atque sic locus malorum optimus & utilissimus est indigitatus. Restat ad hoc Caput plane absolvendum, ut addam qualem angulum cum horizonte, mali constituere debeant.

§. XXVIII.

Cum mali verticales ventum ad angulos rectos excipiant, si nimirum linea venti in planum velorum perpendicularis est, quæ est vis maxima venti, utpote quæ crescit in duplicata ratione sinus anguli incidentiæ cæteris paribus, utique mali maxima vi navem propellendi gaudebunt, absque longa igitur disquisitione mali ita sunt constituendi, ut cum navis in pleno motu fuerit, mali tum sint verticales. Cum itaque detur angulus ad quem navis inclinari debeat, mali ab initio versus puppim angulo isto inclinari debent, ut cum navis plene moveatur, proraque ad datum angulum submergatur, mali tum fiant verticales, verum cum funes versus puppim à vi quam à vento sustinere debent extendantur magis, unde fit ut mali protinus ad proram inclinent, cui autem facile, ut & aliis quæ hîc impedimentum quoddam creare possint, intelligentes Naupegi, mederi poterunt.

CAPUT ALTERUM.

*De altitudine malorum, seu quantitate virium
navem propellentium.*

§. XXIX.

SI navis à vento vela inflante propellitur, duplicem in navem exerceri vim experienciâ constat. Unam qua navis promoveatur, alteram vero qua navis inclinetur versus proram seu qua prora profundius immergitur. Prioris effectus gratia vela adhibentur, ne operoso remigando navis propelli debeat. Posterior effectus merum est incommodum in navigationibus, cum propter illum vis impellens non pro lubitu augeri queat, ne prora prorsus aut saltem tantum quam sine periculo nequit immergatur.

§. XXX.

Huic autem incommodo obviam eundo, & navem extra omne periculum ponendo, tanta velorum copia est admittenda quæ faciat ut navis ad certum aliquem & fixum gradum inclinetur quo sit & perseverare possit sine ullo discrimine, cum proinde ista navis inclinatio non solum à velorum quantitate, verum etiam & præcipuè à loco applicationis & latitudine velorum dependeat, determinandus est inter omnes illos casus quibus navis ad datum gradum seu ad datum inclinationis angulum inclinetur, ille qui navem celerrimè promovet, seu qui velorum maximam admittit copiam; hoc enim casu, palam est fore ut navis quantum absque periculo potest celerrime promoveatur.

§. XXXI.

Cam itaque proponatur angulus inclinationis seu ille angulus, quem constituere debent ea in nave cum linea verticali, quæ nave quiescente in ipsa verticali fuere, oportet ut determinetur quantitas velorum quæ malis applicata, navi ad propositum angulum inclinandæ præcise par sit. Verum ad vis istius quantitatem determinandam, quum quælibet venti vis duplicem in navem exerat effectum, necesse est ut primum inquiramus quanta vis venti portio navi promovendæ destinata sit & quanta navi inclinandæ. Hoc autem ut inveniam, sequenti modo ratiocinor.

§. XXXII.

Primo, cum prævideam resistantiam aquæ ad istum effectum multum conferre, ponam aquam navi plane nullam resistantiam opponere, sed navem liberrime transmittere, manente tamen eadem aquæ gravitate. Patet in hac hypothese nullam venti portionem in nave inclinanda consumi, sed totam venti vim navi propellendæ inservire; ponamus enim navem aliquantulum tantum inclinari, scilicet ex ordinario situ quo centrum gravitatis ad infima quæ potest descendit, detorqueri, patet navem hoc in situ permanere non posse utcunque celeriter navis deferatur; navis enim cum in situ isto non naturali perseverare nequeat, rursus in naturalem reverti conabitur; quod duplici modo fieri poterit, vel si mali retrocedant & ita proram rursus ex aqua extollent, donec situs naturalis obtineatur, vel autem si navis ipsa celerius quam mali progrediendo ex situ coacto erumpat & ita sese restituat; prius fieri nequit cum ventus malos regredi non permittat, posterius navis facillimè peraget, cum nullam inveniat resistantiam, quæ restitutionem istam impedire posset, & ita navis hoc modo in aqua non resistente progrediendo plane non inclinabitur quantacunque venti

vis adhibeatur adeoque tota vis, quam ventus in vela exerit, in nave promovenda infumetur, & nulla in nave inclinanda.

§. XXXIII.

Transeo jam ad alterum extremum & suppono aquam navi infinitam resistantiam facere, scilicet concipi potest aqua in glaciem durissimam conversa, cavitas autem cui insitit navis politissima, hoc modo enim fiet ut navis promoveri nequeat ob resistantiam respectu aquæ resistantiam infinitam, attamen inclinari poterit navis; motui enim inclinationis non resistetur ob superficiem glaciæ perfectè lævigatam. Expansis itaque velis patet totam venti vim in nave inclinanda occupatam fore.

§. XXXIV.

Hiscæ duobus extremis consideratis, pervenio ad aquam naturaliter consistentem, quæ est tanquam medium inter duo extrema ista; nec enim plane nullam obvertit navi resistantiam nec infinitam, unde jam palam esse potest, cum ab utroque extremorum aqua aliquid participet, venti vim & navem propellere debere & navem quoque inclinare. Perpendendum ergo est quanta vis venti portio in promovenda, & quanta in inclinanda nave occupetur, quæ duæ portiones totam vim venti adæquare debent, cum effectus suos secundum easdem directiones edant. Est itaque vis venti navem propellens aucta vi venti navem inclinante æqualis totæ venti vi.

§. XXXV.

Si effectus venti aliter consideretur, patet partem potentiaæ venti consumi in superanda resistantia aquæ, atque partem in promovenda nave; quæ duæ partes, cum effectus suos quoque secundum eandem directionem edant, simul sumptæ totam venti vim adæquant. Comparando ergo istam distributionem cum eâ quam in §. præcedente

instituiamus, inueniemus, summam virium venti ejus quæ navem inclinat & ejus quæ navem promouet, æqualem esse summæ virium venti ejus quæ aquæ resistantiam superat & ejus quæ navem promouet; demta ex hac æquatione utrinque vi navem propellente, emerget vim venti resistantiam aquæ superantis æqualem esse vi venti navem inclinantis. Atque ita patet quanta vis ad inclinadam navem impendatur, nempe tanta, quanta superandæ resistantiæ aquæ par est. Cum ergo sit resistentia navis in duplicata ratione celeritatis ejus, erit quoque vis superandæ resistantiæ destinata, & hinc quoque vis navem inclinans erit in duplicata ratione celeritatis navis; quo celerius ergo navis procedit, eo magis quoque navis inclinabitur, & in ipso motus initio cum celeritas navis adhuc est infinite parva, erit quoque vis navem inclinans infinite parva, & crescente navis celeritate angulus inclinationis augmentabitur.

§. XXXVI.

Quemadmodum corpora cadentia paulatim majorem acquirant celeritatem à vi gravitatis continuo ea ad descensum sollicitante nec illis subito celeritas ea quam tandem acquirunt communicatur & sicut lignum torrenti injectum ab initio infinite parvam quidem habet celeritatem, eo vero continuo augetur, sic quoque vento vela impellente ab initio navis celeritas est infinite parva, crescit autem ea continuo, donec tandem tantam acquirat celeritatem quæ ulterius augeri nequit, si enim aqua nullam opponeret navi resistantiam, tandem navis acquireret celeritatem æqualem celeritati venti, resistente autem aquâ celeritatem tandem post tempus infinitum quidem acquireret navis minorem venti celeritate, tanto scilicet minorem ut ventus celeritate residuâ vela petens præcisè superandæ resistantiæ par sit. Dico post tempus demum infinitum, sed jam post aliquantum temporis spatium, tantam acquirat navis celeritatem quæ sensibilibus ulterius non crescit.

C iij



§. XXXVII.

Cum ergo navis motu accelerato procedat, resistentia quoque crescit & tunc vis superandæ resistentiæ destinata etiam crescit; & proinde quoque vis navem inclinans, ut adeo angulus inclinationis continuo crescat donec tandem cum navis celeritas eadem permanferit, immutatus remaneat; nave autem uniformiter procedente, tota vis vela propellens in superanda aquæ resistentia consumitur, & tunc quoque tota venti vis, cum navis celeritas maxima fuerit, in inclinanda nave consumetur.

§. XXXVIII.

Cum autem proponatur angulus ad quem navis inclinari debet, procul dubio hic angulus maximus esse debet eorum ad quos navis inclinatur, seu debet esse angulus inclinationis cum navis fuerit in pleno motu; si enim isti angulo æqualis fieret inclinationis angulus mox ab initio motus, tum angulus inclinationis protinus cresceret, & tandem multo fieret major ac erat propositum; maximum ergo inclinationis angulum in posterum pro cognito habebimus, nempe eo dato investigabimus quantitatem vis à vento mutuandæ quæ navi tandem ad propositum angulum inclinandum par sit, seu cum iste angulus dein idem permaneat, requiritur vis quæ navem ad hunc usque angulum inclinatam conservare possit.

§. XXXIX.

Ut istud commodius detegam, unicum tantum malum navi infixum supponam, & in ejus puncto aliquo, circa quod quaquaversum vela & proinde vis venti æqualiter sunt dispersa, totam venti vim admittendam congregatam considerabo, quod punctum ergo instar centri communis velorum, quemadmodum in posterum quoque vocabitur, erit. Quo autem facilius vim ad navem ad propositum angulum inclinandum requisitam inve-

niam loco venti pondus in computum ducam, quod in eodem centro communi velorum applicatum ponam, atque malum horisontaliter, quod ope trochleæ fieri poterit, trahens, atque sic determinandum est pondus, quod navi ad datum angulum inclinandum par sit, quo facto postmodum tradam methodum vim venti cum ponderibus comparandi, ut loco ponderis inventi, ventum rursus in-computum introducam, atque sic determinem quantum virium à vento excipiendum sit ut navis ad propositum angulum inclinetur.

§. XL.

Cum autem jam notum sit quantum virium inclinationi navis destinatum sit, proinde navem tanquam quiescentem considerare potero, seu quod eodem redit, aquam tanquam in glaciem congelatam considerabo, ita tamen lævigatam ut navis in cavitate sua liberrimè absque ulla strictione inclinari & reclinari possit; hoc enim modo navis tanquam in medio infinite resistente constituta erit considerata, & proinde ea vis sola, quæ inclinandæ navi inservit in centro velorum applicata navem eodem modo inclinabit, ac si navis in aqua naturali processerit. Hic ergo quoque, ubi loco venti pondus in computum duco, navem eodem modo collocatam in glacie contemplantur, & indagabo pondus quod navem ad propositum angulum inclinare possit.

§. XLI.

Non sufficit autem ad pondus quæsitum inveniendum proponere angulum inclinationis; sed præterea requiritur ut cognoscatur figura navis, pondus atque locum centri gravitatis ejus. Quod ad pondus navis & locum centri gravitatis attinet, ea generaliter tractabo ut ad quolibet speciales casus applicari possint; per pondus navis autem non intelligo pondus navis vacuæ sed oneratæ, & eodem modo centrum gravitatis oneratæ navis intelligo. Quod autem ad figuram navis, spinam ejus tanquam in

arcum circulem curvatam concipio, modo ea ejus pars sit arcus circuli, quæ in aquam intrat; sufficit hujus curvaturæ radius in computum ducetur, seu potius distantia centri curvaturæ spinæ à centro navis gravitatis. Si spinæ curvado non exactè sit circularis non multum refert, sed pro ea curvatura assumenda est curvatura circularis ad eam quam proxime accedens.

§. XLII.

Fig. V.

His positis sit AMHNB navis seu potius ejus spina, B prora & A puppis, MN superficies aquæ: sitque navis ita inclinata ut linea *mr*, quæ in statu quietis navis in horisontem perpendicularis fuerat cum verticali *rn*, nunc faciat angulum *mrn*. Sit C centrum gravitatis totius navis, & G centrum arcus AMNB, seu si arcus AMNB non fuerit exactè circularis, G est centrum arcus circularis curvaturæ spinæ proxime æqualis seu talis arcus qui transit per puncta M & N, & segmentum sub chorda MN comprehendit, æquale ipsi MHN; GH est linea verticalis in isto navis situ quæ erit in MN normalis & proinde eam quoque ut & arcum MHN bifecat. GC est distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ G. EF est malus verticalis in quo sit F centrum commune velorum, in isto puncto loco venti sit applicatum pondus P, quod circa trochleam R malum secundum directionem horisontalem FR trahit, quærendum est quantum debeat esse pondus P quod navem in ista positione conservare possit.

§. XLIII.

In situ navis naturali descendit centrum gravitatis C ad locum, quam possibile est infimum. Paret autem cum semper æqualis arcus MHN sub linea MN seu superficie aquæ contineatur, centrum C gravitatis magis descendere non posse quam cum sit in ipsa verticali GH; cum enim distantia GC semper eadem maneat & punctum

tum G immutatum quoque sit, totam navis molem in C congregatam concipiendo, manifestum est pendulum GC quiescere non posse nisi sit punctum C in linea verticali GH . Linea ergo GC fuit in statu quietis verticalis, unde angulus CGH erit angulus inclinationis navis & proinde æqualis angulo mnr .

§. XLIV.

Ut autem inveniam quantitatem ponderis P quod cum nave in isto situ non naturali in æquilibrio consistat, pono pondus P aliquantulum descendere per lineolam infinite parvam Pp , cum navis progredi non posse supponitur ob aquam in glaciem mutatam, in sua cavitate circa centrum cavitatis G aliquantulum verteretur ut ex situ $AMHNB$ in situm, $aMHNb$ veniat, & malus EF in ef ; ita ut sit $Ff = Pp$. Centrum gravitatis C perveniet in c , ita ut ducta Gc angulus CGc æqualis sit angulo FEf . Ex c demittatur verticalis, cd , horisontali per C transeunti in d occurrens, ascendit centrum gravitatis navis per altitudinem cd , triangulum autem Ccd simile erit triangulo rmn , nam quia linea cd parallela est lineæ GH , erit summa angulorum Gcd & HGc æqualis duobus rectis; angulus vero CcG est rectus, ergo angulus Ccd plus angulo cGH constituit unum rectum; cum autem triangulum Ccd in d , sit rectangulum, erit summa angulorum Ccd & cCd quoque recto æqualis, unde erit angulus cCd æqualis angulo HGc , seu cum nonnisi infinitesima parte differant angulo CGH , seu angulo mnr ; præterea anguli d & n æquales sunt, quia uterque rectus est, unde triangula rmn & Ccd sunt similia.

§. XLV.

Sed notum est ex Mechanica, duo pondera utcumque sita sese in æquilibrio conservare cum vel tantillum mutata eorum positione, assensus centri gravitatis unius se habeat ad descensum centri gravitatis alterius reciproce,

ut pondus prioris ad pondus posterioris, seu directè, ut pondus posterioris ad pondus prioris. Hoc applicando in nostro exemplo, cum navis & pondus P se quoque in æquilibrio servare debeant, erit pondus navis quod Q vocabitur, ad pondus P ut descensus hujus Pp, ad ascensum centri gravitatis navis cd, unde erit P. Pp = Q. cd. seu ob Pp = Ff erit P. Ff = Q. cd.

§. XLVI.

Quia autem angulus FEf æqualis est angulo CGc, & angulus EFf est rectus ob EF verticalem & FR horizontalem, erunt triangula GCc & EFf similia adeoque Ff:

$$EF = Cc : CG \text{ unde } Ff = \frac{EF \cdot Cc}{CG} \text{ consequenter P. EF. Cc}$$

$$= Q. CG. cd. \text{ seu } P = \frac{Q \cdot CG \cdot cd}{EF \cdot Cc} \text{ verum ob triangula } rmn,$$

Ccd similia, est Cc : cd = rm : mn, id est, ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis, quæ ratio cum sit propo-

sita, ponatur, ea ut 1 : s erit P = $\frac{Q \cdot CG \cdot s}{EF}$. Sit distantia

centri gravitatis C à centro curvaturæ spinæ G, nempe CG = b, EF, quæ est dimidia mali altitudo cum sit F centrum velorum, & vela supponantur ubique ejusdem latitudinis, ponatur autem tota mali altitudo (mali scilicet unius, cui, si plures sint navi inferendi, æquipollere debent) quæ hîc nobis determinanda proponitur, æqua-

lis, z. erit ergo EF = $\frac{1}{2}z$, & habebitur P = $\frac{2Qbs}{z}$.

§. XLVII.

Determinatum ergo est pondus P, quod navem in dato inclinationis angulo conservare potest; huic ponderi æquivalere debet vis à vento excipienda: ad hanc ergo quoque definitionem necesse est ut primum inquiram in rationem quam vis venti ad pondera habeat, seu ut vim

venti in ponderibus exprimam. Hoc quidem experientia institui posset, verum etiam à priori ex theoria proportionem deduci posse monstrabo. Experientia hoc sequenti modo fieri potest. Fiat malus utcunque brevis AH circa punctum A mobilis, huic sit alligatum velum planum EH, quod vento exponatur, qui secundum directionem RF in illud impingat, malumque circa polum A rotari conetur; applicetur autem in puncto F centro veli, funiculus FR qui circa trochleam R trahatur à pondere P ita ut malus ab isto pondere retrahatur, determinetur autem experientiâ pondus P ei addendo vel subtrahendo donec malus in situ verticali conservetur, & tum erit pondus P quod vento istud velum EH inflanti æquipollet, & cum innotuerit capacitas veli & celeritas venti, ex inde facile comparatio in aliis venti celeritatibus & aliis velis vel maioribus vel minoribus institui poterit.

Fig. V

§. XLVIII.

Generaliter autem ratio inter vim venti & pondera à priori ex theoria hoc modo innotescere poterit, ut generalius rem complectar, abstraham à vento seu aëre & ejus loco quodlibet fluidum contemplantur, ejusque percussiones cum ponderibus comparare tentabo. Sit vas cylindricum EADBF, isto fluido usque in EF repletum, basis autem ACBD sit horisontalis, patet, fundum istud premi à fluido incumbente, ita ut perforato ubivis hoc fundo, fluidum tanta celeritate efflueret quantam acquirere potest corpus cadendo ex altitudine FB. Quemadmodum Clar. Hermannus in suis annexis ad Phoronomiam, Celeberrimo Bernoullio suppeditante, primus publice demonstravit, fundum ergo sustinet pressionem fluidi ferendo, idem ac si idem fluidum ea celeritate qua efflueret per foramen, in illud impingeret.

Fig. VII.

§. XLIX.

Demonstravit autem modo citatus acutissimus Ber-
D ij

noulli apud Michelottum in Libro *De separatione fluidorum*, fluidum per foramen effluens dimidiæ saltem densitatis censendum esse, ejus quam in vase habebat; inter duos enim globulos seu atomos fluidi effluentis contineri tantundem vacui, ita ut globuli quæ in vase contigui fuerant; in egressu separentur, ita ut in æquali spatio saltem dimidium contineatur fluidi in exitu ex foramine, quam ejus in vase, unde rationem reddit celebris phænomeni de contractione fili fluidi ex vase erumpente. Hoc ergo in nostro casu applicato, dicendum est fundum vasis ferendo pressionem fluidi in vase contenti, idem sustinere ac si fluidum duplo rarius celeritate, æquali ei quam grave ex altitudine FB descendendo acquirere potest, in id irrueret.

§. L.

Habeo ergo rationem seu proportionem inter pondera & vim percussionis fluidorum; ex hisce enim concluditur, cum fluidum quodvis celeritate quacumque in planum directè seu perpendiculariter irruit, planum idem sustinere ac si in situ horisontali positum sufferret pressionem fluidi duplo densioris & altitudinis tantæ, ex qua grave cadendo celeritatem æqualem celeritati fluidi allabentis acquirere potest: cum ergo innotuerit pondus hujus fluidi duplo densioris baseos æqualis plano dato & altitudinis dictæ, habebitur pondus vi fluidi illius allabentis æquivalens.

§. LI.

Applicetur hoc ad ventum, & patebit vela ventum directè excipiendo idem sustinere ac si in situ horisontali posita perferrent pressionem fluidi quod aëre duplo densius est, & altitudinis ex qua grave cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti. Sit v celeritas venti ea scilicet qua vela petit seu celeritas respectiva. Experientia autem constat grave ex altitudine 15 pedum

Rhenanorum descendendo celeritatem adipisci qua cum tempore unius minuti secundi percurrere possit 30 pedes, ut celeritatem venti v , ex effectu seu spatio percorso dato tempore metiamur, designet v numerum pedum Rhenanorum quos tempore unius minuti secundi percurrere potest.

§. LII.

Cum altitudines in descensu corporum sint ut quadrata celeritatum acquisitarum, & corpus ex altitudine 15 pedum descendendo acquirat celeritatem ut 30 fiat ut 900 quadratum ipsius 30 ad vv quadratum celeritatis venti respectiva, ita 15 pedes ad $\frac{15 \text{ } vv}{900} = \frac{vv}{60}$ ped. quæ est altitudo ex qua corpus cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti v .

§. LIII.

Habeo itaque altitudinem illius fluidi quod suo pondere æquivaleret vi venti. Basis erit superficies velorum; est autem eorum longitudo quæ eadem est cum altitudine mali, jam posita æqualis z . Sit præterea latitudo velorum $= a$, erit ergo basis illa æqualis az . Sunt autem a & z etiam in pedibus Romanis exprimenda cum v jam sit ita expressa, erit ergo moles fluidi illius suo pondere æquivalentis vi venti $= \frac{azvv}{60}$ pedibus cubicis.

§. LIV.

Restat ergo ad pondus vi percussivæ venti æquipollens inveniendum, ut gravitatem fluidi illius inquiramus; quia autem fluidum illud duplo densius ponitur quam aer, erit etiam duplo gravius, unde cum pes cubicus aeris ponderet quam proxime $\frac{1}{12}$ libræ, ponderabit pes cubicus illius fluidi $\frac{1}{6}$ libræ, unde $\frac{azvv}{60}$ pedes cubici ponde-

re æquabunt $\frac{azvv}{360}$ libras, & hoc est pondus, quod trahendo eundem effectum præstare valet ac ventus celeritatē ut v vela impellente; hoc ergo pondus æquale ponendum est ponderi P . quod quoque loco vis venti positum fuit, & erit $P = \frac{azvv}{360}$.

§. LV.

Inventum autem fuerat §. 46. $P = \frac{2Qbs}{z}$. Unde erit $\frac{2Qbs}{z} = \frac{azvv}{360}$, seu $azzv = 720Qbs$. Ut autem perfecta reperiatur uniformitas, b in pedibus quoque Romanis & Q in libris exprimenda sunt. Nempe distantia centri gravitatis à centro curvaturæ in pedibus, & pondus navis in libris, ut omnia ad eandem referantur unitatem, æquatio autem ad hanc reducetur extrahendo utrinque radicem quadratam, $zv = 12\sqrt{\frac{Qbs}{a}}$ unde invenitur $z = \frac{12}{v}\sqrt{\frac{Qbs}{a}}$.

§. LVI.

En ergo jam æquationem, ex qua altitudo quæsitæ maiorum z determinari potest. Datis primo pondere navis Q in libris. Secundo distantia b centri curvaturæ spinæ à centro gravitatis navis in pedibus. Tertio latitudine velorum seu longitudine antennarum quæ ubique eadem supponitur a , in pedibus quoque. Et quarto celeritate venti relativa, nempe ea qua navem petit; cum enim navis quoque celeritatem habeat, aer sua celeritate in navem impingere nequit, sed vela petit celeritate, qua celeritas venti celeritatem navis excedit; hæc autem velocitas v exprimenda est in pedibus itidem Rhenanis, scilicet indigitat ea quot pedes ventus uno minuto secundo

emeriat *celeritate respectiva*, præterea *angulus inclinationis* nempe *sinus ejus* existente *sinu toto* = 1 per se datus est. Et sic *altitudo mali* \propto determinari poterit.

§. LVII.

Notandum est in *expressione mali* \propto *resistentiam aquæ* non in *computum* venire, & hinc eo facilius erit *altitudinem mali* supputare. Cum autem requiratur *vis venti* cum *navis* jam fuerit in pleno, *motu à celeritate venti* detrahenda est *celeritas navis* & habebitur *celeritas v* ; & hinc mirum non est quod *resistentia aquæ* non in *computum* ineat; ejus enim loco *introducitur* est *celeritas respectiva v* . Ad hanc enim determinandam data *venti celeritate*, requiritur *navis celeritas*, ad cujus cognitionem utique *resistentia aquæ* & *partes navis* in quas aqua impingit in *computum* duci debent.

§. LVIII.

Cum autem difficile sit data *venti celeritate navis celeritatem prævidere* ut *celeritas venti respectiva* haberi possit, quæ in *expressione altitudinis mali* cognita esse debet, necesse est ut *methodum tradam* *navis celeritatem* quovis *peracto spatio* inveniendi. Sufficeret equidem *celeritatem navis maximam* seu eam quam acquirit *spatio infinito percurso* indicasse, cum *v* sit *celeritas venti respectiva*, cum *navis maximam* jam acquisierit *celeritatem*. Verum cum hîc commoda offeratur occasio, & *celeritas navis maxima* exinde facillime inveniri queat, *modum inveniendi navis celeritatem* quovis *peracto spatio*, hîc in *medium proferam*; ex eo enim *legem accelerationis navis* videre erit, & cum *naves* non quidem *infinitum spatium* percurrere debeant, ut uniformiter procedant, sed aliquanto *spatio perverso* jam tantam acquirunt *celeritatem* quæ sensibilibiter postmodum non crescit, patebit quoque quantum *spatium navis* percurrere debeat, ut sensibilibiter uniformi motu procedat.

§. LIX.

Ad hoc vero inveniendum necesse est ut resistentia aquæ in computum ducatur. Quia autem navium figura talis non est quæ nave in aquâ motâ, aquam normaliter percutiat, sed oblique & in uno loco obliquius quam alio, aquæ resistentiam patiatur. Non ergo pro ratione superficiei navis aquam stringentis resistentiam metiri licet, cum ea quoque in alio deviationis angulo alia sit, ad huic inconvenienti occurrendum assumam aliquod planum quod aquam ea qua navis movetur celeritate, normaliter feriendo, eandem cum nave resistentiam subeat. Hoc modo enim facilius erit resistentiam navis contemplari, cum angulus incidentiæ supponatur semper rectus, & spatium aquam feriens constans, nonnisi ergo ad celeritatem qua in aquam impingit attendendum erit.

§. LX.

Pro hoc autem plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore assumi posse video sectionem navis transversalem maximam, ejus scilicet navis partis quæ in aqua degit, hæc quidem cum navis secundum spinæ directionem movetur aquam normaliter feriendo, multo majorem sufferret resistentiam quam navis, & hinc istam sectionem pro illo plano assumendo in excessu peccaretur, verum nave obliquè motâ, resistentia ejus quoque augetur atque cum prora navis profundius submergitur superficies navis aquam findens incrementum accipit, unde resistentia quoque augebitur, præcipuè cum gubernaculo utuntur. Quocirca resistentia, quam sectio illa transversalis aquam normaliter feriendo major vixerit, nisi planè sit æqualis aut aliquantulum minor, quam resistentia navis. Et proindè sectio illa transversalis maxima non totius navis sed saltem partis ejus aquæ immersæ, pro plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore accipi poterit.

§. LXI.

§. LXI.

Sit itaque ista sectio æqualis ff , est autem ff exprimenda in pedibus quadratis, sit præterea altitudo parallelepipedum cuius basis est ff quod capacitatem seu molem partem navis sub aquamersam adæquat $= b$, quæ altitudo etiam in pedibus est exprimenda, cum comparanda sit cum latitudine velorum & altitudine eorundem quæ in pedibus exprimuntur. Erit ergo moles partis navis aquæ immerse æqualis bff pedibus cubicis, erit enim bff moles parallelepipedum illius quod partem navis aquæmersam adæquat.

§. LXII.

Ponatur materia navis ejusque onus per omnes partes navis æqualiter dispersa, ut navis tanquam corpus homogeneum considerari possit, ejusdem nempe ubique densitatis, immutato tamen ejus pondere sit ratio istius navis densitatis ad densitatem aquæ ut K ad m , & ad densitatem aeris ut K ad n . Erit ergo pars navis aquæ immersa quoad massam ut $Kbff$. Totius vero navis massa cum ut homogenea consideretur, se habet ad partem navis submersam ut densitas aquæ m ad densitatem navis K ; erit ergo massa totius navis ut $mhbff$. Hisce positis sic ad cognitionem celeritatis navis pervenio.

§. LXIII.

Sit navis jam in motu, & percurrerit spatium y pedum; sit ejus celeritas tum acquisita $= v$, indicat nempe v numerum pedum quos corpus celeritate v motu uniformi minuto secundo percurrere potest, sit celeritas venti $= c$ eodem modo c exprimetur per numerum pedum quos ventus uno minuto secundo absolvere potest, unde venti celeritas respectiva erit $= c - v$. Est autem capacitas velorum $= az$ & spatium seu planum quod in aquam impingit, & resistantiam excipit $= ff$.

§. LXIV.

Promoveatur navis per distantiam infinite parvam, nempe per elementum spatii descripti y . Scilicet per dy & quærat acceleratio dum navis per dy promovetur. Patitur autem inter ea navis impulsus à vento, quo navis acceleretur, retardatur vero etiam à resistentia aquæ. Est ergo ab incremento celeritatis à vento generato subtrahendum decrementum celeritatis à resistentia aquæ productum. Et habebitur elementum seu incrementum celeritatis navis dum per spatium dy pergit.

§. LXV.

Quia aer celeritate c , quæ major est navis celeritate, promovetur, impetus fit ab aere in vela & inde navis celeritas augetur, istud vero incrementum celeritatis ex lege communicationis motus in collisione corporum inveniri potest, cum corpora sunt elastica, aer enim & vela uti & deinceps aqua & partes navis in aquam irruentes tanquam corpora elastica sunt considerata, si non integra tamen particula eorum minimæ ex quibus sunt conflata, cum enim nave semel mota, vela æqualiter semper expansa supponantur, & navis figura immutata quoque maneat, necesse est ut vela & superficies navis si eorum figura ab aere impingente & aqua resistente aliquo modo immutetur, tamen sese statim restituant, & ita pro elasticis haberi queant.

§. LXVI.

Aerem ad hoc contempler ut congeriem globulorum infinite parvorum quorum diameter æqualis sit elemento quo navis promovetur nempe ipsi dy , tanta ergo copia huiusmodi globulorum, quantum vela capere possunt celeritate c , impinget in vela celeritate v , pergentia. Datis ergo mole navis & mole aeris in vela irruentis, celeritas navis post conflictum reperietur, si scilicet dum navis per

dy fertur resistentia aquæ tolleretur abs qua si dematur pristina celeritas seu ea quam habebat dum esset in pro-
cinctu per dy promoveri, remanebit elementum celeri-
tatis, quod per spatium dy navis acquireret, demta re-
sistentia aquæ.

§. LXVII.

Constat autem ex regulis communicationis motus, si cor-
pus A incurrat celeritate ut & in corpus B celeritate b motum,
tum fore post conflictum celeritatem corporis B æqualem,

$\frac{2A \& + B - A.b}{A + B}$ ut hoc ad nostrum casum applicem & A

massa aeris incidentis, hæc autem massa est ut volumen
ductum in densitatem aeris quam posueram, ut n , volu-
men autem aeris incidentis; erit aerea lamina crassitie
 $= dy$ & tanta quanta velis implendis sufficit, velorum su-
perficie ventum excipiens est $= az$ & inde volumen aeris
impingentis erit $azdy$, consequenter massa aeris impingen-
tis est $nazdy$, hic valor loco A est substituendus.

§. LXVIII.

Pro & autem celeritate corporis A ponetur c , celeri-
tas venti & pro corpore B ponenda erit totius navis mas-
sa quippe quæ à vento propellitur, erit ergo B $= mbff$,
etenim §. 62. inventum fuit massam navis æquari $mbff$,
loco autem celeritatis b poni debet v celeritas navis.
His valoribus substitutis reperietur celeritas navis post con-

flictum $= \frac{2nacdy + mbffv - navdy}{nazdy + mbff}$ ab hac celeritate si detra-

haturea ante conflictum, nempe v reperietur incremen-
tum celeritatis per spatium dy , ab impulsu venti pro-

ductum nempe $\frac{2nacdy - navdy}{nazdy + mbff}$. Cum autem sit in de-

nominatione $nazdy$ respectu $mbff$ infinite parvum, eva-

Meditationes super Problemate nautico,
nescet illud & denominator erit solum $mhff$; erit ergo incrementum celeritatis à vento ortum $= \frac{c - v. \text{mazdy}}{mhff}$.

§. L X I X.

Hoc est ergo incrementum celeritatis à vi venti productum; inveniendum restat decrementum celeritatis à vi resistentiæ aquæ effectum. Hoc eodem quoque modo arguendo innotescet, supponam nimirum aquam consistere ex globulis, quorum diameter sit $= dy$, patet cum navis per dy movetur, in tot navem impingere globulos, idque normaliter ad directionem motus navis, quot planum ff capere potest; suppono enim, cum ut jam ostensum est eodem redeat, navem eandem pati resistentiam, quam suffert planum ff directè aquam eadem celeritate percutiendo. Erit ergo volumen aquæ in quod navis impingit $= ff dy$, quod ductum in densitatem aquæ m , dabit massam illius aquæ; erit nempe ea $= mff dy$.

§. L X X.

Cum vero aqua quiescens supponatur, navis vero celeritate v procedens ex isto lemmate celeritas navis post conflictum elucescet posito quod per spatiolum dy , nihil à vento excipiat navis. Si corpus A celeritate & in corpus B quiescens impingat, erit post conflictum celeritas corporis A residua $= \frac{A - B. \&}{A + B}$. Hic massa navis $mhff$

cum A est comparanda, ejus celeritas vero v , cum &, massa vero aquea resistens $mff dy$ cum B comparanda est; erit ergo celeritas navis residua post conflictum $=$

$\frac{mhffv - mffvdy}{mhff + mff dy}$ quæ si auferatur à celeritate navis v , ante

conflictum habebitur decrementum celeritatis, quo navis celeritas per spatiolum dy pergendo à resistentia aquæ imminueretur, si non novum incrementum à vento accipe-

ret, erit nempe celeritas amissa per dy , $= \frac{2mffvdy}{mbff + mffdy}$
 $= [\text{evanescente, } mffdy, \text{ respectu } mbff] \frac{2mffvdy}{mbff} = \frac{2vdy}{b}$.

§. LXXI.

Navis itaque pergendo per elementum dy , à vento accipit celeritatis elementum $\frac{c - v \cdot 2nazdy}{mbff}$. Amittit autem de sua celeritate in superatione resistentiæ $\frac{2vdy}{b}$. Unde subtrahendo elementum retardationis motus navis ab elemento accelerationis, reperietur incrementum celeritatis navis v , dum per dy fertur, nempe $dv = \frac{c - v \cdot 2nazdy}{mbff} - \frac{2vdy}{b}$
 $\frac{2vdy}{b} = \frac{c - v \cdot 2nazdy - 2vffvdy}{mbff}$.

§. LXXII.

Patet hinc incrementum celeritatis esse manente dy , constante, ut $c - v \cdot naz - mffv$, seu ut $naz \cdot c - v \cdot naz + mff$ quo magis ergo crescit celeritas navis v , eo magis decrescit elementum celeritatis donec si fuerit $v = \frac{naz}{naz + mff}$ tum celeritas ulterius non crescat, sed eadem maneat; est ergo hæc celeritas quam navis acquirere potest, maxima iisdem manentibus celeritate venti, capacitate velorum & spatio resistentiam aquæ excipiente, unde concluditur celeritatem navis maximam ceteris paribus esse ut celeritatem venti, eamque se habere ad venti celeritatem ut naz ad $naz + mff$. Quo magis ergo capacitas velorum augetur, eo magis quoque celeritas venti augebitur manente spatio seu plano ff eodem, & manente naz capacitate velorum eadem ut & ff , celeritatem navis fore eandem, si ve vela sint latiora, si ve arctiora, modo ejusdem sint capacitatibus, hinc concluditur.

§. LXXIII.

Sic ergo inventa est celeritas navis maxima æqualis $\frac{naz}{vz + mff}$ ad determinandum vero celeritatem navis quovis percurso spatio, æquatio §. 71 inventa integranda est, ad hoc efficiendum eam ad hanc reduco $\frac{2dy}{mbff} =$

$$\frac{dv}{c.naz - v.naz + mff} = \frac{-1}{naz + mff} \frac{-dv.naz + mff}{cnaz - v.naz + mff}$$

hujus æquationis integrale per logarithmos habetur $\frac{2y}{mbff} =$

$$\frac{-1}{naz + mff} [lc.naz - v(naz + mff) - lconsl.]$$

Seu reduciendo $\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lconsl - lcnaz - v(naz + mff)$

ad determinationem constantis ponatur $y = 0$ & debet esse v æquari nihilo. Unde erit $lconsl = lcnaz$. Erit ergo

$$\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lcnaz - lcnaz - v.(naz + mff.)$$

§. LXXIV.

Dicatur celeritas, qua celeritas v à celeritate, quam navis acquirere potest maxima, differt, u , erit $v = \frac{naz}{naz + mff}$

— u hoc valore substituto loco v erit $\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lcnaz$

— $lu.naz + mff = lc - lu + lnaz - lnaz + mff$. Et hinc inveniri poterit distantia y ; qua absoluta corpus acquisierit velocitatem utcumque parum à celeritate maxima differentem, ut haberi possit spatium quo percurso celeritas navis absque sensibili errore pro maxima haberi queat; determinatis vero literis in numeris, logarithmi eorum non Ulaquiani aut Briggiani assumi debent, sed logarithmi hyperbolici qui habentur. Si logarithmi Ulaquii ducantur in 2.302585093 quam proxime.

§. LXXV.

Sed revertamur ad æquationem altitudinem mali z , experimentem, cum ibi reperiatur quantitas v , quæ indicat celeritatem venti respectivam, cum navis promoveretur celeritate maxima, invenietur ergo celeritas v . Si à celeritate venti c subtrahatur celeritas navis maxima nem-

$$pe \frac{nac}{nac + mff}; \text{ erit ergo } v = \frac{mff}{nac + mff}.$$

§. LXXVI.

Indigitas autem hîc c numerum pedum Romanorum quos ventus uno minuto secundo percurrere potest, nempe cum naves pro vehementioribus ventis, quippe quibus spirantibus naves in periculo esse possunt, instrui debeant, pro c poni potest spatium 80 usque ad 100 pedum, quemadmodum experimentis à variis celebribus viris institutis concludere licet, quod nempe venti vehementissimi tempore unius minuti secundi spatium 80 usque ad 100 pedum absolvant.

§. LXXVII.

Ponatur autem valor loco v inventus in æquatione §. 55

$$\text{inventa } zv = 12 \sqrt{\frac{Qbs}{a}}, \text{ \& habebitur } \frac{mffz}{nac + mff} =$$

$$12 \sqrt{\frac{Qbs}{a}} \text{ ex qua reperietur altitudo mali quæsitæ } z =$$

$$\frac{12mff \sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{cmff - 12na \sqrt{\frac{Qbs}{a}}}. \text{ Hic ergo habemus æquationem per-$$

fectissimam, ex qua altitudo z in meris cognitis determinari potest, scilicet in pedibus.

§. LXXVIII.

Ulterius adhuc æquatio inventa reduci potest exter-

minando m & n ; cum enim sit m ad n ut densitas aquæ ad densitatem aeris *i. e.* quam proxime ut 800 ad 1. ponatur loco m 800, & loco n , unitas, & reperietur ista æquatio $z =$

$$\frac{9600ff \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{800ff - 12a \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} = \frac{2400ff \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200ff - 3a \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} \text{ sc. pedibus.}$$

§. LXXIX.

Datis ergo in nave primo sectione maxima transversa portionis navis aquæ immersæ *ff* in pedibus quadratis Rhenanis. Secundo distantia centri curvaturæ spinæ à centro gravitatis navis totius b in pedibus. Tercio latitudine velorum seu longitudine antennarum a itidem in pedibus Romanis. Quarto pondere totius navis Q in libris ut & quinto spatio c quod ventus minuto secundo percurrere potest in pedibus quoque, pro quo ab 80 ad 100 usque pedes assumi possunt, hîc ego pro c ponam $36\sqrt{5}$ ut & numerator & denominator per $\sqrt{5}$ dividi queat.

§. LXXX.

$$\text{Hoc posito habebitur altitudo mali } z = \frac{800ff \sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{2400ff - a \sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$$

$$= \frac{800ff \sqrt{Qab^3}}{4000ff - a \sqrt{Qbs}} \text{ multiplicato \& numeratore \& deno-}$$

minatore per a , ex hac æquatione determinabitur altitudo quæsitæ z in pedibus Rhenanis; quæ altitudo cum inventa fuerit, si sit major quam ut unicus malus tantus construi possit, distribuenda ea erit in tot partes donec mali tanti haberi queant qui æquales sunt illis partibus respectivè. Et sic ex hac æquatione determinatur quoque numerus malorum. Hi vero mali sic determinati navem inclinabunt ad tantum angulum cujus sinus se habet ad sinum totum ut s ad 1. Hæc ratio autem antea est assumenda & quidem talis ut angulus iste sit inter omnes illos angulos ad quos
navis

navis absque periculo inclinari possit maximus, ut maxima quoque inveniatur vis propellens.

§. LXXXI.

Ex ista æquatione altitudinem mali definiente hæc confectaria deducere licet, quæ in fabricatione atque oneratione navium ut & confectione velorum magnum usum habere possunt, seu exinde concludi potest quomodo sint naves formandæ atque onerandæ quæcunque velis sit latitudo danda, ut maxima quam fieri potest, reperiatur vis ad navem ad propositum angulum inclinandam.

§. LXXXII.

Pater igitur primo statim quo major sit *b* distantia centri curvaturæ spinæ navis à centro gravitatis ejusdem, eo majorem quoque posse assumi altitudinem malorum, sive eo majorem à vento excipi posse vim. In oneratione ergo navium in id est attendendum ut centrum gravitatis in loco quo fieri potest infimo sit positum, quod obtinebitur, si merces specificè graviores in loco navis quoad fieri potest infimo collocentur, atque ut in usu est, carina gravi oneretur sabulo, unde fiet ut centrum commune gravitatis ad infimum locum descendat, adeoque distantia ejus à centro curvaturæ augeatur & proinde quoque vis venti admittenda.

§. LXXXIII.

Pro navibus vero fabricandis sequitur utilissimum esse quo spina minus incurvetur, ne quis autem putet hinc sequi optimum fore si spina fieret linea recta seu sectio navis secundum longitudinem rectangulum, spina enim quæ sub aqua continetur, continuus debet esse arcus circuli, sic autem esset composita ex tribus lineis rectis, unde hæc conclusio deduci nequit: cum itaque dico utilissimum esse promotioni navis, quo spina minus incurvetur, id ita est intelligendum quo longior sit navis seu quo longior sit spina, manente altitudine partis navis submer-

ſæ eadem, ſic enim diſtantiâ centri curvaturæ elongabitur magis, & proinde ejus diſtantiâ à centro gravitatis.

§. LXXXIV.

Si contra naves ita breves fiant, manente altitudine partis navis immerſæ eadem, ſeu ſpina in arcum tan exigui circuli incurvetur ut centrum gravitatis & centrum curvaturæ coincidant, patet ex æquatione, planetum nullam à vento excipi poſſe vim; vis enim minima navi ſubvertendæ prorſus par erit

§. LXXXV.

Et hinc quoque concludi poteſt, cum curvatura tranſverſalis navis valde magna ſit, ſeu cum ſectio navis tranſverſalis ſit ſegmentum circuli valde parvi reſpectu circuli cujus portio eſt ſectio navis ſecundum ſpinam, eo magis ultra fixum terminum navem inclinatum iri quo major ſit angulus deviationis. Quæ enim ſupra de curvatura ſpinæ dicta ſunt nonniſi valent quam cum navis ſecundum ſpinæ directionem promovetur; cum autem angulus deviationis navi datus fuerit, loco curvaturæ ſpinæ ponenda erit curvatura lineæ in fundo navis ductæ ſecundum directionem motus navis & navem biſecantis, quam lineam, ſpinam imaginariam nuncupare licet.

§. LXXXVI.

Cum navis itaque habuerit deviationem *b* ſignificat diſtantiâ centri gravitatis à centro curvaturæ ſpinæ imaginariæ, & cum ſpinæ iſtæ imaginariæ ſint arcus eo minorum circulorum quo deviatio navis major eſt, erit quoque tum centrum curvaturæ ſpinæ imaginariæ centro gravitatis propius, ut inde linea *b*, quoque decreſcat, & igitur altitudo malorum ſeu vis navem propellens eo magis erit diminuenda, quo deviatio navis fiat major; maxime ergo erit periculofum navibus magnam tribuere deviationem, ſi enim manſerit vis impellens, navis valde

ultra angulum propositum inclinabitur.

§. LXXXVII.

Huic incommodo obviam eundi ergo, & ne altitudo malorum aut velorum copia in deviationibus navis minuenda sit, naves aliquantum magnæ latitudinis construï possent ut differentia inter curvaturam spinæ veræ & spinæ imaginariæ cum navis deviatio fuerit 90 graduum, non sit valde magna, ut proinde spinæ imaginariæ in solitis navis deviationibus à spina vera quoad curvaturam non differant, & proinde distantia b centri gravitatis navis à centro curvaturæ spinæ, sensibilibiter non imminuatur cum navis in deviatione promota fuerit.

§. LXXXVIII.

Observo deinde, quod si navis tantæ longitudinis fabricetur, seu spina sit arcus tanti circuli, ut distantia b , centri gravitatis à centro curvaturæ spinæ sit æqualis

$\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ ped. tum infiniti mali constitui debeant aut

unus infinitæ altitudinis ad hoc ut navis ad datum angulum inclinetur, & si b , fuerit major quam $\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ pedes nec infinitam vim fore parem navi ad angulum propositum inclinandæ.

§. LXXXIX.

Cum enim fuerit $b = \frac{5760000f^4}{Q_{35}}$. In æquatione §. 80.

data, nempe $z = \frac{-800ff\sqrt{Q_{abs}}}{2400aff - a\sqrt{Q_{abs}}}$ denominator fractionis

cui z æqualis, evanescit & inde z fiet infinite longa. Hinc ergo patet quantam prærogativam habeant naves longiores præ brevioribus; si enim longitudo tanta fue-

rit ut b sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ mali seu numerus velorum

pro arbitrio multiplicari poterit absque periculo navis.

§. XC.

Dein quod ad latitudinem velorum a ex æquatione deducitur, quod quidem paradoxum videtur, sed nihilominus verissimum est, quo magis augeatur velorum altitudo, eo magis quoque altitudinem malorum z , augeri absque navis periculo, cum tamen navis non ultra propositum angulum inclinetur. Pater enim cum a , crescat, numeratorem quidem fractionis altitudinem z , exprimentis, dimi-

nui; est enim illa fractio $\frac{2400ff\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{2000ff - 3a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$. Verum notan-

dum, alteram denominatoris partem $3a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}$ seu $3\sqrt{5Qabs}$

signo — affectam in eadem ratione crescere, & cum denominatoris pars 2000ff signo + affecta maneat, denominator totius in majore ratione decrescit quam numerator, unde fractio ipsa & eo ipso altitudo z , aucta latitudine velorum seu longitudine antennarum augebitur.

§. XCI.

Hinc ergo patet quanti sit emolumenti antennas, quantum fieri potest, longas adhibere, cum inde quantitas virium navem propellentium quoque augeri possit. Si latitudine velorum aucta, mali ejusdem altitudinis reliqui possent, magnum hoc esset commodum ad augendam navis celeritatem; verum aucta latitudine velorum, non solum altitudo malorum eadem manere potest, sed ea præterea augeri poterit, unde aucta latitudine velorum vis propellens navem multo magis augebitur, & proinde quoque celeritas navis, absque periculo navis.

§. XCII.

Quin imo si latitudo velorum a fiat $= \frac{5760000f^4}{Qb^5}$ pe-

dum reperietur longitudo malorum z , ob denominatorem evanescentem infinita, & hinc altitudo malorum atque numerus pro lubitu multiplicari poterit absque navis periculo; utcumque enim augeatur altitudo & numerus malorum navis tamen non ad propositum angulum inclinabitur, cum demum vis infinita navi ad istum angulum inclinandæ par sit, si nempe fuerit latitudo velorum $= \frac{5760000f^4}{Qb^5}$ sin autem ea major insuper fuerit, nec vis infinita sufficiet ad navem ad angulum cujus sinus est ad sinum totum ut s ad 1 inclinandam.

§. XCIII.

Pervenio tandem ad angulum inclinationis, & noto quo major ille assumatur, eo majorem posse à vento accipere vim; ut igitur aliquantulum ingens assumi posset, oportet ut navis in nullo sit periculo, licet prora profundius immergatur; ad hoc igitur efficiendum, ut scilicet angulus inclinationis magnus assumi possit absque navis periculo utile esse potest si prora navis magis elevata fiat quam reliqua navis pars, sic enim navis non periclitabitur, etsi, prora aliquo usque immergatur, & hinc angulus inclinationis aliquantus assumi poterit.

§. XCIV.

Vel etiam ad idem obtinendum, maxima & gravissima quibus navis onerari debet, onera puppi sunt immittenda; hoc enim modo puppis deprimetur & prora elevabitur, ut adeo major restet proræ pars extra aquam, quæ sine navis periculo aquæ immergi potest, & hoc modo angulus inclinationis major quoque assumi poterit. Ex

hiscce ergo conspectariis patet, quænam observanda sint cum in fabricatione & oneratione navium, tum in confectione velorum ut navis quâ absque periculo potest maxima promoveatur celeritate, & non dubito quin ista in praxi magnum usum habere queant si observentur. Atque ex ista meâ theoriâ proposita quavis nave, inveniri poterit absque multo labore, & altitudo & numerus malorum, ut navis non sit in periculo & tamen maxima celeritate deferatur.

§. XCV.

Cum itaque determinata sit altitudo malorum z , prævideri facile poterit navis celeritas maxima. Est enim ea ut inventum est, æqualis $\frac{nac z}{mff + naz}$ seu cum sit $m = 800$.

& $n = 1$ erit ea $= \frac{acz}{800ff + az}$. Est autem $z =$

$\frac{2400ff \sqrt{V} \frac{Qbs}{a}}{2000ff - 3a \sqrt{V} \frac{Qbs}{a}}$ quemadmodum §. 78 reperi, si iste valor

loco z substituatur reperietur, celeritas navis maxima

$\frac{240000ff \sqrt{V} \frac{Qbs}{a}}{160000ff + 3a \sqrt{V} \frac{Qbs}{a}}$ seu $\frac{3 \sqrt{V} Qbs}{200ff}$ seu navis celeritas tanta erit ut

tempore unius minuti secundi percurrere possit spatium pedum $\frac{3 \sqrt{V} Qbs}{200ff}$.

§. XCVI.

Cum venti celeritas non ingrediatur expressionem celeritatis navis maximæ, patet navem hac celeritate processuram quacumque celeritate ventus flaverit, modo navem ad angulum propositum inclinandam par fuerit. Patet denuo exinde celeritatem navis maximam esse in

ratione subduplicata latitudinis velorum, nempe si ea quadruplæ latitudinis conficiantur, tum navem duplo celerius processuram, eodem modo celeritas navis est quoque in subduplicata ratione distantix centri gravitatis totius navis à centro curvaturæ spinæ, atque etiam in subduplicata ratione sinus anguli inclinationis navis. Dein quoque si plures sint naves perfecte similes, sed diversæ magnitudinis, cum pondera earum sint in ratione sesquiplicata superficialium & proinde erit Q ut f^3 . Erunt earum navium celeritates cæteris paribus in ratione reciproca subduplicata longitudinum navium earundem, quo minores ergo conficiuntur naves, quoque velocius propelluntur cæteris paribus, scilicet si fuerint per omnia similes.

§. XCVII.

Jam aliquoties memoravi, si altitudo z tanta reperitur ut unus malus tantæ altitudinis haberi nequeat, tum plures esse sumendos quorum altitudines junctim sumtæ inventæ z æquales sint qui plures mali tum eundem effectum edent, ac unicus longitudinis z . Si haberi potuisset, si nempe latitudo velorum ubique fuerit, eadem nempe æqualis ipsi a .

§. XCVIII.

Quod autem illi plures eundem edant effectum, exinde patet quod manente facto ex latitudine velorum in altitudinem seu longitudinem eodem, sive manente capacitate velorum ut & latitudine eadem, vis cum propellens tum inclinans navem eadem quoque permaneat, quemadmodum ex jam allatis colligere licet, sive ergo plures sive pauciores constituentur mali, modo eadem velorum magnitudo seu copia eademque latitudo maneat factum illud ex longitudine & latitudine velorum idem permanebit adeoque navis eodem modo tum quoad celeritatem tum quoad inclinationem promovebitur.

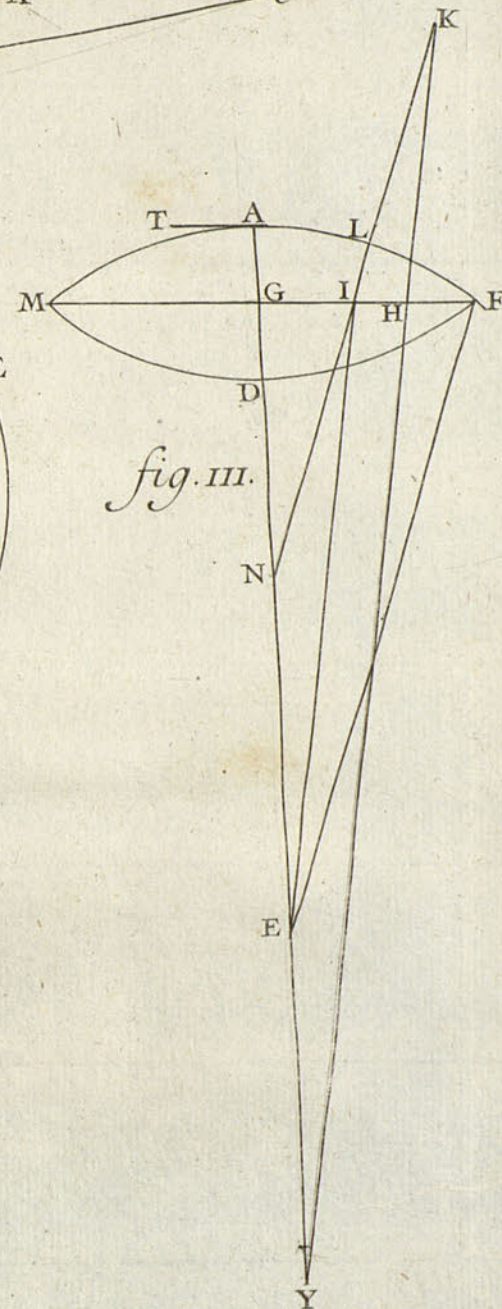
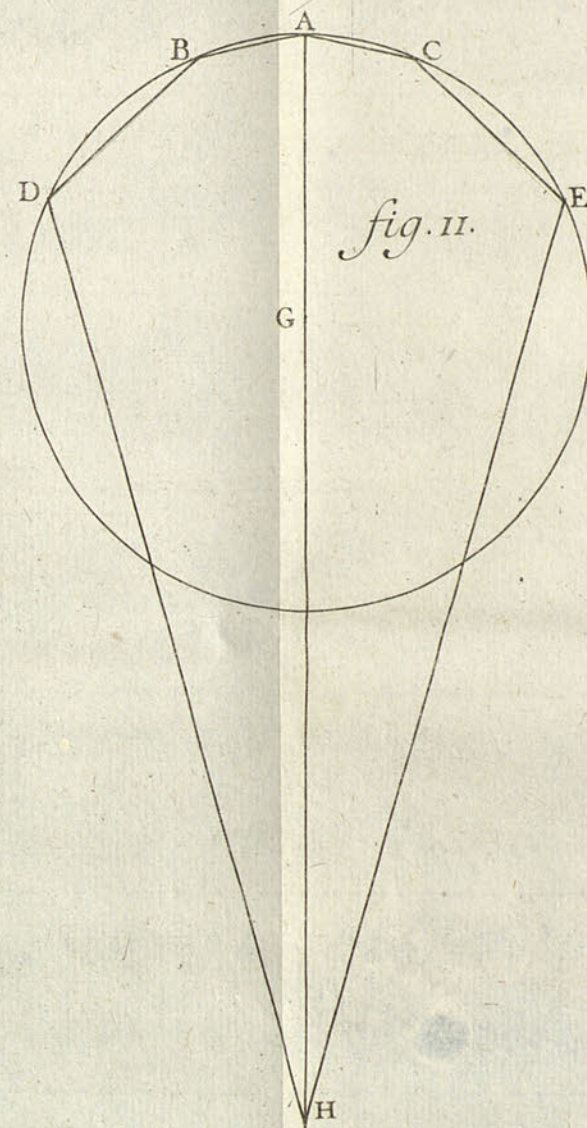
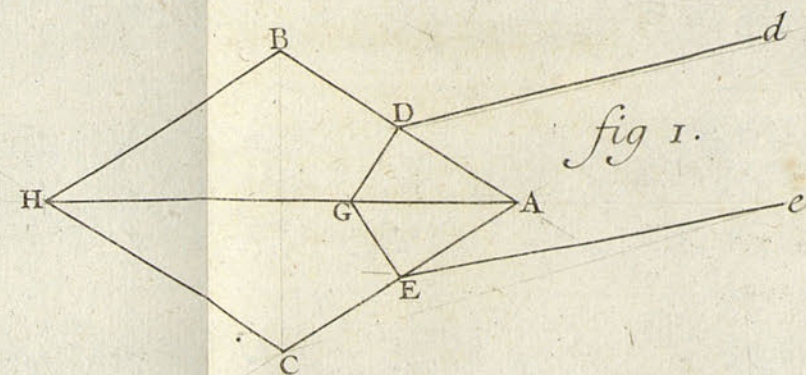
§. XCIX.

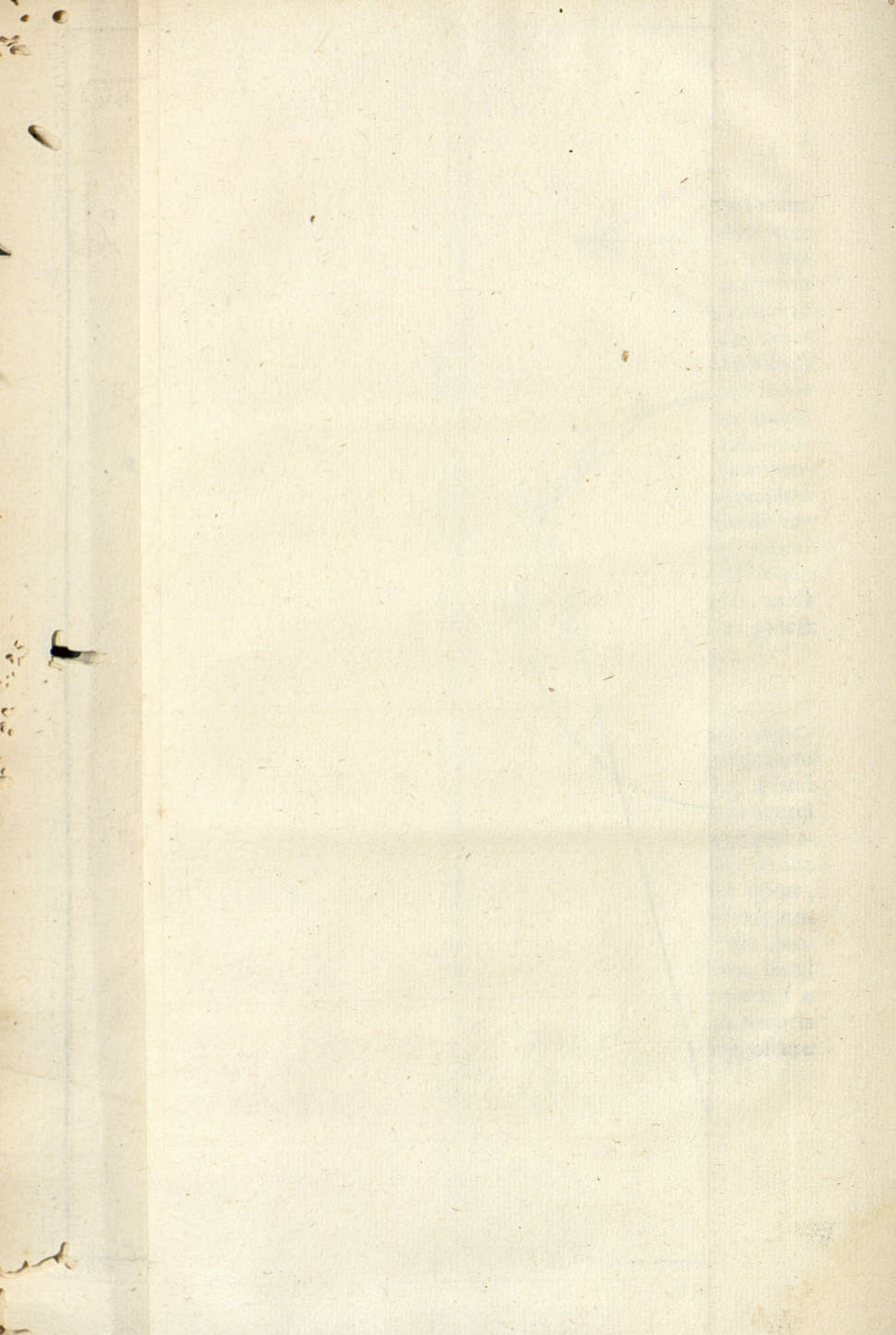
Suppono vero hic vela malis ad infimum usque locum applicari, quod vero cum fieri nequeat, ob venti vim vel ibi in inferioribus scilicet partibus malorum vel plane impeditam vel maxime debilitatam, altitudo malorum major erit quam longitudo velorum, quæ autem in theoria æquales consideratae fuerant; cum itaque centrum velorum supra punctum malorum medium cadat, necesse est tum fore si capacitas velorum esset æqualis az , ut navis ultra propositum angulum inclinetur: verum cum longitudo velorum minor sit quam z , capacitas velorum quoque minor erit quam az , unde propemodum compensationem fieri existimandum est ut navis tamen non ultra propositum angulum inclinetur, sed sic cum longitudo velorum minor fuerit quam altitudo malorum, vis navem propellens minor erit ac in theoria positum fuerit. Eoque minor erit quo plures fuerint mali in nave erecti, mali ergo si plures fuerint inferendi altissimi quam fieri potest sumantur, ut ita numerus malorum restringatur.

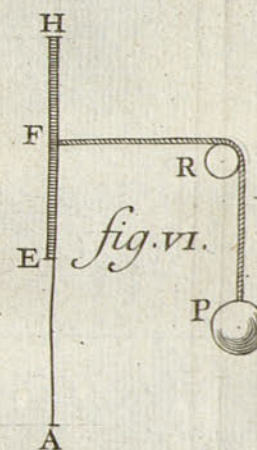
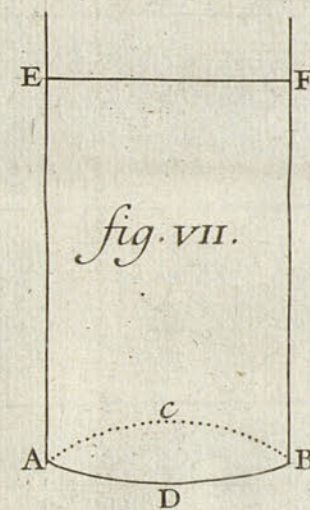
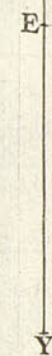
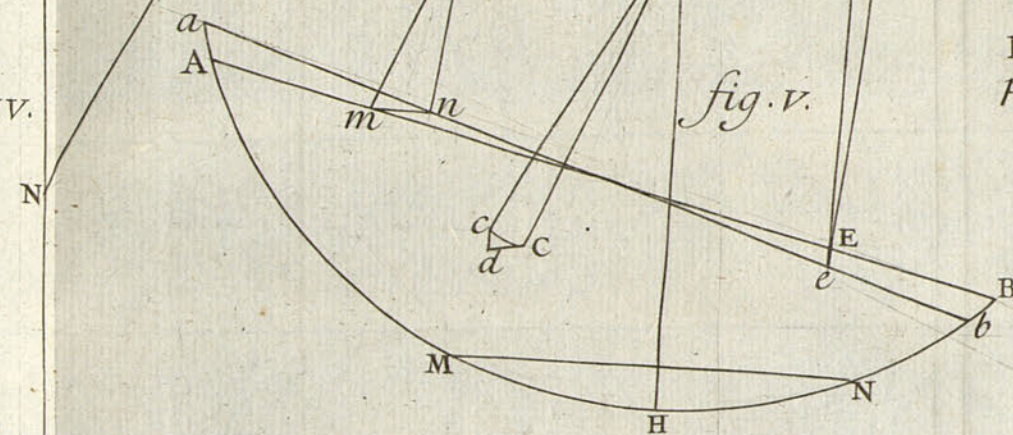
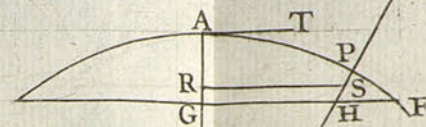
§. C.

Hic tandem hisce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propositam satis perpenderim, problematique satisfecerim. Haud opus esse existimavi istam meam theoriam experientiâ confirmare, cum integra & ex certissimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera sit ac an in praxi locum habere queat, minime possit. Si autem ea applicaretur ad exemplum aliquod speciale, longitudinem malorum pro nave propositâ investigando, statim appariturum foret, eam haud fallere. Si forte ILLUSTRISSIMA ACADEMIA ista, pagellas dignaretur pretio propositos nomen Autoris & locum ubi degit, ex apposita schedula cognoscere erit.

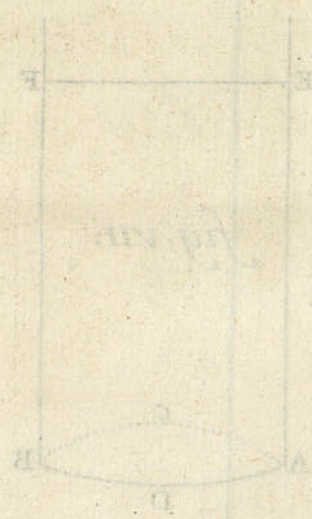
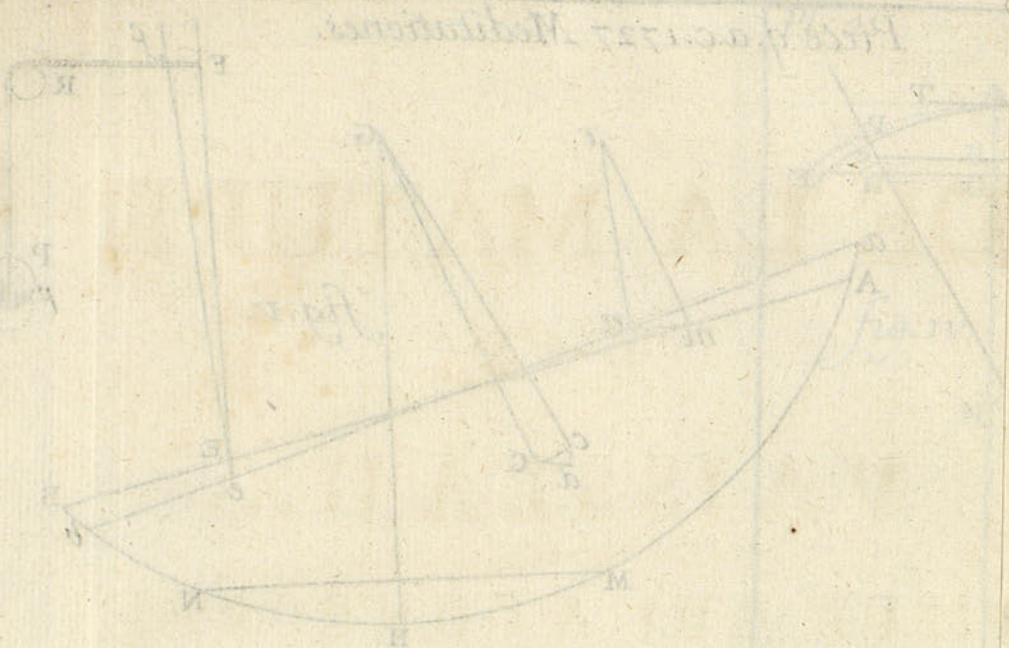
F I N I S.







Parte de la 1^{re} Méthode



DE LA MÂTURE
DES
VAISSEAUX,

PIECE QUI A CONCOURU
à l'occasion du Prix proposé l'an 1727. par
Messieurs de l'Academie Royale des Sciences.



A PARIS , RUE S. JACQUES ,

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au coin de la rue
des Mathurins , à l'Image Notre - Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

DE LA MÂTURE

DES

VAISSEAUX.

PIECE QUI A CONCOURU

à l'occasion du Prix proposé l'an 1727. par
Messieurs de l'Académie Royale des Sciences.



A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez Claude Jombert, Libraire, au coin de la rue
des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

chez Appréhens & Privilege de Roi



MEMOIRE

OU L'ON EXAMINE

*Quelle est la meilleure maniere de
mâter les Vaisseaux , tant par
rapport à la situation qu'au nom-
bre & à la hauteur des Mâts.*

Illi robur & æs triplex

Circa pectus erat , qui fragilem truci

Commisit pelago ratem

Primus , Horat. l. 1. Od. 3.



A meilleure maniere de mâter les Vaisseaux
consiste , 1^o. à disposer les Mâts de telle sorte
que la resistance de l'eau contre le Vaisseau
soit toujours en équilibre sur le Mât , s'il n'y
en a qu'un , ou sur le centre de force de tous
les Mâts , s'il y en a plusieurs.

2^o. A disposer les Mâts de telle sorte qu'ils ne se nu-
isent point les uns aux autres , autrement il seroit inutile

A

d'en mettre plusieurs sur un même Vaisseau ; mais qu'ils puissent également recevoir le vent, & qu'ils en puissent recevoir le plus qu'il est possible.

3°. A proportionner si bien les hauteurs des Mâts aux places qu'ils occupent, que les Vaisseaux ne tanguent point trop, c'est-à-dire, qu'ils ne donnent point trop du nez dans l'eau.

4°. Enfin à bien proportionner les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, à leur longueur, & à leur gabarit, afin qu'on en tire tout l'avantage possible dans la navigation.

C'est ce que nous allons examiner dans ce Memoire, après avoir fait voir quelle est la resistance qu'un corps solide en mouvement trouve dans un liquide qui est en repos.



CHAPITRE PREMIER.

Où l'on examine la resistance qu'un corps solide en mouvement rencontre dans un fluide en repos.

ARTICLE I.

Lorsqu'un corps solide est mû dans un fluide, il y trouve une resistance égale à l'effort que le fluide feroit sur lui s'il étoit en repos, & que le fluide se mût contre lui avec une vitesse égale dans une direction opposée.

Ainsi au lieu de supposer que le corps solide se meut dans un fluide en repos, on peut supposer que c'est le fluide qui se meut contre le corps avec la même vitesse que l'on auroit attribuée au corps, mais dans une direction contraire.

ARTICLE II.

Lorsqu'un plan se meut dans un fluide, il y trouve une résistance perpendiculaire à lui-même, quelque inclinaison qu'il ait à la direction de son mouvement.

DEMONSTRATION.

1°. Si le plan est perpendiculaire à la direction de son mouvement, il est évident qu'il trouvera dans le fluide une résistance perpendiculaire à lui-même. Fig. I.

2°. S'il est oblique à la direction de son mouvement, je dis qu'il trouvera aussi une résistance perpendiculaire à lui-même. Car soit un plan AB, ou plutôt le profil d'un plan qui se meut suivant la direction CD dans un fluide quelconque, comme l'on peut supposer (suivant l'article premier,) que c'est le fluide qui se meut contre le plan suivant la direction DC, il est évident que le plan sera poussé par chaque filet CD du fluide qui a la direction DC. D'un point quelconque P de cette direction DC, soit tirée PQ perpendiculaire au plan AB, & PO parallèle au même plan; & soit achevé le parallélogramme POCQ. Il est évident que l'effort que le filet fait suivant la direction PC de son mouvement étant exprimé par PC, se décompose en deux autres efforts dont l'un est PQ perpendiculaire au plan, & l'autre PO parallèle au même plan; mais l'effort PO étant parallèle au plan ne fait aucune impression sur lui. Donc il ne reste que l'effort PQ qui fasse impression sur le plan. Donc un filet qui se meut obliquement contre un plan, fait contre lui un effort perpendiculaire.

Donc un plan qui se meut obliquement dans un fluide y trouve une résistance perpendiculaire à lui-même.

COROLLAIRE I.

Puisque l'effort du filet DC étant représenté par PC Fig. I.

A ij

se decompose en deux forces exprimées par PO , & PQ , il est évident que l'effort absolu du filet DC , c'est-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à sa direction, est à l'effort qu'il fait contre le plan AB comme PC est à PQ ; mais PC est à PQ comme le sinus de l'angle droit PQC est au sinus de l'angle PCQ que la direction DC du mouvement fait avec le plan AB .

Donc la force ou resistance absolue d'un filet d'eau est à l'effort qu'il fait contre un plan comme le sinus total est au sinus de l'angle que la direction du mouvement fait avec le plan qui se meut.

COROLLAIRE II.

Fig. II. Si deux surfaces planes AB , MN differemment inclinées se meuvent suivant la même direction CD , la resistance que le filet DC fera au plan AB sera à la resistance qu'il fera au plan MN , comme le sinus de l'angle DCB est au sinus de l'angle DCN .

Car si l'on appelle p l'effort absolu du filet DC , c'est-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à sa direction;

f , l'effort qu'il fait contre le plan AB ,

Et ϕ ; l'effort qu'il fait contre le plan MN , & r , le sinus total, l'on aura suivant le Corollaire premier,

$p : \phi :: r :$ au sinus de l'angle DCN

l'on aura aussi par le même corollaire

$f : p ::$ sinus de l'angle $DCB : r$.

Donc l'on aura, en multipliant par ordre,

$f : r ::$ le sinus de l'angle $DCB : \text{est au sin. de l'angle } DCN$.

C'est-à-dire, que les resistances f , ϕ que le même filet fait à deux plans AB , MN differemment inclinez, sont comme les sinus des angles que ces plans font avec la direction CD de leur mouvement.

ARTICLE III.

Si plusieurs plans égaux AB , AC sont différemment inclinés aux directions MN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur résisteront seront comme les sinus des angles que ces plans feront avec les directions MN ou AF de leurs mouvemens. Fig. III.

Car si de l'extrémité A commune à ces deux surfaces l'on décrit un arc de cercle par l'extrémité B du plan AB ; cet arc passera par l'extrémité C du plan AC , parce que $AB = AC$. Et si l'on tire BD , CF perpendiculairement à la direction AF du mouvement des deux plans AB , AC , ces perpendiculaires exprimeront les quantitez d'eau qui s'opposeront aux plans AB , AC . & seront en même-tems les sinus des angles FAB , FAC que les plans font avec la direction AF de leur mouvement. Donc les quantitez d'eau qui résistent à deux plans égaux différemment inclinés à la direction AF de leur mouvement, seront entr'elles comme les sinus des angles BAF , CAF que ces plans font avec la direction de leur mouvement.

COROLLAIRE.

Donc si plusieurs plans inégaux AB , AM sont différemment inclinés à la direction AN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur résisteront seront comme les longueurs AB , AM des plans multipliées par les sinus BD , CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. Fig. IV.

Pour le démontrer, soit tiré un arc BQ & les perpendiculaires BD , CF , MN sur la direction AN du mouvement des plans, les deux perpendiculaires BD , MN exprimeront les quantitez d'eau qui s'opposent au mouvement des plans AB , AM & les perpendiculaires BD , CF seront les sinus des angles BAN , MAN que les plans

AB, AM font avec la direction AN de leur mouvement. Ainsi il s'agit de démontrer que les perpendiculaires BD, MN qui expriment les quantitez d'eau résistantes, sont entr'elles comme $AB \times BD$ & $AM \times CF$

Or $BD : CF :: BD : CF :$

$CF : MN :: AC : AM :: AB : AM$

Donc en multipliant par ordre

$BD : MN :: AB \times BD : AM \times CF$

C'est-à-dire, que les quantitez d'eau BD, MN qui résistent aux plans AB, AM sont entr'elles comme les longueurs AB, AM de ces plans multipliées par les sinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

ARTICLE IV.

Si deux plans inégaux AB, AC se meuvent avec la même vitesse suivant la direction AN à laquelle ils sont différemment inclinés; je dis que les résistances qu'ils trouveront seront comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrés des sinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

DEMONSTRATION.

Fig. IV.

Si l'on suppose le fluide divisé en une infinité de filets PR, PR parallèles à la direction AN du mouvement des plans; il est évident que la résistance du fluide au plan AB, sera égale à la résistance que lui feroit un filet PR multipliée par la quantité BD des filets qui lui résistent.

De même la résistance du fluide au plan AM est égale à la résistance d'un filet PR multipliée par la quantité MN des filets qui lui résistent.

Ainsi en nommant

f , la résistance qu'un filet d'eau fait au plan AB,
 ϕ , la résistance que le même filet fait au plan AM,

p , la quantité des filets d'eau qui résistent au plan AB,
 ϖ , la quantité de filets qui résistent au plan AM,
 fp sera la résistance que le plan AB trouvera dans le fluide,
 $\varphi\varpi$, sera la résistance que le plan AM trouvera dans le même fluide en se mouvant avec la même vitesse.

Mais suivant le Cor. II. de l'Art. II.

$f : \varphi :: BD, CF$ & suivant le Corollaire de l'Article III.

$p = BD : \varpi = MN :: AB \times BD : AM \times CF$.

Donc en multipliant par ordre

$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$.

C'est-à-dire, que les résistances fp , $\varphi\pi$ que les plans AB, AM rencontrent dans un fluide où ils se meuvent avec la même vitesse, sont entr'elles comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrés \overline{BD}^2 , \overline{CF}^2 des sinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

Si les plans AB & AM sont égaux au lieu de

$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$

l'on aura $fp : \varphi\pi :: \overline{BD}^2 : \overline{CF}^2$.

C'est-à-dire, que les résistances fp , $\varphi\pi$ que les plans égaux trouveront dans le même fluide où ils se meuvent avec la même vitesse seront entr'elles comme les quarrés des sinus des angles que ces plans font avec la direction AN de leur mouvement.





CHAPITRE II.

Où l'on recherche la direction de la resistance composée qu'une figure donnée rencontre dans le fluide où elle se meut , & le point par lequel doit passer cette direction.

ARTICLE I.

Determiner la direction de la resistance composée qu'un parallelepiped trouve dans un fluide où il se meut parallelement à sa face superieure ou inferieure , & déterminer le point par lequel passe cet effort composé.

SOLUTION.

Fig. V.

Tirez EN perpendiculairement sur le milieu de la face AD , & FM perpendiculairement sur le milieu de l'autre face CD , le point P sera celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée que le parallelepiped ABCD rencontre dans le fluide.

Car quelle que soit la direction du mouvement du corps, le fluide resistera toujours perpendiculairement à ses faces AD , CD suivant l'Article II. mais les efforts ou resistances qui se font sur les faces AD , CD sont réunis au milieu E , F de ces faces. Donc EN étant perpendiculaire sur le milieu de la face, AB fera la direction de la resistance qui se fait contre AD ; & FM étant perpendiculaire sur le milieu de CD , sera la direction de la resistance qui se fait contre le plan CD.

Donc le point P où se rencontrent ces deux perpendiculaires est celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée. Voyons maintenant quelle est cette direction.

Sur les perpendiculaires EN , FM , prenez PN & PM

en

en raison des résistances que l'eau fait aux faces AD, CD. Et ayant achevé le parallelogramme PMON, tirez la diagonale OP, & cette diagonale sera la veritable direction de la résistance composée.

Mais nous avons vû dans l'Article IV. du Chapitre precedent, que la résistance que l'eau fait au plan AD & la résistance qu'elle fait au plan CD sont entr'elles, comme les longueurs de ces plans multipliées par les quarez des sinus des angles que les plans font avec la direction de leur mouvement. Ainsi supposant que le mouvement se fait suivant AH ou GI, si l'on fait $AD = DG$ & que l'on tire HDI perpendiculairement à la direction AH du mouvement, l'on aura (en prenant $AD = DG$ pour le sinus total,) HD pour le sinus de l'angle HAD que le plan AD fait avec la direction AH, & DI sera le sinus de l'angle DGI que le plan CD fait avec sa direction GI.

Donc il faut faire $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{DI}^2$

Maintenant si le parallelepiped est rectangle, l'on aura $DI = AH$, parce que les triangles AHD, DIG seront semblables & égaux.

Donc on aura, $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2$

Mais $\overline{DH}^2 : \overline{AH}^2 :: KD : AK$

Et par consequent

$AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2 :: AD \times KD : CD \times AK ::$

$\overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Donc il faut faire $PN : PM :: \overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Et la diagonale OP sera la veritable direction de la résistance composée que le parallelepiped rectangle ou plutôt sa section horisontale rencontre dans le fluide où il se meut.

COROLLAIRE.

Donc si le parallelepiped ABCD est rectangle, la direction de la resistance composée de celles que toutes les faces trouvent passera par son milieu.

Car il est évident que la direction de l'effort ou resistance que trouvera chaque face passera par le milieu du parallelepiped rectangle, & par conséquent la direction de la resistance composée des resistances qui se font à toutes les faces passera aussi par le milieu du parallelepiped.

ARTICLE II.

Fig. VI.
& VII.

Determiner la direction de la resistance composée qu'un fluide fait à une lozange ou rhombe qui se meut parallelement à son plan.

SOLUTION.

Soit le rhombe ABCD qui se meut dans son plan parallelement à AH; si l'on tire HDI perpendiculaire sur HA, DH sera le sinus de l'angle DAH que la face AD fait avec la direction AH; & DI sera le sinus de l'angle DCI que la face DC fait avec la direction CI ou AH.

Donc si après avoir tiré ENP perpendiculairement sur le milieu de AD, & FMP perpendiculairement sur le milieu de CD, l'on fait $PN : PM :: DH^2 : DI^2$, c'est-à-dire, comme la resistance que trouve la face AD, est à la resistance que trouve la face CD; & qu'on acheve le parallelogramme PMON, la diagonale PO sera la direction de la resistance composée que trouve le rhombe ABCD en se mouvant parallelement à AH.

COROLLAIRE I.

Il est évident que la direction PO de la résistance composée qu'un rhombe trouve dans un fluide, ne passera pas toujours par le milieu T du rhombe, mais qu'elle y passera dans un cas, sçavoir quand la direction AH du mouvement du rhombe divisera un angle du rhombe en deux parties égales, & pour lors la direction du mouvement du rhombe se confondra avec la direction de la résistance composée qu'il trouvera dans le fluide.

COROLLAIRE II.

Soit EP perpendiculaire sur le milieu de AD, il est évident que la direction de l'effort ou résistance composée passera par le point P où cette perpendiculaire coupe la diagonale AC, tant qu'il n'y aura que les faces AD, DC qui souffriront la résistance du fluide, conjointement ou séparément. Fig. VI.

ARTICLE III.

Etant donné un poligone semblable à un poligone inscrit dans la coupe horisontale d'un Vaisseau, déterminer la direction de la résistance composée qu'il trouve en se mouvant dans un fluide.

SOLUTION.

Soit ABCQFED le poligone proposé tel que $AB=AD$, $BC=DE$, $CQ=EF$ & les angles $ABC=ADE$, tel en un mot que la quille GA le divise en deux parties semblables & égales. Il s'agit de déterminer la direction ωp de la résistance composée qu'il trouve dans le fluide; pour cela. Fig. VIII.

Soit tiré KPN perpendiculairement sur le milieu de BA & LPM perpendiculairement sur le milieu de AD, en-

B ij

suite soit fait $PN : PM :: \overline{AH}^2 : \overline{AI}^2$. Et le parallélogramme MN étant achevé, soit tirée la diagonale PO : cette diagonale exprimera la résistance composée de celles que les deux faces AB, AD trouvent dans le fluide.

Soit présentement XRS perpendiculaire sur le milieu de BC, laquelle rencontre en R le prolongement OT de la diagonale PO, & soit fait

$RS : PN :: BC \times \overline{\lambda\mu}^2 : BA \times \overline{HA}^2$, c'est-à-dire, comme la résistance que trouve le côté BC est à la résistance que trouve le côté BA.

Enfin ayant pris $RT = PO$ sur le prolongement de PO. Soit achevé le parallélogramme TS : sa diagonale RV, fera la résistance composée des trois résistances que trouvent les trois côtesz AD, AB, BC.

Enfin ayant fait une perpendiculaire $Y\sigma$ sur le milieu de CQ, & ayant prolongé la diagonale RV jusqu'à ce que l'on ait $\omega\delta = RV$; soit $\omega\sigma : PN ::$ comme la résistance que trouve le côté QC, est à la résistance que trouve le côté AB, c'est-à-dire, comme $QC \times \overline{\gamma\epsilon}^2 : est à BA \times \overline{HA}^2$ & soit achevé le parallélogramme $\delta\sigma$; sa diagonale $\omega\rho$ fera la résistance composée des résistances que trouvent les côtez AD, AB, BC, CQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

ARTICLE IV.

Trouver la direction de la résistance composée qu'une courbe quelconque trouve dans le fluide où elle se meut dans son plan.

SOLUTION.

Soit AMD une courbe qui se meut dans son plan suivant la direction AF. que AB perpendiculaire à la direction AF du mouvement soit prise pour la ligne des coupées, & PM, *pm* parallèles à la direction du mouvement soient prises pour les ordonnées.

Pour avoir la direction de la résistance composée que la courbe trouve, il est évident qu'il n'y a qu'à trouver la somme de toutes les résistances que la courbe trouve parallèlement à la ligne des coupées, & la somme des résistances que la même courbe trouve parallèlement aux ordonnées, ensuite faire un parallelogramme HG dont les côtes adjacents BG, BH soient proportionnels à ces deux sommes, & en même-tems parallèles aux coupées & aux ordonnées. Cela posé, la diagonale LB fera parallèle à la direction de la résistance composée que la courbe trouve en se mouvant dans le fluide avec une direction AF. Fig. IX.

Soient deux ordonnées infiniment proches PM, pm . Et deux filets d'eau MF, mF aussi infiniment proches.

Et soit fait la coupée AP = x

l'ordonnée MP = y

la différentielle Pp ou MC de la coupée = dx

la différentielle Cm de l'ordonnée = dy

& la différentielle Mm de la courbe = dz

Soit la force absolue d'un filet d'eau MF = f .

l'on aura la force absolue de l'eau MFFm qui s'oppose au mouvement de la différentielle Mm; = $f \times MC = f dx$.

Mais la force absolue de l'eau est à la résistance qu'elle fait au mouvement d'un plan comme le sinus total est au sinus de l'angle que le plan fait avec la direction de son mouvement. (Chap. I. Art. II. Cor. I.)

Ainsi nommant ϕ la résistance que l'eau FMmF fait au mouvement de la différentielle Mm. L'on aura $f dx : \phi ::$ comme le sinus total est au sinus de l'angle FMm ou MmC. :: $mM = dz : MC = dx$.

C'est-à-dire, que l'on aura $f dx : \phi :: dz : dx$

D'où l'on tire $\phi = \frac{f dx^2}{dz}$. Et en faisant la force absolue

f égale à l'unité, l'on aura $\phi = \frac{dx^2}{dz}$ pour la résistance que le fluide fait à chaque différentielle de la courbe.

Mais cette résistance $\varphi = \frac{dx^2}{dz}$ étant perpendiculaire à la differentielle Mm se décompose en deux résistances, dont l'une est suivant MQ parallele aux coupées, & l'autre suivant MP parallele aux ordonnées PM .

Or ces deux forces suivant MP , & MQ étant nommées p , π

$$\text{L'on aura } \varphi = \frac{dx^2}{dz} : p :: MS : MP :: dz : dx.$$

Donc la résistance p que chaque differentielle de la courbe trouve parallelement à ses ordonnées est égale $\frac{dx^3}{dz^2}$.

$$\text{L'on aura de même } \varphi = \frac{dx^2}{dz} : \pi :: MS : MQ :: dz : dy.$$

Donc la résistance π que chaque differentielle de la courbe trouve parallelement aux coupées est égale $\frac{dy dx^2}{dz^2}$.

Donc l'integrale $\int \frac{dx^3}{dz^2}$ est la résistance que la courbe trouve parallelement aux ordonnées MP ; & $\int \frac{dy dx^2}{dz^2}$ la résistance qu'elle trouve parallelement aux coupées AP .

Maintenant si par un point quelconque B l'on fait BH parallele aux ordonnées MP , & BG parallele aux coupées

$$AP; \text{ \& que l'on fasse } BH : BG :: \int \frac{dx^3}{dz^2} :: \int \frac{dy dx^2}{dz^2}.$$

En achevant le parallelogramme HG , la diagonale LB fera parallele à la résistance composée que la courbe AMB trouve en se mouvant suivant la direction AF .

Appliquons maintenant ce raisonnement à une courbe donnée, par exemple, à un arc de cercle.

E X E M P L E.

Soit la courbe AMD un arc de cercle qui se meut dans un fluide parallèlement à AF, & dont le centre soit en S.

Soit tirée SE parallèlement à la direction AF du mouvement & aux ordonnées PM, & soit tirée SG parallèlement à la ligne AB des coupées.

Fig. 104

Cela posé soient les raïons SG, SA, SM, SE = r

L'ordonnée PM = y

La coupée AP = x

Les lignes AH, PI, BL = b

La ligne AB ou HL = a

La ligne SH = c

L'on aura $\overline{AH}^2 = \overline{SA}^2 - \overline{SH}^2$ ou $bb = rr - cc$.

Et $SI = SH - AP = c - x$

L'on aura $IM = PI + PM = b + y$.

Donc

$$\overline{IM}^2 = (bb + 2by + yy) = \overline{SM}^2 - \overline{SI}^2 = (rr - cc + 2cx - xx)$$

& mettant, bb , en la place de son égale, $rr - cc$,

$$\text{L'on aura } \overline{IM}^2 = bb + 2by + yy = bb + 2cx - xx.$$

$$\text{D'où l'on tire } y = \sqrt{2cx - xx + bb} - b$$

$$\text{Et par conséquent } dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}.$$

Cela posé, voyons quelle est la somme $\int \frac{dy dx^2}{dz^2}$ des résistances qui se font parallèlement à AP.

A cause des triangles semblables mCM , MIS l'on aura

$$MC^2 = dx^2 : Mm^2 = dz^2 :: IM^2 = bb + 2cx - xx : SM^2 = rr$$

$$\text{Donc } \frac{dx^2}{dz^2} = \frac{bb + 2cx - xx}{rr} \text{ laquelle étant multipliée}$$

$$\text{par l'équation } dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}},$$

l'on aura $\frac{dydx^2}{dz^2} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times c - x \times dx}{rr}$ dont on trouvera l'intégrale comme il suit ;

Soit $u = \sqrt{2cx - xx + bb}$, l'on aura $uu = 2cx - xx + bb$
& par conséquent $cc - 2cx + xx = bb + cc - uu$,

& $c - x = \sqrt{bb + cc - uu}$

Donc $dx = \frac{u du}{\sqrt{bb + cc - uu}}$,

multipliant les deux dernières équations l'une par l'autre.

L'on aura $c - x \times dx = u du$, laquelle équation étant multipliée par celle-ci $\sqrt{2cx - xx + bb} = u$

l'on aura $\sqrt{2cx - xx + bb} \times c - x \times dx = u du$,

& par conséquent $\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times c - x \times dx}{rr} = \frac{u du}{rr}$

& tirant les intégrales, l'on aura

$$\int \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times c - x \times dx}{rr} = \frac{u^3}{3rr} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times 2cx - xx + bb}{3rr}$$

qui est l'intégrale demandée, laquelle exprime la somme de toutes les résistances qui se font parallèlement aux coupées AP contre la courbe AM. Mais comme cette intégrale ne se détruit point en faisant $x = 0$, & qu'il reste

$\frac{b^3}{3rr}$ il faut en retrancher $\frac{b^3}{3rr}$ & le reste

$\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times 2cx - xx + bb - b^3}{3rr}$ fera la véritable intégrale

qui exprime la somme des résistances que l'arc AM trouve parallèlement aux coupées AP.

Voyons maintenant quelle est la somme $\int \frac{dx^3}{dz^2}$ des résistances que l'arc AM trouve parallèlement aux ordonnées.

Puisque

Puisque nous avons déjà trouvé $\frac{dx^2}{dz^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr}$

l'on aura en multipliant par dx , $\frac{dx^3}{dz^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr} \times dx$

& tirant les integrales l'on aura $\int \frac{dx^3}{dz^2} = \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

laquelle integrale est la somme des résistances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées PM.

Donc si l'on fait SQ parallele aux coupées, SO parallele aux ordonnées, & que l'on prenne SQ : SO

$$:: \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \sqrt{2cx - xx + bb - b^2}}{3rr} : \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$$

:: $\sqrt{2cx - xx + bb} \times \sqrt{2cx - xx + bb - b^2} : 3cxx - x^3 + 3bbx$,
& qu'on acheve le parallelogramme OQ, la diagonale ST fera parallele à la direction de la résistance composée que l'arc AM trouve en se mouvant dans un fluide parallelement à AF. *Ce qu'il falloit trouver.*

R E M A R Q U E.

Si le point S d'où partent les proportionnelles SO, SQ aux résistances que la courbe trouve parallelement aux coupées & aux ordonnées est le centre de l'arc, la diagonale TS qui passera par ce centre S, fera la véritable direction de la résistance composée que l'arc AM trouve dans le fluide.

Car la résistance que chaque filet du fluide fait à l'arc AM est perpendiculaire à cet arc, & est par conséquent dirigée vers le centre. Donc la résistance composée de toutes ces résistances passera aussi par le centre.

C O R O L L A I R E II.

Si l'on veut avoir la résistance composée que tout l'arc AM trouve, il faudra faire AP = AB, c'est-à-dire, $x=a$

C

& pour lors l'on aura

$SQ : SO :: \sqrt{2ca - aa + bb} \times \sqrt{2ca - aa + bb - b^3} : 3caa + 3bba - a^3$
 & la diagonale ST fera la résistance composée que toute la courbe AMD trouve dans le fluide en se mouvant parallèlement à AF.

COROLLAIRE III.

Si l'arc AD devenoit = GD en sorte que la direction AF du mouvement lui fût tangente à l'extrémité G.

Il est évident que $AH = b$ deviendrait = 0.

& que $SH = C$ deviendrait = r . Et AB ou $a = LG$.

Ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précédent en celle-ci

$$SQ : SO :: \sqrt{2ra - aa} \times \sqrt{2ra - aa - a^3} : 3raa - a^3 :: \sqrt{2r - a} \times a : \frac{3r - a \times a}{2r - a} :: \sqrt{2SG - LG} \times LG = LD : \frac{3SG - LG \times LG}{2SG - LG} \text{ d'où}$$

l'on tire cette construction.

CONSTRUCTION.

Fig. XI. Ayant achevé le demi-cercle ADEX & prolongé DL jusqu'en N en sorte que $LN = 3SG - LG$, tirez NX & lui menez par le point G une parallèle GZ; vous aurez

$$LZ = \frac{3SG - LG \times LG}{2SG - LG}.$$

Car à cause des parallèles NX, AZ l'on aura
 $LX = 2SG - LG : LN = 3SG - LG :: LG : LZ.$

$$\text{D'où l'on tire } LZ = \frac{3SG - LG \times LG}{2SG - LG}.$$

Ainsi faisant $SQ = LD$ & $SO = LZ$, ou en faisant $SQ : SO :: LD : LZ$ & achevant le parallélogramme QO la diagonale ST fera la direction de la résistance composée que la courbe GD trouve dans le fluide en se mouvant suivant une direction GF qui le touche à son extrémité G.

COROLLAIRE IV.

Si la courbe GD, qui est touchante par son extrémité G à la direction de son mouvement, étoit un quart de cercle AE; il est évident que $LG=a$ deviendrait $=SG=r$ ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précédent en celle-ci, Fig. XI.

$$SQ:SO::r^3:2r^3::1:2$$

Ainsi en faisant $SQ:SO::1:2$ la diagonale ST fera la direction de la résistance composée que le quart de cercle trouve dans un fluide, lorsque la direction de son mouvement le touche à son extrémité.

ARTICLE V.

L'angle que fait la quille d'un Vaisseau avec la direction de son mouvement étant donné : déterminer la direction de la résistance que rencontre une section horizontale de Vaisseau terminée par plusieurs arcs de cercles. Fig. XII.

SOLUTION.

Soit ABCGDE la section horizontale terminée par les arcs AB, AH, BC, DE, & soit CF, ou BF la direction de son mouvement.

Il est évident que l'arc AE sera touché en un point E par la direction EF du mouvement du Vaisseau. Ainsi connoissant son centre H l'on pourra par le Corollaire III. de l'article précédent déterminer la direction KH de la résistance qu'il trouve dans le fluide suivant la direction EF, ou AF.

Comme l'arc AB n'est point touché par la direction BF, ou AF de son mouvement : Si l'on connoît son centre I l'on pourra trouver par le Corollaire II. de l'Art. précédent, la direction LI de la résistance qu'il trouve en se mouvant suivant la direction BF.

L'on pourra de même trouver par le Corollaire II. de l'Article précédent la direction RS de la résistance que trouve l'arc BC.

Maintenant si l'on fait PM à PN comme la résistance composée que trouve l'arc AE est à la résistance que trouve l'arc AB dans le mouvement du Vaisseau suivant AF, & qu'on acheve le parallelogramme MN, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouvent ces deux arcs AE, AB.

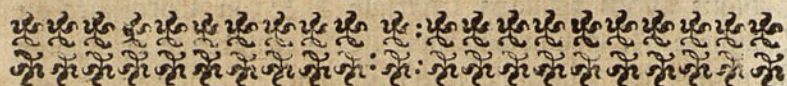
Enfin après avoir prolongé cette diagonale PO en V, en sorte que $TV = PO$, si l'on fait TS à PM comme la résistance composée qui se fait sur l'arc BC est à la résistance composée qui se fait contre l'arc AE & qu'on acheve le parallelogramme VS, sa diagonale TX sera la direction de la résistance composée que la section horifontale ABCDE trouve dans le fluide où elle se meut suivant la direction AF.

R E M A R Q U E.

Il paroît d'abord que cette solution n'est point complete, attendu que les Corollaires II. & III. de l'Article précédent ne donnent point les efforts composez ou résistances composées qui se font contre les arcs de cercles, mais seulement leurs directions. Mais cette difficulté sera bientôt levée si l'on fait attention que nous avons trouvé dans l'exemple de l'Article IV. la somme des efforts ou résistances que l'arc trouve parallelement aux coupées avec la somme des résistances que le même arc trouve parallelement aux ordonnées, & comme les directions de ces deux sommes sont à angle droit, il est évident que la racine quarrée de la somme de leurs quarréz sera la valeur de la résistance composée que l'arc trouve en se mouvant dans le fluide.

Donc l'on pourra prendre PM, PM, TS dans les rapports des résistances composées que les arcs AE, AB, BC

trouvent en se mouvant dans le fluide suivant la direction BC.



CHAPITRE III.

Où l'on examine quel est l'endroit le plus avantageux pour planter le mât lorsqu'il n'y en a qu'un.

P Remierement il est certain que le Mât doit toujours être planté dans un point de la quille du Vaisseau, afin que le Vaisseau ait les mêmes avantages des deux côtes de la quille.

2°. Le Mât doit être planté dans un lieu tel que la résistance de l'eau contre le Vaisseau soit toujours en équilibre sur le Mât, autrement le Vaisseau ne pourroit garder la direction qu'on lui auroit donnée.

Mais la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau ne scauroit être en équilibre sur le Mât, que le Mât ne soit planté dans la direction de la résistance composée que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Donc il faut planter le Mât dans la direction de la résistance composée de toutes les résistances que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Cela posé, nous allons déterminer l'endroit le plus avantageux pour poser le Mât dans des Vaisseaux de différentes figures.

ARTICLE I.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour poser le Mât dans un Vaisseau dont la coupe horisontale est un parallélogramme rectangle.

SOLUTION.

Fig. V. Nous avons vû dans l'Article I. & son Corollaire du Chapitre II. que la direction de la résistance composée de toutes les résistances que trouve un rectangle passe toujours par son milieu. Il s'ensuit donc qu'il faut toujours mettre le Mât dans le milieu du parallelogramme rectangle, c'est-à-dire, en un point P qui soit au milieu de la quille ES. Et le Mât ainsi placé mettra toujours en équilibre sur lui-même la résistance que le rectangle trouvera dans l'eau. C. Q. F. T.

ARTICLE II.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorsque la coupe horisontale du Vaisseau est un rhombe.

SOLUTION.

Fig. VI. Nous avons vû dans l'Article II. du Chapitre II. & dans son Corollaire que la direction de la résistance composée que trouve le rhombe passoit par le point P, où se rencontrent les perpendiculaires tirées sur les milieux des faces AD, CD, qui souffrent la résistance.

Mais ce point de rencontre P, par lequel doit passer la résistance composée que trouve le rhombe, est sur la quille BD lorsqu'il n'y a que les faces AD, DC, entre lesquelles passe la quille BD, qui souffrent la résistance du fluide.

Donc il faudroit planter le Mât au point P, si le fluide ne résistoit jamais qu'aux faces AD, DC, entre lesquelles passe la quille.

Fig. VII. Mais si la quille étoit AC comme dans la Figure VII. où le fluide résiste aux faces AD, DC qui font d'un même côté de la quille; on ne pourroit point mettre le Mât

au point P où se rencontrent les perpendiculaires EP, FP tirées sur le milieu des faces AD, DF auxquelles le fluide résiste; attendu que ce point P ne se rencontre pas sur la quille AC; mais au point S où la direction PO de la résistance composée de celles que souffrent les faces AD, DC, rencontre la quille AC.

Or il est évident que ce point S ne sera pas toujours le même, mais se rapprochera du milieu T, à mesure que l'angle HAC, que la quille fait avec la direction AH de son mouvement augmentera & se rapprochera du point Q à mesure que l'angle HAC diminuera.

Mais comme le Mât ne sçauroit changer de place à mesure que le point S varie, il lui faut chercher une place fixe, dans laquelle il puisse metre en équilibre avec le secours d'un gouvernail la résistance composée quelconque que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Comme la quille ne doit jamais être perpendiculaire à la direction du mouvement du Vaisseau, il faut placer le Mât entre le point T & le point Q, à telle distance du point Q que le gouvernail puisse rendre la résistance composée de l'arrière égale à la résistance composée de l'avant, lorsque cette dernière est la plus grande qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur le Mât.

Et c'est ce que je vais déterminer.

Soit le gouvernail GC parallèle à la face AB, si l'on fait LO perpendiculaire sur le milieu du gouvernail GC, & EV perpendiculaire sur le milieu de la face AB, & qu'ayant prolongé la face CD en V, l'on fasse VX égale au gouvernail GC, & LO, égale à la face BA. Enfin si l'on tire OX, & que du point R où cette ligne rencontre CD prolongée, l'on tire RS parallèle à EV ou LO, cette ligne RS donnera sur la quille un point S, tel qu'en y plantant le Mât il pourra toujours, avec le secours du gouvernail, mettre la résistance de l'eau en équilibre; pourvu cependant que l'angle que la quille fait avec la direction de son mouvement n'approche pas trop de l'an-

Fig. XIII.

gle droit, lorsque le point S ne tombe point sur le point T.

DEMONSTRATION.

Premierement, puisque le gouvernail GC & la face AB sont paralleles, ils feront des angles égaux avec la direction du mouvement du Vaisseau; ainsi la résistance que la face trouvera, fera à celle que le gouvernail rencontrera, comme BA : GC.

Mais par la construction BA : GC :: LO : VX :: LR : RV

Donc la résistance que trouve la face BA est à la résistance que trouve le gouvernail GC :: LR : RV.

Mais EV, LO étant perpendiculaires sur les milieux de BA, GC, sont les directions véritables des résistances que trouvent BA & GC; & les lignes LR, RV sont égales aux distances du point S aux directions LO, EV, des résistances que trouvent le gouvernail & la face.

Donc les résistances que trouvent BA, GC, sont entr'elles réciproquement comme les distances RV, LR de leurs directions au point S. Donc ces résistances seront en équilibre sur le point S.

Puisque la résistance que trouve le gouvernail est en équilibre sur le point S avec la résistance que trouve la face BA; il s'ensuit qu'il n'y aura qu'une seule disposition de la quille avec la direction du mouvement dans laquelle la résistance composée de celle du Vaisseau, & de celle du gouvernail puisse être en équilibre sur le point S, lorsque le gouvernail est parallele à la face BA; & le Vaisseau est dans cette disposition lorsque la direction BF de son mouvement est parallele à la face BC, c'est-à-dire, lorsque le fluide ne résiste qu'à la face BA.

Car si le Vaisseau étoit dans une autre disposition où le fluide résistât encore à la face BC ou à la face DA, la résistance que trouve la face BA étant en équilibre avec la résistance que trouve le gouvernail GC cet équilibre seroit rompu par la résistance que trouveroit la face BC,

ou

ou la face DA, en sorte que la résistance que le Vaisseau trouveroit du côté du gouvernail par rapport au Mât seroit plus grande que celle qu'il trouveroit du côté de la prouë.

Donc la résistance que trouve le Vaisseau du côté de la prouë par rapport au Mât est la plus forte qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur un point quelconque S, quand la direction BF du mouvement est parallèle à la face BC.

Mais la direction GC du gouvernail dans un rhombe est la plus avantageuse qu'il est possible, lorsqu'il est parallèle à la face BA ou CD; car ne pouvant point faire un plus grand angle GCQ avec la quille qu'en fait la face AB du Vaisseau, attendu que les faces BC, CD du rhombe ne permettent pas au timon du gouvernail de faire un plus grand angle, le courant de l'eau ne sauroit avoir plus de prise sur lui que sur la face BA.

Donc le point S est tel que le Mât y étant planté, la plus grande résistance que trouve le gouvernail peut augmenter la résistance du Vaisseau du côté de la poupe, jusqu'à ce qu'elle soit en équilibre avec la résistance que le Vaisseau trouve du côté de la prouë lorsque cette résistance a la plus grande qu'il est possible par rapport à celle de la poupe.

Donc il faut planter le Mât au point S.

ARTICLE III.

Un polygone étant inscrit dans la coupe horizontale d'un Vaisseau, déterminer le point de la quille où il faut planter le Mât.

SOLUTION.

Ayant trouvé par l'Article III. du Chapitre précédent la direction ωp de la résistance composée de toutes les

Fig. VIII.

D

résistances que trouvent les parties du Vaisseau ; prolongez cette direction πp jusqu'à ce qu'elle rencontre la quille & le point de rencontre θ sera celui où il faudroit planter le Mât si la direction de l'effort ou résistance composée que trouve le Vaisseau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ de section n'est pas toujours le même , il faut chercher quelle est l'inclinaison de la quille à la direction de son mouvement, lorsque ce point θ est le plus près de la prouë , ce qui arrive lorsque la quille fait un fort petit angle avec la direction du mouvement; ensuite il faut reculer le même point vers la poupe jusqu'à ce que la plus grande résistance du gouvernail puisse augmenter la résistance de la poupe au point que la direction de l'effort composé de toutes les résistances puisse encore passer par ce point reculé θ .

Mais comme ce point θ est fort écarté du milieu de la quille , & que le gouvernail n'a pas toute la force nécessaire pour le rapprocher du milieu , l'on approche le point θ le plus près qu'il est possible du milieu lorsqu'il n'y a qu'un Mât , & par le moyen des manœuvres l'on rapproche la vergue , & par conséquent la voile plus ou moins de la poupe ou de la prouë, suivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaisseau par rapport à la quille.

ARTICLE IV.

Déterminer le point θ de la quille le plus avantageux pour y planter le Mât, lorsque la section horisontale du Vaisseau est terminée par plusieurs arcs de cercle.

SOLUTION.

Fig. XII.

Ayant déterminé dans l'Article V. du Chapitre pré-

cèdent la direction TX de la résistance composée que trouve la section horizontale du Vaisseau ; prolongez cette direction TX jusqu'à ce qu'elle rencontre la quille en un point θ : Ce point θ seroit celui dans lequel il faudroit planter le Mât, si la direction TX de la résistance composée que trouve le Vaisseau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ n'est point fixe, & qu'il faut planter le Mât dans un point fixe,

Il faut chercher quelle est la direction du mouvement par rapport à la quille, dans laquelle le point θ est le plus près qu'il est possible de la prouë, & reculer ce point θ jusqu'à ce que la plus grande résistance du gouvernail puisse augmenter la résistance de la poupe au point que la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau avec son gouvernail puisse encore passer par ce point reculé θ , alors on pourra mettre le Mât dans ce point θ s'il n'est point trop écarté du milieu du Vaisseau.

Mais si ce point θ quoique reculé, étoit encore trop écarté du milieu du Vaisseau, l'on pourroit encore le rapprocher un peu du milieu ; mais dans ce cas il faudroit par le moyen des manœuvres retirer les vergues vers la poupe ou la prouë suivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaisseau par rapport à la quille.

COROLLAIRE.

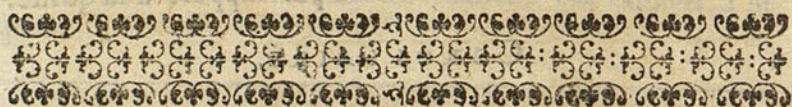
Il suit des quatre Articles précédens qu'il faut mettre le Mât entre le milieu du Vaisseau & la prouë, sans pourtant trop l'écarter du milieu ; car si on l'écartoit trop du milieu, il ne pourroit point mettre en équilibre sur lui la résistance que trouve le Vaisseau lorsque la direction de cette résistance passe près du milieu, sçavoir lorsque la direction du mouvement du Vaisseau fait avec la quille un angle qui approche de l'angle droit.

S C H O L I E.

Si l'on connoissoit exactement la figure d'un Vaisseau, il est évident que l'on pourroit de cette manière déterminer le point le plus avantageux pour poser le Mât. Mais les gabaris des vaisseaux sont si différens qu'il faudroit un modele de chaque Vaisseau pour y déterminer ce point.

Comme il est trop difficile de déterminer l'effort composé ou résistance composée de toutes les résistances que trouvent les figures terminées par plusieurs courbes, je crois qu'il vaudroit beaucoup mieux regarder les Vaisseaux comme des solides terminez par plusieurs plans; car alors sans beaucoup de Géometrie l'on pourroit déterminer par l'Article III. de Chapitre II. la direction de l'effort composé ou résistance composée que le fluide fait contre les sections horisontales du Vaisseau, & par conséquent contre tout le Vaisseau lorsque toutes ses faces sont perpendiculaires aux sections horisontales.

Enfin si les faces du Vaisseau ne sont point perpendiculaires à la section horisontale, il faudra chercher les résistances que le fluide fera perpendiculairement à ces faces, & chercher ensuite ce qu'il en résulte horisontalement à toutes ces faces.



C H A P I T R E IV.

Où l'on examine quelle doit être la situation des Mâts, leur hauteur & leur nombre.

Nous avons vû dans le Chapitre précédent quelle étoit la manière de poser le Mât d'un Vaisseau lorsqu'il n'y en a qu'un; mais comme le gouvernail auquel

il faut avoir recours pour mettre la résistance de l'eau en équilibre sur ce Mât unique, retarde le fillage du Vaisseau. Voyons si nous ne pourrions point appercevoir quelque avantage dans la pluralité des Mâts.

Il est évident 1°. qu'en mettant plusieurs Mâts sur un Vaisseau, l'on peut toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sans le secours d'un gouvernail; car si le Vaisseau trouve plus de résistance du côté de l'avant que du côté de l'arrière, il n'a qu'à prendre plus de vent avec les voiles des Mâts d'avant qu'avec celles des Mâts d'arrière; de cette manière l'on pourra toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sur le centre de force de tous les Mâts.

2°. L'on peut prendre plus de vent avec plusieurs Mâts qu'avec un seul, à moins que le seul Mât qu'on mettroit ne récompensât par sa hauteur, & par la grandeur de ses voiles, le grand nombre de voiles qu'on peut mettre sur plusieurs Mâts. Mais dans ce cas le Mât deviendrait trop élevé & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour faire pancher le Vaisseau, & même pour le faire capot, comme il est arrivé plusieurs fois; & les vergues devenant trop longues, sortiroient trop hors le Vaisseau, & rendroient par conséquent les manœuvres trop difficiles.

ARTICLE I.

Les intervalles des Masts doivent être comme les sommes des demi-vergues ou des vergues qui passent par ces intervalles.

DEMONSTRATION.

Soit un Vaisseau quelconque dont les Mâts sont placés dans des points quelconques A, G, M, & dont les

Fig. XII. *

D iij

vergues soient RB , CI , DQ attachées aux Mâts par leurs milieux ; ensorte que AB , GI , MQ soient les demi-vergues.

Quelque soit la hauteur des Mâts, il est clair que si l'on veut profiter de la grandeur des voiles, il faut 1°. qu'elles ne laissent point échapper le vent.

2°. Qu'elles ne se couvrent point les unes les autres.

Pour cela il faut que la ligne BC qui passe par l'extrémité B de la vergue d'artimon, & par l'extrémité C de la grande vergue, soit parallele à la ligne ID qui passe par l'extrémité I de la grande vergue, & par l'extrémité D de la vergue de misene, lorsque toutes les vergues sont paralleles. Car cela posé, le vent qui souffleroit suivant BC , ID , seroit reçu sur toutes les voiles qui n'en laisseroient point échapper. Voyons maintenant quelles doivent être pour cela les distances des Mâts.

Puisque les vergues RB , CI , DQ , sont paralleles, & que les lignes BC , ID du vent sont aussi paralleles, les quatre triangles BAE , CGE , IGF , DMF seront semblables.

L'on aura donc $CG : GI :: EG : GF$,

Mais $CG = GI$ donc $EG = GF$,

L'on aura $AB : AE :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG : EG$,

L'on aura aussi $CG : EG = GF :: DM : FM$.

Donc $CG + DM : GF + FM :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG + DM : GF + FM$.

C'est-à-dire, que les intervalles des Mâts sont comme les sommes des demi-vergues qui passent par ces intervalles, ou pour mieux dire, qui sont adjacentes à ces intervalles.

ARTICLE II.

Lorsque les voiles d'un même Vaisseau sont semblables,

les longueurs des vergues sont comme les hauteurs des Mâts.

D E M O N S T R A T I O N.

Les longueurs des vergues sont comme les largeurs des voiles, ou plutôt sont égales aux largeurs des voiles.

Mais puisque les voiles sont semblables, les largeurs des voiles sont comme leurs longueurs. Mais les longueurs des voiles devant occuper les hauteurs des Mâts, sont comme les hauteurs des Mâts.

Donc les longueurs des vergues sont comme les hauteurs de leurs Mâts. *Ce qu'il falloit démontrer.*

C O R O L L A I R E.

Donc les intervalles des Mâts sont comme les sommes des Mâts adjacents à ces intervalles, quand les voiles sont semblables. Car pour lors les vergues étant comme les hauteurs des Mâts, les sommes des vergues sont comme les sommes des Mâts. Mais nous avons vû que les intervalles des Mâts sont comme les sommes des vergues adjacentes. Donc ces intervalles sont comme les sommes des Mâts adjacens.

Comme il est assez ordinaire de faire des voiles semblables, sur tout les voiles des huniers & les voiles basses du grand Mât & du Mât de misene, je supposerai toujours dans la suite que les longueurs des vergues sont comme les hauteurs des Mâts.

A R T I C L E I I I.

Les distances SP, QP, RP des Mâts au point P, par lequel doit passer leur centre de force étant données, déterminer le meilleur rapport dans lequel on puisse faire les hauteurs de ces Mâts.

Fig. XIV.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de rapports dans lesquels les Mâts étant faits leur centre de force passera toujours par le point P, les Mâts étant toujours aux points S.Q.R. Il n'y a cependant qu'un seul rapport dans lequel ces Mâts puissent être faits le plus avantageusement qu'il est possible; & c'est ce meilleur rapport qu'il faut déterminer.

Pour trouver ce meilleur rapport, il faut sçavoir qu'il ne suffit pas que le centre de force des Mâts passe par le point P, mais il faut encore que les intervalles des Mâts soient comme les sommes des vergues qui sont aux extrémités de ces intervalles. 2°. Que les hauteurs des voiles soient comme les hauteurs des Mâts, ainsi qu'on le pratique, du moins dans les trois huniers & dans le grand Mât, & le Mât de misene. Cela posé, si l'on prend pour les hauteurs des Mâts leur partie qui est hors le Vaisseau.

$$\text{Soit } \left\{ \begin{array}{l} \text{la hauteur du grand Mât} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = x \\ \text{la hauteur du Mât de misene} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = y \\ \text{la hauteur du Mât d'artimon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = z. \end{array} \right.$$

$$\text{Soit aussi } \left\{ \begin{array}{l} \text{la longueur de la vergue du grand Mât} \quad . \quad . \quad = V \\ \text{la longueur de la vergue de misene} \quad . \quad . \quad = u \\ \text{la longueur de la vergue de fougue d'artimon} \quad . \quad = v \end{array} \right.$$

$$\text{Soit enfin } \left\{ \begin{array}{l} \text{la distance QP du grand Mât au point P} \quad . \quad . \quad = r \\ \text{la distance SP du Mât de misene au point P} \quad = p \\ \text{la distance RP de l'artimon au point P} \quad . \quad . \quad = q \end{array} \right.$$

$$\text{L'on aura } \left\{ \begin{array}{l} \text{la distance QS du grand Mât au Mât de misene} = r + p \\ \text{la distance QR du grand Mât à l'artimon} \quad . \quad = q - r \end{array} \right.$$

Mais suivant l'Article I. ces intervalles $r + p$, $q - r$ de Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues

vergues qui sont aux extrémités de ces intervalles.

On aura donc $r + p : q - r :: V + u : V + v$.

Mais les voiles étant semblables, l'on aura les longueurs V, u, v , des vergues comme les hauteurs x, y, z des Mâts. Et par conséquent $V + u : V + v :: x + y : x + z$.

Donc $r + p : q - r :: x + y : x + z$,

ce qui donne $rx + px + rz + pz = qx - rx + qy - ry$

$$\text{d'où l'on tire } \begin{cases} x = \frac{qy - ry - rz - pz}{p + r - q} \\ y = \frac{rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{cases}$$

Mais le centre de force des trois Mâts $x : y : z$ devant se trouver au point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau, il faut que l'énergie du Mât de Misene y qui se trouve d'un côté de ce point soit égale à la somme des énergies du grand Mât x , & du Mât d'Artimon z qui se trouvent tous deux de l'autre côté du même point P.

Mais puisque par l'hypothèse les longueurs des vergues, & par conséquent les largeurs des voiles, sont comme les hauteurs des Mâts, & que les hauteurs des voiles doivent être aussi comme les hauteurs des Mâts, il est évident que les surfaces des voiles seront comme les quarrés des hauteurs des Mâts, & par conséquent les efforts que le vent fera contr'elles seront aussi comme les quarrés des hauteurs des Mâts.

On pourra donc prendre les quarrés xx, yy, zz des hauteurs des Mâts x, y, z , pour les efforts que le vent fait contre les voiles de ces Mâts.

Donc si l'on multiplie ces quarrés xx, yy, zz des Mâts par leurs distances QR, SP, RP ou r, p, q au point P.

On aura le produit $\begin{cases} rxx. \text{ pour l'énergie du grand Mât,} \\ ppy. \text{ pour l'énergie du Misene,} \\ qzz. \text{ pour l'énergie de l'Artimon,} \end{cases}$

E

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de misere doit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'artimon.

On aura donc cette égalité ,

$$pyy = rxx + qzz$$

$$\text{Mais nous avons trouvé } \begin{cases} x = \frac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \frac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{cases}$$

quarrant ces deux égalitez l'on aura ,

$$1^e. xx = \frac{qqy^2 - 2qry^2 + r^2y^2 - 2qryz + 2r^2yz + rrzz - 2pqyz + 2pryz + 2przz + p^2z^2}{p + 2r - q^2}$$

$$2^e. yy = \frac{4qr + 4pr + pp - 4qr - 2pq + qq \cdot xx + 4rr + 6pr - 2qr + 2pp - 2pq \cdot xz + r + p^2 \cdot xzz}{qq - 2qr + rr}$$

Maintenant si l'on substitue l'une après l'autre , ces valeurs de xx & de yy dans l'équation $pyy = rxx + qzz$.

L'on aura les deux égalitez suivantes. Donc l'une ne contiendra point de x & l'autre point de y .

$$3^e. pyy - qzz \times p + 2r - q^2 = rqqy^2 - 2qr^2y^2 + r^3yy - 2qr^2yz + 2r^3yz + r^3zz - 2pqryz + 2prryz + 2prrzz + rppzz.$$

$$4^e. rxx + qzz \cdot X \cdot qq - 2qr + rr = 4pr^2x^2 + 4pprx^2 + p^3x^2 - 4pqr x^2 - 2p^2qx^2 + q^2x^2p + 4prrxz + 2pprxz - 2pqr xz + prrzz + 4pprxz + 2p^3xz - 2ppq xz + 2pprzz + p^3zz.$$

Si l'on ordonne la premiere de ces deux équations par rapport à y , & la seconde par rapport à x , l'on aura,

$$5^{\circ}. yy.X \left\{ \begin{array}{l} \overline{p+2r-q}^2.X.p \\ -rqg \\ +2qrr \\ -r^3 \end{array} \right. + y.X \left\{ \begin{array}{l} +2qrrz \\ -2r^3z \\ +2pqrz \\ -2prrz \end{array} \right. = zz.X \left\{ \begin{array}{l} \overline{p+2r-q}^2.Xq \\ +r^3 \\ +2prr \\ +rp^2. \end{array} \right.$$

$$6^{\circ}. xx.X \left\{ \begin{array}{l} +qqr \\ -2qrr \\ +rrr \\ -4prz \\ -4ppr \\ -p^3 \\ +4prq \\ +2ppq \\ -pqg \end{array} \right. + x.X \left\{ \begin{array}{l} -4prrz \\ -2pprz \\ +2pqrz \\ -4pprz \\ -2p^3z \\ +2ppqz \end{array} \right. = zz.X \left\{ \begin{array}{l} -q^3 \\ +2qqr \\ -qrr \\ +prz \\ +2ppr \\ +p^3. \end{array} \right.$$

La premiere de ces deux égalitez nous fournira la valeur de y , & la seconde nous fournira la valeur de x , dans lesquelles valeurs il n'y aura point de x . ni de y . sçavoir,

$$7^{\circ}. y = \sqrt{\frac{\overline{p+2r-q}^2.Xqzz + \overline{r+p}^2.Xrz\zeta}{\overline{p+2r-q}^2.Xp + \overline{q-r}^2.X-r} + \frac{qrrz - r^3z + pqrz - prrz}{\overline{p+2r-q}^2.Xp + \overline{q-r}^2.X-r}}$$

$$\frac{-qrrz + r^3z - pqrz + prrz}{\overline{p+2r-q}^2.Xp + \overline{q-r}^2.X-r}$$

$$8^{\circ}. x = \sqrt{\frac{\overline{p+r}^2.Xp\zeta z + \overline{q-r}^2.X - qzz}{\overline{q-r}^2.Xr + \overline{p+2r-q}^2.X-p} + \frac{-3pr - 2r^2 + qr - pp + pq.Xpz}{\overline{q-r}^2.Xr + \overline{p+2r-q}^2.X-p}}$$

$$\frac{+3pr + 2rr - qr + pp - pq.Xpz}{\overline{q-r}^2.Xr + \overline{p+2r-q}^2.X-p}$$

$$9^{\circ}. z = z$$

Donc si l'on multiplie les seconds membres des équations 7^e, 8^e & 9^e, par $\overline{p+2r-q}^2.Xp + \overline{q-r}^2.X-r$, & qu'ensuite on les divise par z .

On aura les hauteurs $x : y : z$ des Mâts dans les rapports suivans.

x

$$\sqrt{p+r^2 \times p+q-r^2 \times q \times p+2r-q^2 \times p+q-r^2 \times -r+3p^2r+2pr^2-pqr+p^3-p^2q} \\ -3p^2r-2prr+pqr-p^3+ppq$$

y

$$\sqrt{p+2r-q^2 \times q+r+p^2 \times r \times p+r-q^2 \times p+q-r^2 \times -r+qrr+r^3-pqr-prr} \\ -qrr+r^3-pqr+prr$$

z

$$p+r-q^2 \times p+q-r^2 \times -r$$

qui font les plus avantageux pour mettre les Mâts en équilibre sur le point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE I.

Il faut remarquer que le rapport que nous venons de déterminer convient mieux aux Mâts de hunes & au perroquet d'artimon qu'au grand Mât, au Mât de Misene & à l'Artimon. Puisque l'on ne met jamais en équilibre sur le point P l'Artimon, le grand Mât & la Misene. Attendu que l'Artimon, se trouvant du même côté que le grand Mât par rapport au point P deviendrait trop petit, & seroit par conséquent incapable de gouverner le Vaisseau. L'on fait même la hauteur de l'artimon égale à la hauteur du Mât de Misene; & afin que sa voile soit la plus grande qu'il est possible sans couvrir la grande voile, l'on incline sa vergue d'environ 45°: enforte que sa voile qui est triangulaire laisse aisément passer le vent sur la grande voile.

Mais comme l'on doit cependant toujours conserver l'équilibre, on y ajoute un quatrième Mât à la prouë qui fait équilibre avec l'excès de la grandeur de la voilure d'Artimon; ou si l'on ne sçauoit se servir de la voile du

Beaupré qui est à la prouë, l'on cargue la voile basse du grand Mât jusqu'à ce que l'Artimon fasse équilibre avec le Mât de Misene.

Nous verrons ensuite de l'Article suivant dans quel rapport il faut faire la hauteur & la vergue du Beaupré, afin qu'il puisse faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon.

R E M A R Q U E II.

Comme j'ai donné la maniere de trouver la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, il est évident que l'on peut trouver le point où la Quille est coupée par la direction de cette résistance. Si on ne peut déterminer ce point géométriquement, l'on peut du moins le faire mécaniquement, sçavoir en mettant le Vaisseau que l'on veut mâter à la traîne d'un autre Vaisseau, en lui attachant le cable qui le traîne à son bord entre l'éperon & le maître Beau, car pour lors la direction de la corde coupera la Quille dans le point où la direction de la résistance que trouve le Vaisseau la coupe.

Car puisque l'effort de la corde est en équilibre avec la résistance que trouve le Vaisseau; il est clair que la direction de la corde doit être la même que la direction de la résistance que trouve le Vaisseau.

A R T I C L E IV.

Les hauteurs de trois Mâts étant données, déterminer leurs situations les plus avantageuses.

S O L U T I O N.

Quoiqu'il y ait une infinité de points dans lesquels les trois Mâts donnez étant plantez, ils pourront faire équilibre sur le point P, il n'y en a cependant que trois où

Fig. XIV.

l'on puisse les planter le plus avantageusement qu'il est possible.

Pour déterminer ces points géométriquement, il faut sçavoir qu'il ne suffit pas que les trois Mâts fassent ensemble équilibre sur le point P, c'est-à-dire, que leur centre P de force soit dans la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau; mais qu'il faut encore 1°. que les distances des Mâts soient comme les sommes des vergues qui passent par ces distances (Art. I.)

2°. Que les longueurs des vergues soient comme les hauteurs de leurs Mâts. Par l'Article II.

Mais la position du Mât de Misene étant déterminée naturellement à l'extrémité de la Quille, il n'y a que deux points où les Mâts d'Artimon & le grand Mât étant plantez.

1°. Les Mâts pourront faire équilibre sur le point P.

2°. Les intervalles des trois Mâts seront comme les sommes des vergues qui peuvent occuper ces intervalles.

3°. Les longueurs des vergues des trois Mâts seront comme les hauteurs des Mâts.

Ce sont donc ces deux points avec l'extrémité de la Quille qui sont les trois points les plus avantageux pour poser les trois Mâts. Ainsi ce sont eux qu'il s'agit de trouver. Pour cela.

Soit la hauteur du grand Mât	. . .	= g
La hauteur du Mât de Misene	. . .	= m
La hauteur du Mât d'Artimon	. . .	= a

La longueur de la vergue du grand Mât	= V
La vergue du Mât de Misene	= v
La vergue d'Artimon	= v

La distance QP du grand Mât au point P	= x
La distance SP du Mât de Misene au point P	= y
La distance PR du Mât d'Artimon au point P	= z

On aura $\left\{ \begin{array}{l} \text{La distance QS du grand Mât au Mât de Misene} = x + y \\ \text{La distance QR du grand Mât au Mât d'Artimon} = z - x \end{array} \right.$

Mais suivant l'Article I. les intervalles QS, QR des Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues qui doivent occuper ces intervalles. L'on aura donc

$$QS = x + y : QR = z - x :: V + u : V + v$$

Mais les longueurs $V : u : v$ des vergues étant comme les hauteurs $g : m : a$ des Mâts.

$$\text{On aura } V + u : V + v :: g + m : g + a.$$

Donc $x + y : z - x :: g + m : g + a$,
ce qui donne cette égalité,

$$gz + mz - gx - mx = gx + gy + ax + ay$$

D'où l'on tire,

$$x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$$

$$y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$$

$$z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$$

Mais le centre de force des trois Mâts devant se trouver au point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau ; il faut que l'énergie du Mât de Misene qui est d'un côté de ce point P soit égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon qui sont de l'autre côté de ce même point P.

Mais puisque les longueurs des vergues sont comme les hauteurs des Mâts, si l'on fait les hauteurs des voiles comme les hauteurs des Mâts, & les largeurs des voiles comme les longueurs des vergues, ainsi qu'on le pratique ; les surfaces des voiles seront comme les quarrés des hauteurs des Mâts, & par conséquent les efforts que le vent fera contr'elles seront aussi comme les quarrés des hauteurs de leurs Mâts.

Cela posé, l'on pourra toujours prendre les quarrés des hauteurs des Mâts pour les efforts que le vent fait contre leurs voiles.

Ainsi multipliant les quarrés gg , mm , aa des hauteurs des Mâts par leurs distances x , y , z au point P sur lequel les puissances des Mâts doivent être en équilibre, l'on aura,

$$g^2x = \text{à l'énergie du grand Mât,}$$

$$m^2y = \text{à l'énergie du Mât de Misene,}$$

$$aaz = \text{à l'énergie du Mât d'Artimon.}$$

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de Misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon. L'on aura donc cette égalité,

$$m^2y = g^2x + a^2z$$

Maintenant si l'on substitue dans cette équation la va-

leur de $x = \frac{gz + m\chi - gy - ay}{a + 2g + m}$ que nous avons trouvée.

On aura

$$am^2y - a^3z + 2gm^2y - 2ga^2z + m^3y - ma^2z = g^3\chi + g^2mz - g^3y - g^2ay$$

D'où l'on tire,

$$1^{\circ}. y = \frac{g^3z + g^2m\chi + a^3z + 2ga^2z + ma^2z}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}$$

$$2^{\circ}. z = \frac{am^2y + 2gm^2y + m^3y + g^3y + ag^2y}{g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + a^2}$$

Substituant aussi dans la même équation $mm^2y = g^2x + a^2z$

la valeur de $y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$ que nous avons trouvée.

On aura $m^2g\chi + m^3\chi - 2m^2gx - m^3x - am^2x = ag^2x + g^3x + a^3x + ga^2x$ de laquelle on tire cette équation,

$$3^{\circ}. x = \frac{m^2g\chi + m^3\chi - a^3\chi - ga^2\chi}{ag^2 + g^3 + 2m^2g + m^3 + am^2}$$

Substituant de même dans l'équation $mm^2y = g^2x + a^2z$ la

la valeur de $z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$ l'on aura

$a^3x + 2ga^2x + ma^2x + a^3y + a^2gy = gm^2y + m^3y - g^3x - mg^2x$
de laquelle on tire.

$$4^{\circ}. x = \frac{gm^2y + m^3y - a^3y - a^2gy}{a^3 + 2ga^2 + ma^2 + g^3 + mg^2}$$

Les seconds termes des deux équations numérotées 1^o. & 3^o. ayant tous deux même dénominateur & étant multipliés tous deux par z , l'on aura cette analogie,

$$y : x :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + ma^2 : m^2g + m^3 - a^3 - ga^2$$

Les seconds termes des équations numérotées 2^o. & 4^o. ayant aussi toutes deux même dénominateur & étant multipliés par y , l'on aura cette analogie,

$$x : z :: gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2.$$

Multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura,

$$y : z :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + maa : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2.$$

Donc les distances QP : SP : RP ou $x : y : z$ des trois Mâts donnez sont dans des rapports connus, sçavoir ;

$$\frac{x}{y} : \frac{y}{z} :: \left\{ \begin{array}{l} \frac{gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g}{g^3 + g^2m + 2ga^2 + ma^2 + a^3} : \\ \frac{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2} \end{array} \right.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Comme les rapports des indéterminez x , y , z sont trouvez, il est évident que si l'on détermine celle que l'on voudra de ces trois indéterminées, les deux autres seront aussi déterminées.

Mais les Mâts devant être les plus écartez qu'il est possible, afin que leurs voiles ne se couvrent point les unes les autres ; il faut nécessairement poser un des trois Mâts à l'extrémité de la Quille, ce qui détermine sa distance au

point P, & par conséquent aussi les distances des deux autres Mâts au même point P.

Donc en plaçant un des Mâts à l'extrémité de la Quille du côté de la Prouë, les distances des trois Mâts seront déterminées par l'Article précédent, de telle sorte qu'ils seront posez le plus avantageusement qu'il est possible.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs du grand Hunier, du Hunier de Misene, & du Perroquet de Fougue, c'est-à-dire d'Artimon sont données; & qu'on les veuille mettre en équilibre sur le point P, en sorte que leurs distances soient les plus avantageuses qu'il est possible, afin qu'ils ne laissent point échapper le vent. Comme la position du Mât de Misene est déterminée à l'extrémité de la Quille vers la Prouë, la distance de son Hunier au point P est donnée, & par conséquent les distances du grand Hunier & du Perroquet d'Artimon au point P sont aussi déterminées par l'Article précédent, en sorte que ces trois Huniers seront placez le plus avantageusement qu'il est possible.

COROLLAIRE III.

Si les voiles des trois Huniers sont en équilibre sur le point P, il est évident que si l'on veut mettre aussi les voiles des trois grands Mâts en équilibre sur le même point P; il faudra faire les voiles des trois grands Mâts dans le même rapport que les voiles des Huniers.

Mais les voiles des Huniers étant semblables sont entr'elles comme les quarez de leurs bases, c'est-à-dire, comme les quarez des vergues qui les bordent par le bas.

Donc les surfaces des voiles des trois grands Mâts doivent être comme les quarez des vergues qui bordent les voiles de leurs Huniers.

Mais les voiles du Hunier de Misene, du grand Hunier, & du Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue sont bor-

dées par la vergue de Misene, la grande vergue, & la vergue de Fougue.

Donc si l'on veut mettre les voiles du Mât de Misene, du grand Mât & du Mât d'Artimon en équilibre sur le point P, il faut que leurs surfaces soient comme les quarez des vergues de Misene, du grand Mât, & de Fougue.

Mais si l'on envergue les voiles basses à ces vergues, & que les hauteurs des Mâts soient comme les longueurs de ces vergues, les voiles seront comme les quarez des longueurs de ces vergues, auxquelles elles sont enverguées. C'est-à-dire, comme les quarez des vergues qui bordent les voiles des Huniers; ou comme les surfaces des voiles des Huniers, qui sont en équilibre entr'elles.

Donc si l'on veut mettre les voiles basses des trois grands Mâts en équilibre sur le point P, sur lequel les voiles des trois Huniers sont en équilibre, il faut que les hauteurs du Mât de Misene, du grand Mât, & du Mât d'Artimon soient entr'elles comme les longueurs de la vergue de Misene, de la grande vergue, & de la vergue de Fougue, ou comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune qui sont comme ces vergues.

COROLLAIRE IV.

Donc si les voiles du grand Mât, & du Mât de Misene sont entr'elles comme les voiles de leurs Huniers; mais que la voile d'Artimon ne soit point à celle de son Perroquet comme la voile du grand Mât est à celle de son Hunier. Les voiles basses ne seront point en équilibre sur le point P, où les voiles de leurs Huniers sont en équilibre.

Comme les hauteurs du Mât de Misene & du grand Mât, sont entr'elles comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune, leurs voiles seront dans la même raison, avec les voiles de leurs Huniers.

Mais le Mât d'Artimon n'est point au grand Mât comme la hauteur du Hunier d'Artimon est à la hauteur du grand

Hunier; outre cela la voile d'Artimon n'est point enverguée à la vergue de Fougue qui borde la voile du Hunier d'Artimon, mais elle est beaucoup plus longue. Donc la voile d'Artimon & la voile du grand Mât ne feront point entr'elles comme les voiles de leurs Huniers.

Donc la voile de Misene, la grande voile & la voile d'Artimon ne feront point en équilibre sur le point P où les voiles des Huniers de Misene, du grand Mât, & d'Artimon sont en équilibre.

C'est pourquoi si l'on veut rétablir l'équilibre sur le point P, il faudra augmenter la voilure de l'avant dans le rapport que nous allons déterminer, après avoir fait les remarques suivantes sur la voilure de l'Artimon & celle du Beaupré.

R E M A R Q U E.

Comme l'Artimon & le Beaupré doivent servir comme de gouvernail pour tenir le Vaisseau dans une direction donnée, il faut que les voilures de ces Mâts ne soient point trop petites; autrement le Vaisseau n'en sentiroit point assez la force, & il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit le fillage du Vaisseau.

Mais en faisant le Mât d'Artimon d'une certaine élévation par exemple, égal au Mât de Misene (je prends les longueurs des Mâts depuis le pont jusques aux hunes, c'est-à-dire, que je prends les parties des Mâts qui sortent du vaisseau pour les véritables hauteurs des Mâts) il couvrirait le grand Mât & le rendroit non-seulement inutile, mais le centre de force des Mâts se trouvant trop à l'arrière, il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit encore le fillage du Vaisseau.

Pour remédier à cet inconvenient qui naîtroit de la hauteur du Mât d'Artimon, & pour avoir cette hauteur considérable, afin de pouvoir mieux manier le Vaisseau; on ne fait point la vergue de l'Artimon parallele aux autres

vergues, mais on l'incline de 45° . ou environ, en sorte que le vent peut toujours passer sur les voiles des autres Mâts malgré la hauteur du Mât d'Artimon, & malgré la grandeur de sa voile qui est un triangle rectangle isoscèle dont l'hypothénuse est occupée par la vergue inclinée de 45° .

Cela posé, l'on pourra faire la hauteur du Mât d'Artimon égale à la hauteur du Mât de Misène. Et comme sa voile est triangulaire, l'on pourra faire sa surface égale à la moitié de la voile de Misène & même égale à la moitié de la voile du grand Mât.

Pour la voilure du Beupré, il faut remarquer qu'elle doit faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon, c'est-à-dire, avec ce que le Mât d'Artimon a trop de voilure pour faire équilibre avec le grand Mât & le Mât de Misène sur le point P. Voyons donc quel est l'excès de la voilure d'Artimon.

Nous avons vû que pour mettre l'équilibre entre les Mâts, il falloit que les voiles basses fussent comme les hautes, c'est-à-dire, que la voile du Hunier du grand Mât fût à la voile du grand Mât comme la voile du Hunier d'Artimon est à la voile d'Artimon, lorsque les voiles hautes sont en équilibre sur le point P.

Donc si l'on appelle m la voile du grand Mât, μ la voile de son Hunier, p la voile d'Artimon, π la voile de son Hunier ou Perroquet. Si l'on veut que les Mâts inférieurs fassent équilibre comme les supérieurs, On aura $m : \mu :: p : \pi$, ou $\mu : \pi :: m : p$:

Mais $\mu : \pi ::$ le carré du grand hunier : est au carré du Perroquet d'Artimon, parce que les voiles étant semblables, sont comme les quarrés de leurs hauteurs.

Donc $m : p ::$ le carré du grand hunier : est au carré du Perroquet d'Artimon.

Ainsi en appellant h le grand Hunier, & f le Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue, l'on aura $m : p :: hh : ff$.

D'où l'on tire $p = \frac{mff}{bb}$.

C'est-à-dire, que la voile p d'Artimon doit être égale $\frac{mff}{bb}$ pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle du Mât de Misene.

Mais si l'on fait la voile p d'Artimon égale à la moitié de la grande voile, la voile d'Artimon fera trop grande pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle de Misene, de toute la quantité dont $\frac{m}{2}$ ou la moitié de la grande voile surpasse $\frac{mff}{bb}$ qui est la grandeur que devoit avoir la voile d'Artimon pour faire l'équilibre dont nous venons de parler.

Il faut donc augmenter la voilure de l'avant de telle sorte que l'augmentation fasse équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$ qui est l'excès dont la moitié de la grande voile, ou dont la voile d'Artimon surpasse la grandeur qu'elle devoit avoir.

Or, cette augmentation de la voilure de l'avant ne se peut faire que par l'addition d'un Mât que l'on nomme Beaupré, lequel on incline afin qu'il faille hors le Vaisseau, & que sa voile soit par conséquent plus écartée du Mât de Misene qui la couvrirait si elle en étoit trop proche. Il s'agit donc de déterminer la grandeur de la voile du Beaupré afin qu'elle puisse faire équilibre avec la puis-

sance $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$. C'est ce que je vais faire.

ARTICLE V.

Déterminer la voilure du Beupré.

On fait ordinairement saillir le Beupré de manière que l'Eperon se trouve à peu près au milieu de ce Mât.

Connoissant donc la distance de l'Eperon au Mât de Misene, le double de cette distance sera la distance du Mât de Misene à la Hune du Beupré, ou ce qui est le même, la distance du Mât de Misene au point d'attache de la vergue de Beupré.

Mais nous avons vû que les distances des Mâts, ou ce qui est le même, les distances des vergues doivent être comme les sommes des vergues qui passent par ces distances. Fig. XIV.

Donc si l'on appelle V la vergue du grand Mât,

u la vergue de Misene,

q la vergue de Beupré.

Si l'on appelle b la distance SQ du Mât de Misene au grand Mât, laquelle est trouvée: c , la distance de la vergue de Beupré au Mât de Misene laquelle est donnée.

On aura $b : c :: V + u : u + q$,

Et par conséquent $bu + bq = cV + cu$,

D'où l'on tire $q = \frac{cV + cu - bu}{b}$.

Maintenant si l'on nomme d la distance de la vergue de Beupré au point P sur lequel il faut que les Mâts soient en équilibre.

Et si l'on nomme l la distance RP du Mât d'Artimon au point P , & s la hauteur de la voile de Beupré.

L'on aura $sq = \frac{scV + scu - sbu}{b}$ pour la surface de la Si-

vadiere ou voile de Beupré, parce que nous avons appelé q la vergue de Beupré.

Et multipliant cette surface par sa distance d , au point P le produit $dsq = \frac{dscv + dscu - dsbu}{b}$ fera l'énergie que la voile de Beupré a sur le point P.

Mais puisque les voiles du Beupré doivent être en équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bh}$ qui est l'excès de la voile d'Artimon, il faut que l'énergie de cet excès soit égale à l'énergie de la voile du Beupré.

Il faut donc multiplier cet excès $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bh}$ de la voile d'Artimon par la distance l , au point P, & le produit $\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bh}$ fera l'énergie de cet excès qui doit être égale à l'énergie du Beupré, ce qui donne cette égalité.

$$\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bh} = \frac{dscv + dscu - dsbu}{b}.$$

D'où l'on tire $s = \frac{\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bh} \times b}{dscv + dscu - dsbu}$ qui est la hauteur de la Sivadiere ou voile de Beupré.

Donc il faut incliner le Mât de Beupré de manière que l'on y puisse mettre une voile dont la hauteur soit

$$= s = \frac{\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bh} \times b}{dscv + dscu - dsbu}.$$

Et que la longueur q de sa vergue soit $= \frac{cv + cu - bu}{b}$

Comme la longueur de l'Eperon est toujours donnée, la distance c de la vergue de Beupré est aussi donnée, puisqu'on la fait double de la longueur de l'Eperon: c'est-à-dire, double de la distance de l'Eperon au Mât de Misene, il est évident que toutes les grandeurs qui se trouvent dans les valeurs de s & de q sont connus.

C'est-

C'est-à-dire, que l'on connoît quelle doit être la longueur q de la vergue de Beupré, & quelle doit être la hauteur s de sa voile, & par conséquent quelle doit être l'élévation du Beupré, puisque cette élévation doit per-

mettre une voile dont la hauteur soit $s = \frac{\frac{lm}{a} - \frac{lmff}{bh}}{dcV + dcu - dbu} \times b$

ARTICLE VI.

Quel doit être le nombre des Mâts.

Il y a des Vaisseaux où l'on ne met que deux Mâts, comme dans les Balandres; d'autres où l'on n'en met qu'un, comme dans certains Hyaks d'Angleterre; mais dans tous les grands Vaisseaux qui ont besoin de vitesse l'on met toujours quatre Mâts inférieurs, sçavoir le grand Mât, le Mât de Misene, l'Artimon & le Beupré; sur ces quatre Mâts l'on ente quatre Mâts de Hune, dont deux se nomment Perroquets; sçavoir le Mât de Hune d'Artimon qui se nomme Perroquet de Fougue, & le Mât de Hune de Beupré qu'on nomme Perroquet de Beupré.

On ente aussi des Perroquets sur les Mâts de Hune, du grand Mât, & du Mât de Misene.

1°. Si l'on fait attention que la voilure élevée est excellente dans un beau tems, & très-mauvaise dans un tems gros, l'on appercevra tout d'un coup les avantages des Mâts de Hunes dont on peut amener les voiles dans un mauvais tems & dont l'on peut se servir dans le beau.

2°. Si l'on remarque que l'usage de la voilure est non-seulement de faire avancer le Vaisseau, mais aussi de le gouverner, & qu'ainsi il faut qu'il y ait des voiles que l'on puisse manier facilement; l'on sentira la nécessité de mettre quatre Mâts inférieurs.

Car si l'on ne mettoit que deux Mâts dans un Vaisseau, il faudroit que ces deux Mâts pussent recevoir autant de vent que quatre, autrement ils n'auroient pas les mêmes avantages que quatre Mâts. Il faudroit donc que les voiles de ces deux Mâts fussent aussi grandes que les voiles des quatre Mâts, sçavoir du grand Mât, du Mât de Misene, du Mât d'Artimon & du Beupré.

Mais les voiles de ces deux Mâts étant trop grandes, on ne pourroit point 1^o. les manier comme l'on fait la voile d'Artimon, dans les différentes manœuvres. 2^o. La voilure deviendrait trop élevée & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour renverser le Vaisseau.

Donc quatre Mâts sont plus avantageux que deux, lorsque les Vaisseaux sont grands, & que l'on peut mettre les Mâts à une distance suffisante les uns des autres pour qu'ils puissent tous recevoir le vent.

On trouve par la même raison, plus d'avantage dans quatre Mâts que dans deux. Car premierement la voilure du Beupré ne nuisant point à la voilure des autres Mâts, il est évident qu'on ne peut le retrancher sans perdre gratuitement tous les avantages qu'on en pourroit tirer. Mais l'on trouve beaucoup plus d'avantage dans les trois autres Mâts que dans deux, attendu qu'avec trois Mâts l'on peut faire les voiles du grand Mât & celle du Mât de Misene fort grandes, & que l'on peut réserver le Mât d'Artimon pour gouverner le Vaisseau dans un gros tems, lorsqu'on ne peut pas se servir des autres Mâts, & même pour le gouverner dans un beau tems.

On m'objectera que la grande voile demeure souvent inutile, sçavoir lorsque l'on a le vent en poupe, ou qu'il ne fait qu'un petit angle avec la Quille du Vaisseau ; & qu'ainsi il faudroit reculer le grand Mât, & par conséquent retrancher le Mât d'Artimon qui en seroit trop près, parce qu'en reculant le Mât d'Artimon, l'on pourroit nuire à la barre du gouvernail qui a besoin d'être longue.



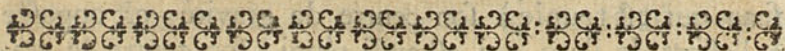
Je réponds à cela que dans ce cas la voile d'Artimon reçoit le vent comme celle du grand Mât le recevrait si le grand Mât étoit en la place de l'Artimon, car la voile du grand Mât n'étant que double de celle d'Artimon, l'on ne pourroit tout au plus, que recevoir une fois plus de vent avec le grand Mât qu'avec l'Artimon. Je dis plus, qu'on ne pourroit recevoir plus de vent avec la voile du grand Mât reculé qu'on n'en reçoit avec la voile d'Artimon. Car dans ce cas, la voile du grand Mât devant faire l'office de la voile d'artimon, il la faudroit faire plus petite pour la rendre plus facile à manier.

Donc quand les Vaisseaux sont grands, il faut mettre quatre Mâts, sçavoir le grand Mât, le Mât de Misene, le Mât d'Artimon & le Mât de Beaupré, sur lesquels on ente des Mâts de Hune, & sur les Mâts de Hune du grand Mât & du Mât de Misene, l'on ente des Perroquets.

Il est évident qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre seroit inutile, & même nuisible; attendu que les voiles se couvriroient les unes les autres.

Nous avons vû dans les deux Articles précédens dans quel rapport il falloit faire les hauteurs de ces Mâts lorsque leur position est donnée; & dans quel rapport il falloit faire leurs distances au point P, quand leurs hauteurs sont données. Enfin nous avons fait voir dans quel rapport il falloit faire la hauteur du Beaupré & la longueur de sa vergue par rapport aux autres Mâts.

Fig. XL.



CHAPITRE V.

Où l'on examine quelle proportion on doit observer dans la Mâturation de differens Vaisseaux.

IL faut garder dans la Mâturation de differens Vaisseaux une proportion telle que le vent n'ait pas plus d'avan-

tage pour faire pancher un petit Vaisseau qu'un grand. Pour cela il faut examiner quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher ; & quelle est la force du vent pour le faire pancher : ensuite je déterminerai dans quel rapport doit être la hauteur des Mâts de différens Vaisseaux.

ARTICLE I.

Quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher.

Lorsqu'un Vaisseau quelconque flotte librement dans l'eau ou sur l'eau, le centre de gravité de ce Vaisseau & le centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe sont dans la même verticale.

DEMONSTRATION.

L'eau que le Vaisseau a chassé pour en occuper la place fait pour reprendre sa place un effort égal à celui que le Vaisseau a fait pour l'en faire sortir, c'est-à-dire, égal à la pesanteur du Vaisseau, en sorte que ces deux efforts sont équilibre entr'eux : mais lorsque deux forces sont en équilibre entr'elles, elles sont opposées dans leurs directions. Donc la pesanteur ou force verticale du Vaisseau qui est réunie à son centre de gravité, est opposée à l'effort de l'eau qui est aussi réuni à son centre de gravité.

Donc les centres de gravité du Vaisseau & de l'eau dont il occupe la place sont dans la même verticale.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Fig. XV. Donc si l'on fait sortir le centre de gravité P du Vais-

seau de la verticale CZ qui passe par le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupe; 1°. ce Vaisseau fera effort pour prendre une situation telle que son centre de gravité P & le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupera soient dans la même verticale CZ.

2°. L'énergie de cet effort sera égal à la pesanteur du Vaisseau multipliée par la distance CR du centre de gravité C, du volume d'eau qu'il occupe à la direction verticale RP de son centre de gravité P.

Car lorsque le centre de gravité du Vaisseau est retenu par quelque puissance hors la verticale du centre de gravité C de la place qu'il occupe; la pesanteur du Vaisseau & cette puissance sont en équilibre sur le centre de gravité C de la place que le Vaisseau occupe. Ainsi l'énergie du Vaisseau est égale à sa pesanteur multipliée par la distance CR du centre de gravité de la place que le Vaisseau occupe dans l'eau; à la direction PR du centre de gravité du Vaisseau.

ARTICLE II.

Quelle est la proportion qu'il faut observer dans la hauteur des Mâts de deux Vaisseaux semblables & semblablement chargez.

Soient deux Vaisseaux semblables & semblablement chargez dont les longueurs soient l, λ Fig. XV. & XVI.
 les largeurs r, ρ
 les hauteurs des Mâts m, μ
 les surfaces des voiles u, v
 & les pesanteurs p, π

La mâture de ces deux Vaisseaux doit être telle qu'étant exposés au même vent avec leurs voiles, l'un ne panche pas plus que l'autre.

Soient donc les deux Vaisseaux propofez exposez au même vent & également inclinez.

Comme ces deux Vaisseaux sont semblables, les places qu'ils occuperont dans l'eau seront semblables, enforte que les centres de gravité de ces Vaisseaux & des places qu'ils occuperont seront semblablement posez. L'on aura donc $CR : cr :: DE : de :: r : p :: l : \lambda$

Donc $CR : cr :: l : \lambda$

Mais puisque les Vaisseaux sont semblables $p : \pi :: l^3 : \lambda^3$ c'est-à-dire, que leurs pesanteurs sont comme les cubes de leurs longueurs.

Donc en multipliant ces deux analogies

$$p \times CR : \pi \times cr :: l^4 : \lambda^4$$

C'est-à-dire, que les énergies que des Vaisseaux ont pour reprendre leur situation naturelle sont comme les quatrièmes puissances l^4 , λ^4 de leurs longueurs, lorsqu'ils sont semblables & semblablement inclinez.

D'un autre côté puisque la force du vent est la même pour ces deux Vaisseaux, les énergies que le vent aura pour les faire panacher seront comme les surfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'est-à-dire, comme $\mu\nu$.

Mais les énergies du vent pour faire panacher ces Vaisseaux sont comme les énergies que ces Vaisseaux ont pour se redresser.

L'on aura donc $\mu\nu : \mu\nu :: l^4 : \lambda^4$.

D'où l'on tire cette formule $\mu\nu\lambda^4 = \mu\nu l^4$.

qui nous fournira le rapport qu'il doit y avoir entre les Mâts de differens Vaisseaux semblables, comme nous allons le voir dans les Corollaires suivans.

C O R O L L A I R E I.

Si les longueurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux, leurs surfaces seront comme

les quarez des longueurs des Vaisseaux, c'est-à-dire ,
qu'on aura $u : v :: ll : \lambda\lambda$.

ce qui donne $u\lambda\lambda = vll$.

& divisant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $m\lambda^2 = \mu l^2$ de laquelle on tire $m : \mu :: l^2 : \lambda^2$;
c'est-à-dire , que les hauteurs des Mâts de deux Vaisseaux
semblables doivent être comme les quarez des longueurs
des Vaisseaux , lorsque les hauteurs & les largeurs des
voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait les longueurs & les largeurs des voiles com-
me les hauteurs des Mâts.

On aura leurs surfaces $u : v :: mm : \mu\mu$

Ce qui donne $u\mu\mu = vmm$.

Et divisant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^4}{\mu\mu} = \frac{\mu l^4}{mm}$ ou $m^3\lambda^4 = \mu^3 l^4$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: l^4 : \lambda^4$.

C'est-à-dire , que quand les hauteurs & largeurs des
voiles sont comme les hauteurs des Mâts , les cubes des
hauteurs des Mâts doivent être comme les quatrièmes
puissances des longueurs des Vaisseaux que je suppose
semblables.

COROLLAIRE III.

Si les hauteurs des voiles sont comme les hauteurs des
Mâts , & leurs largeurs comme les longueurs des Vais-
seaux.

On aura les surfaces des voiles $u : v :: ml : \mu\lambda$.

Ce qui donne $u\mu\lambda = vml$.

Et divisant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^3}{\mu} = \frac{\mu l^3}{m}$ ou $mm\lambda^3 = \mu\mu l^3$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: l^3 : \lambda^3$.

C'est-à-dire, que les quarez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des longueurs des Vaisseaux quand les hauteurs des voiles sont comme les hauteurs des Mâts & leurs largeurs comme les longueurs des Vaisseaux.

ARTICLE III.

Quel rapport il faut observer dans la mâture des Vaisseaux qui sont semblables en gabarits, c'est-à-dire, en hauteur & en largeur seulement, & non en longueur.

SOLUTION.

J'appelle deux Vaisseaux *semblables en gabarits*, lorsqu'ils ont la Section perpendiculaire à la Quille où le profil du maître Beau de l'un est semblable au maître Beau de l'autre, qu'après avoir encore coupé ces deux Vaisseaux perpendiculairement à leur Quille, de manière que ces Quilles soient coupées dans la même raison, l'on trouve les Sections semblables & dans le même rapport que les Sections des maîtres Beaux.

Comme il arrive souvent de faire de tels Vaisseaux sans faire leurs longueurs dans le même rapport que leurs largeurs, il faut examiner quel rapport on doit observer dans la hauteur de leurs Mâts.

Soient deux Vaisseaux semblables en gabarits & soit

leur longueur	.	.	.	l, λ
leur largeur	.	.	.	$r : \rho$
leur pesanteur	.	.	.	$p : \pi$
la surface de leurs voiles	.	.	.	$u : v$
la hauteur de leurs Mâts	.	.	.	$m : \mu$

Puisque les Sections perpendiculaires à la Quille sont semblables,

semblables, elles seront entr'elles comme les quarréz des largeurs des Vaisseaux.

Cela posé, soient les sections moyennes de ces Vaisseaux

On aura $g : \gamma :: rr : pp$

Donc $lg : \lambda \gamma :: lrr : \lambda pp$

C'est-à-dire, que les solides $lg \lambda \gamma$ de ces Vaisseaux seront comme leurs longueurs multipliées par les quarréz de leurs largeurs.

Mais si les Vaisseaux sont chargez semblablement, leurs charges $p ; \pi$ seront comme leurs solides, c'est à-dire, comme les produits faits de leurs longueurs & des quarréz de leurs largeurs. Donc $p : \pi :: lrr : \lambda pp$.

Les parties des Sections perpendiculaires à la Quille qui enfoncent dans l'eau étant aussi semblables, les centres C, c de gravité des places que les Vaisseaux occupent dans l'eau sont semblablement posez dans les Sections correspondantes où ils se trouvent, parce que les Sections sont semblables, & que l'on suppose ces Vaisseaux semblablement posez dans l'eau.

Mais les centres de gravité des Vaisseaux se trouvent dans la même Section que les centres de gravité des volumes d'eau qu'ils occupent, & y sont semblablement posez.

Donc les distances CR, cr des centres de gravité des places que les Vaisseaux occupent dans l'eau, aux directions verticales PR, pr des centres de gravité P. p des mêmes Vaisseaux sont dans des Sections semblables, & sont entr'elles comme les largeurs des Vaisseaux ou de ces Sections. Ainsi $CR : cr :: r : p$

Mais nous avons vû que $p : \pi :: lrr : \lambda pp$

Donc l'on aura $p \times CR : \pi \times cr :: lr^3 : lp^3$

Mais $p \times CR$ & $\pi \times cr$ sont les énergies que les Vaisseaux ont pour se redresser.

Donc ces énergies sont comme les produits faits de leurs longueurs & des cubes de leurs largeurs.

D'un autre côté les efforts que fait le même vent sur deux differens Vaisseaux étant comme les surfaces des voiles, les énergies du vent pour les renverser seront comme les surfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'est-à-dire :: um , $v\mu$.

Mais puisque l'effort que fait le vent pour pancher le Vaisseau est en équilibre avec l'effort que fait le Vaisseau pour se redresser.

Il faut que l'énergie du Vaisseau soit égale à l'énergie du vent.

Donc $lrrr : \lambda ppp :: um : v\mu$

Ce qui donne cette formule $lr^3v\mu = \lambda p^3um$

Dans laquelle on peut trouver le rapport qu'il faut mettre entre les Mâts de deux Vaisseaux semblables en gabarits, comme on le va voir dans les Corollaires suivans.

COROLLAIRE I.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux, les surfaces u , v des voiles seront comme les quarrés ll , $\mu\mu$ des longueurs des Vaisseaux, c'est-à-dire, que $u : v :: ll : \mu\mu$.

Ce qui donne $vll = u\mu\mu$.

Divisant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda p^3um$.

$$\text{On aura } \frac{r^3u}{l} = \frac{p^3m}{\lambda}.$$

$$\text{D'où l'on tire } m : \mu :: \frac{r^3}{l} : \frac{p^3}{\lambda} ;$$

C'est-à-dire, que les hauteurs $m\mu$ des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaisseaux divisez par les longueurs; lorsque les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme

les largeurs r, p des Vaisseaux, l'on aura $u : v :: rr : pp$.

Et par conséquent $urr = u \rho p$

Divisant par cette égalité la formule $lr^3 v \mu = \lambda p^3 u m$

On aura $lr \mu = \lambda p m$.

D'où l'on tire $m : u :: lr : \lambda p$.

C'est-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être comme les produits $lr, \lambda p$ des longueurs des Vaisseaux par leurs largeurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les largeurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE III.

Si l'on fait les hauteurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs m, μ des Mâts, l'on aura $u : v :: mm : \mu \mu$ & par conséquent $vmm = u \mu \mu$

Divisant par cette égalité la formule $lr^3 v \mu = \lambda p^3 u m$.

On aura $\frac{lr^3 \mu}{m m} = \frac{\lambda p^3 m}{\mu \mu}$, où $lr^3 \mu^3 = \lambda p^3 m^3$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: lr^3 : \lambda p^3$

Ou bien $m : \mu :: r \sqrt[3]{l} : p \sqrt[3]{\lambda}$

C'est-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être entr'elles comme les largeurs des Vaisseaux multipliées par les racines cubiques de leurs longueurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les hauteurs des Mâts.

COROLLAIRE IV.

Si l'on fait $u : v :: lr : \lambda p$, c'est-à-dire, les surfaces des voiles comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaisseaux, l'on aura $v l r = u \lambda p$.

Divisant par cette égalité la formule $lr^3 v \mu = \lambda p^3 u m$.

On aura $r^3 \mu = p^3 m$.

D'où l'on tire $m : \mu :: r r : p p$;

C'est-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être

comme les quarrés des largeurs des Vaisseaux, quand les surfaces des voiles sont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait $u : v :: lm : \lambda \mu$, c'est-à-dire, les surfaces des voiles comme les produits des longueurs des Vaisseaux & des hauteurs des Mâts, l'on aura $v lm = u \lambda \mu$.

Divisant par cette égalité la formule $lr^3 v \mu = \lambda \rho^3 u m$.

On aura $\frac{r^3 u}{m} = \frac{\rho^3 m}{\mu}$, ou $r^3 \mu \mu = \rho^3 m m$.

D'où l'on tire $mm : \mu \mu :: r^3 \rho^3$

C'est-à-dire, que les quarrés des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaisseaux, quand les surfaces des voiles sont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE VI.

Si l'on fait $u : v :: mr : \mu \rho$, c'est-à-dire, les surfaces des voiles comme les produits des hauteurs des Mâts, & des largeurs des Vaisseaux, l'on aura $v m r = u \mu \rho$.

Et divisant par cette égalité la formule $lr^3 u \mu = \lambda \rho^3 u m$.

On aura $\frac{lr^2 \mu}{m} = \frac{\lambda \rho^2 m}{\mu}$, ou $lr^2 \mu^2 = \lambda \rho^2 m^2$;

D'où l'on tire $mm : \mu \mu :: l r r : \lambda \rho \rho$,

C'est-à-dire, que les quarrés des hauteurs des Mâts doivent être comme les solides faits des longueurs des Vaisseaux par les quarrés de leurs largeurs.

COROLLAIRE VII.

Si l'on fait $u : v :: l r m : \lambda \rho \mu$, c'est-à-dire, les surfaces des voiles comme les solides faits des hauteurs des Mâts,

des longueurs, & des largeurs des Vaisseaux ;

On aura $ulrm = u\lambda\rho\mu$.

Divisant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura $\frac{rr\mu}{m} = \frac{\rho\rho m}{\mu}$, ou $rr\mu\mu = \rho\rho mm$ ou $r\mu = \rho m$,

D'où l'on tire $m : \mu :: r : \rho$,

C'est-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les largeurs des Vaisseaux quand les surfaces des voiles sont comme les solides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs & des largeurs des Vaisseaux.

Il est donc évident que l'on pourra toujours déterminer par ces deux articles quel rapport il doit y avoir entre les hauteurs des Mâts de différens Vaisseaux, dans quelque rapport que l'on varie les dimensions des voiles ou leurs surfaces. Car l'Article II. fournira toujours une formule pour les Vaisseaux semblables en gabarits & en longueur. Et le III. Article fournira une formule pour les Vaisseaux qui sont seulement semblables en gabarits.

REMARQUE GENERALE.

Avant de finir absolument ce Memoire, il est bon de faire quelques remarques sur les principales choses que nous y avons traitées, & sur celles que nous y avons supposées.

Dans le Chapitre premier.

Nous avons examiné de quelle maniere un fluide résistoit au mouvement des plans, & dans quels rapports se faisoient ces résistances.

Dans le second Chapitre.

Nous avons cherché la direction de la résistance composée de toutes les résistances qu'une figure rectiligne

quelconque, & une figure terminée par des arcs de cercle, trouvoit dans un fluide, ce qui étoit absolument nécessaire pour sçavoir où l'on devoit planter le Mât.

Dans le troisième Chapitre.

Nous avons examiné quel étoit l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorsqu'il n'y en avoit qu'un, & nous avons déterminé qu'il le falloit placer dans un point de la Quille où elle est coupée par la direction de la résistance composée de toutes les résistances que le Vaisseau trouve dans l'eau. Mais comme ce point n'est pas toujours le même, nous avons dit qu'il en falloit choisir un tel que le gouvernail y pût toujours faire passer la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, & nous avons déterminé ce point dans le rhombe.

Dans le Chapitre quatrième.

Nous avons examiné tout ce qui peut concerner les hauteurs, le nombre & les situations des Mâts d'un même Vaisseau; car

1°. Dans l'Article I. nous avons démontré que les intervalles des Mâts doivent être comme les sommes des demi-vergues qui sont aux extrémités de ces intervalles.

Dans l'Article II. nous avons démontré que les hauteurs des Mâts étoient comme les longueurs des vergues quand les voiles sont semblables, ce que nous avons supposé dans les articles suivans.

Dans l'Article III. nous avons déterminé les hauteurs les plus convenables des Mâts lorsque leur situation est donnée.

Dans l'Article IV. nous avons déterminé les places les plus avantageuses qu'il falloit donner aux Mâts quand leur hauteur est donnée.

Dans l'Article V. nous avons examiné les propriétés

du Beupré, & nous avons déterminé sa voilure quand sa distance est donnée au centre de force.

Et dans l'Article VI. nous avons examiné quel effet produiroit un plus petit nombre de Mâts, & nous avons conclu qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre seroit inutile.

Dans le Chapitre cinquième.

Nous avons examiné le rapport que l'on devoit observer pour les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux.

Dans l'Article II. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaisseaux semblables en longueur & en gabarits.

Enfin dans l'Article III. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaisseaux qui sont semblables en gabarits seulement, & non en longueur.

Nous n'avons donné dans ce dernier Chapitre & le précédent que des rapports ; car on ne peut rien déterminer absolument dans ces sortes de matieres , qu'en connoissant, 1^o. la pesanteur absoluë d'un Vaisseau, la position exacte de son centre de gravité, & la position du centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ; enfin la plus grande force du vent dont on se sert. Si toutes ces choses étoient données, l'on pourroit déterminer absolument toutes les mesures dont nous avons donné les rapports généraux.

F I N.

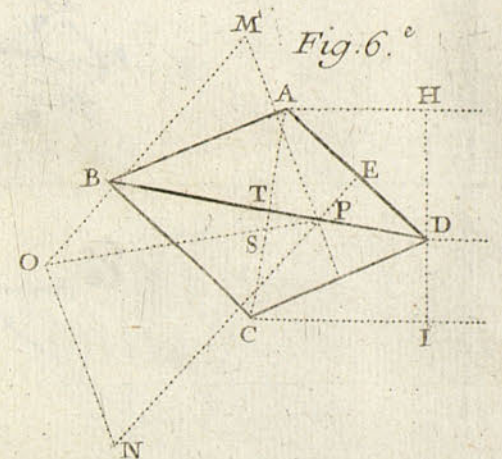
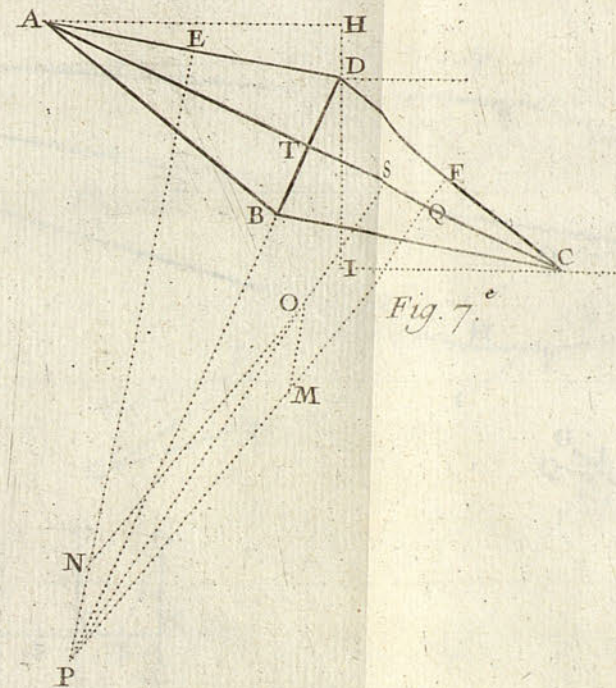
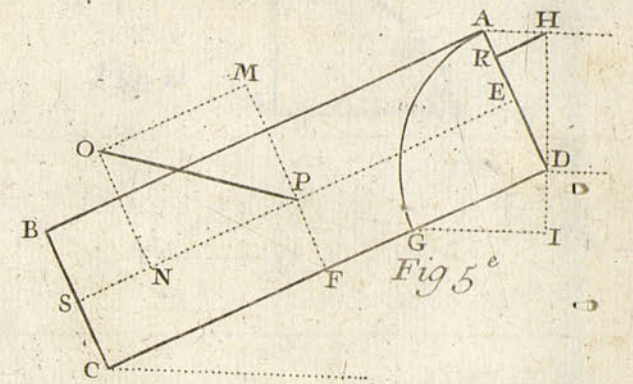
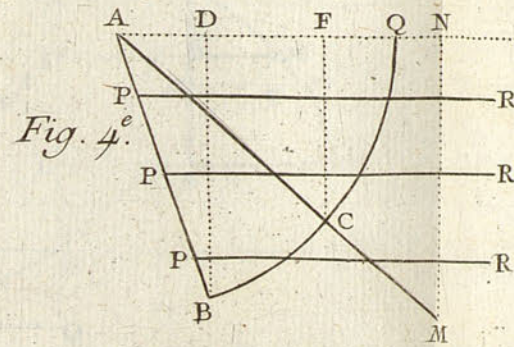
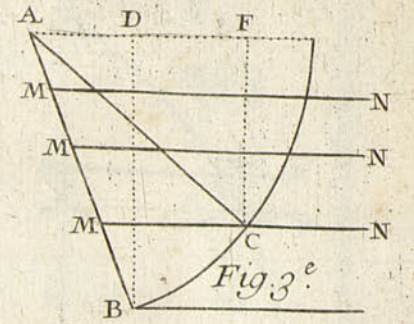
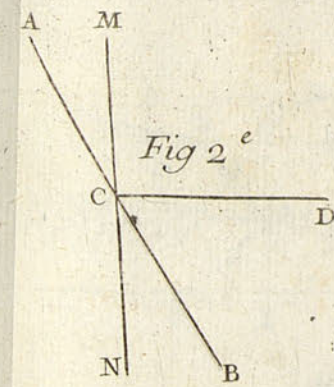
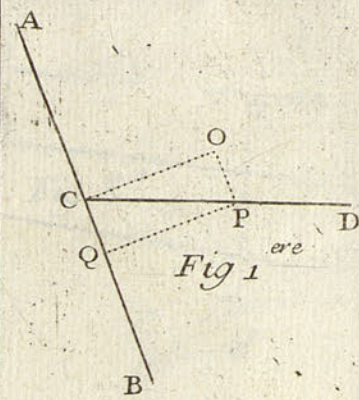
Approbation de Messieurs de l'Academie.

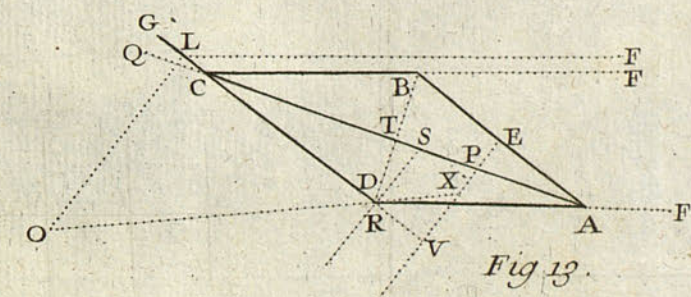
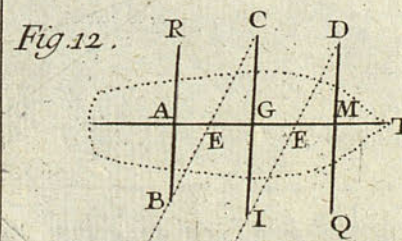
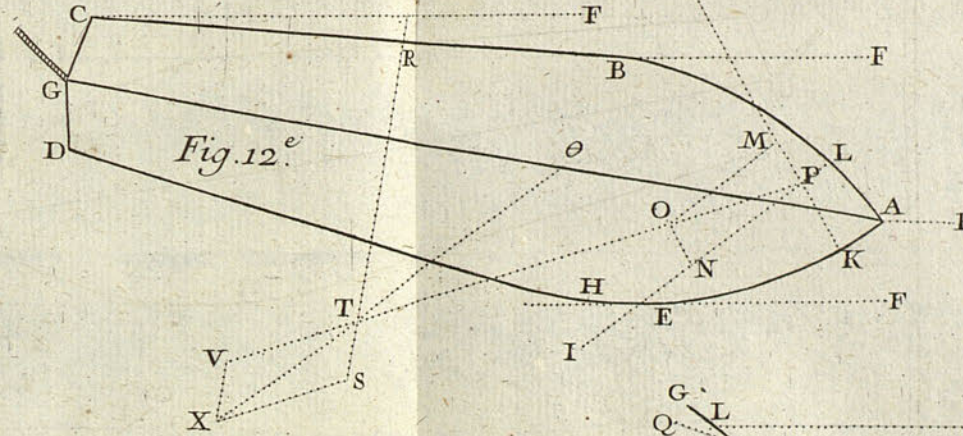
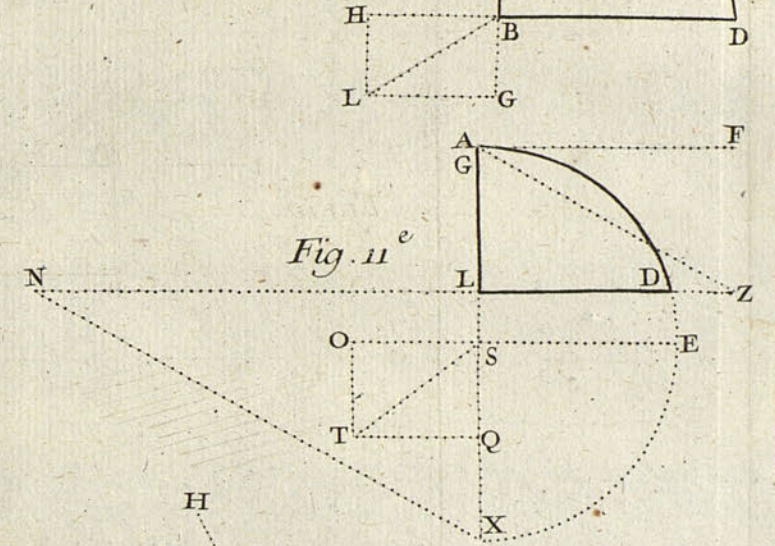
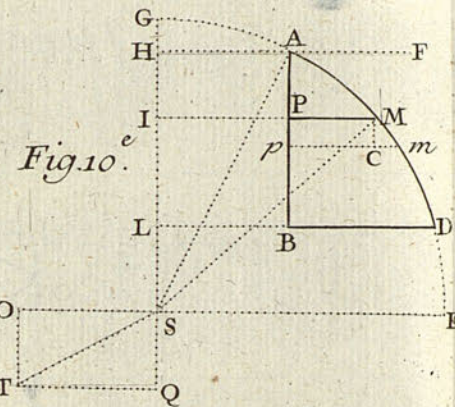
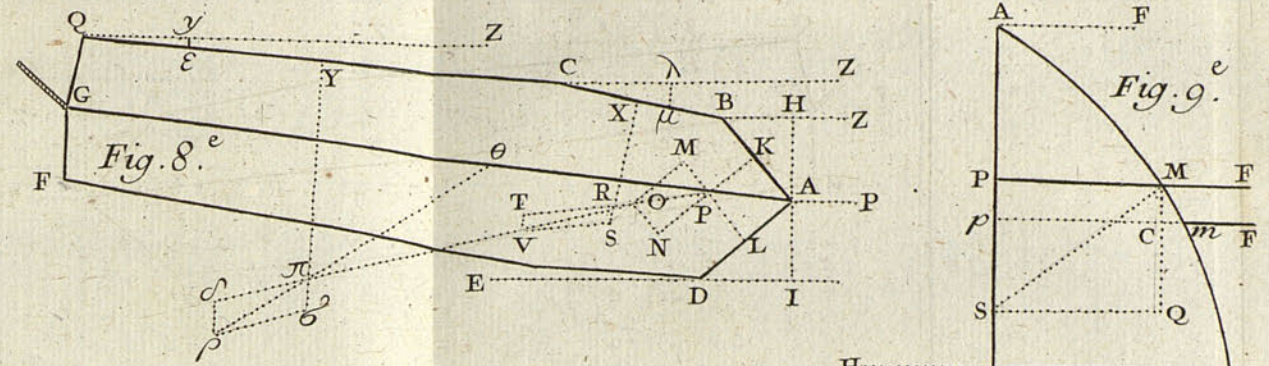
L'Academie a jugé que cette Piece qui a pour devise: *Omnes enim trahimur & ducimur ad cognitionis & scientia cupiditatem, &c.* & la suivante dont la devise est: *Illi robur & as triplex circa pectus erat, &c.* meritoient d'être imprimées, & qu'il falloit que le Public profitât des recherches curieuses & des nouvelles vûes qu'elles contiennent. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris le 10. Avril 1728.

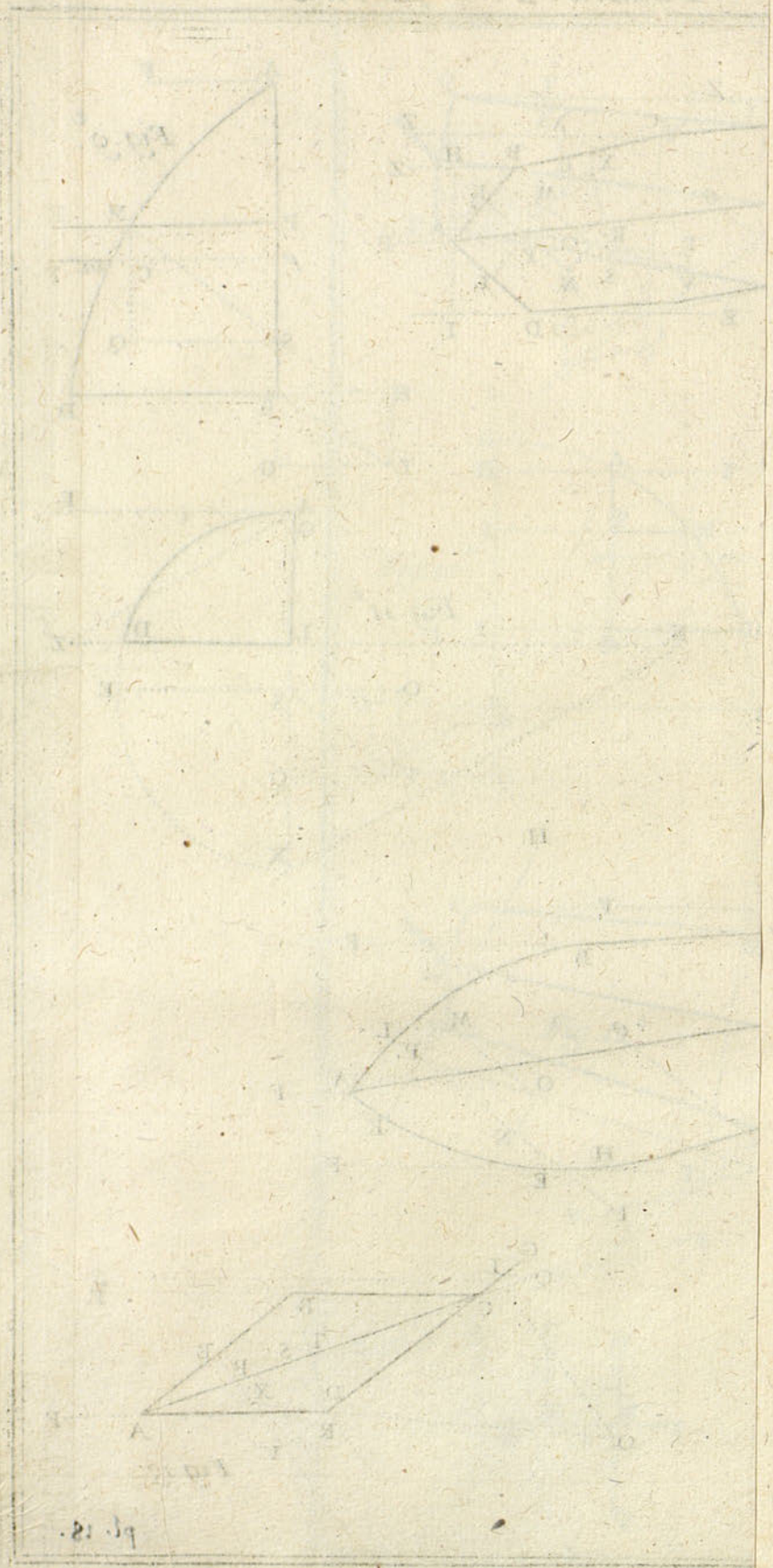
FONTENELLE, *Sec.
perp. de l'Acad. R. des Sc.*

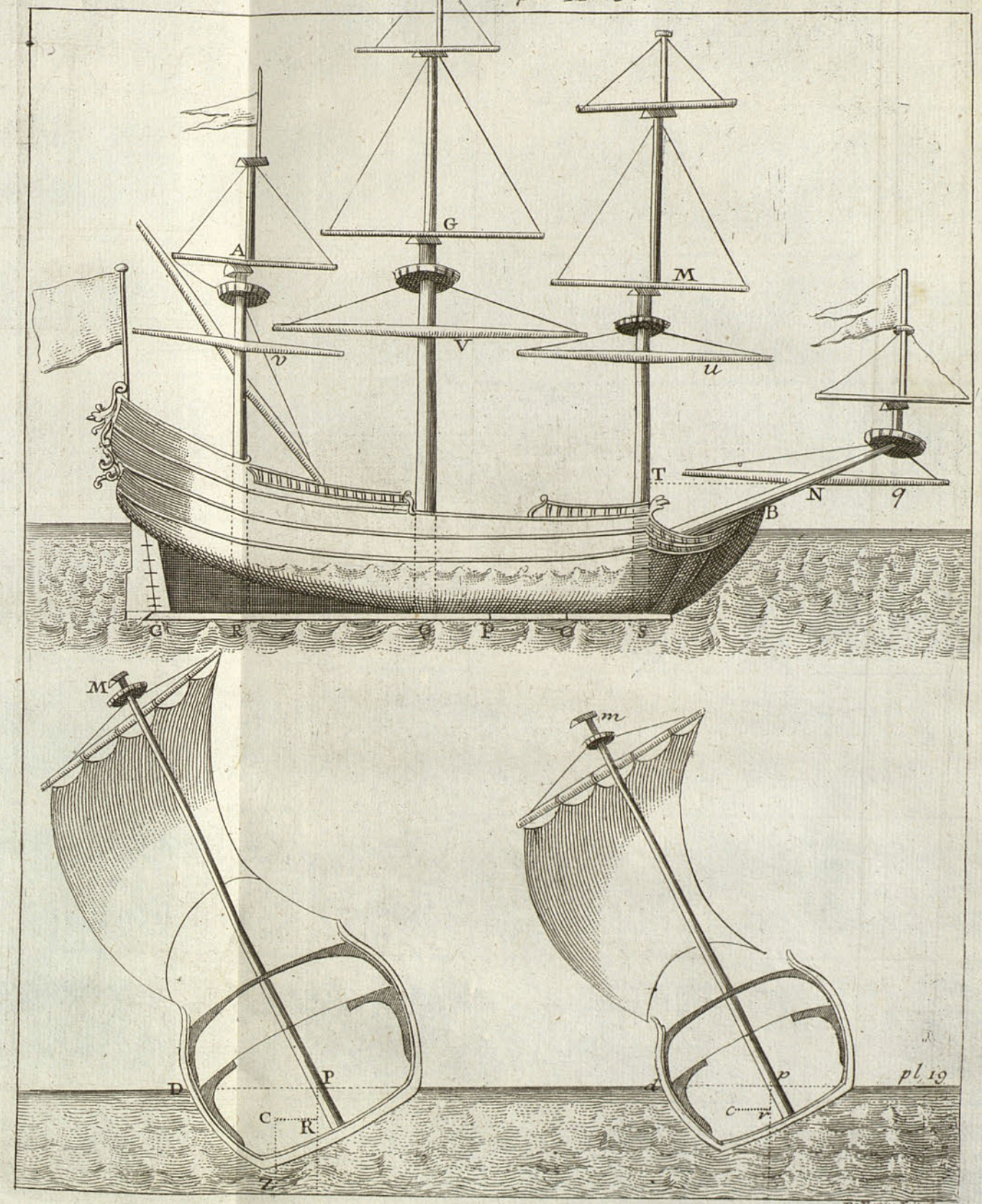
E R R A T A.

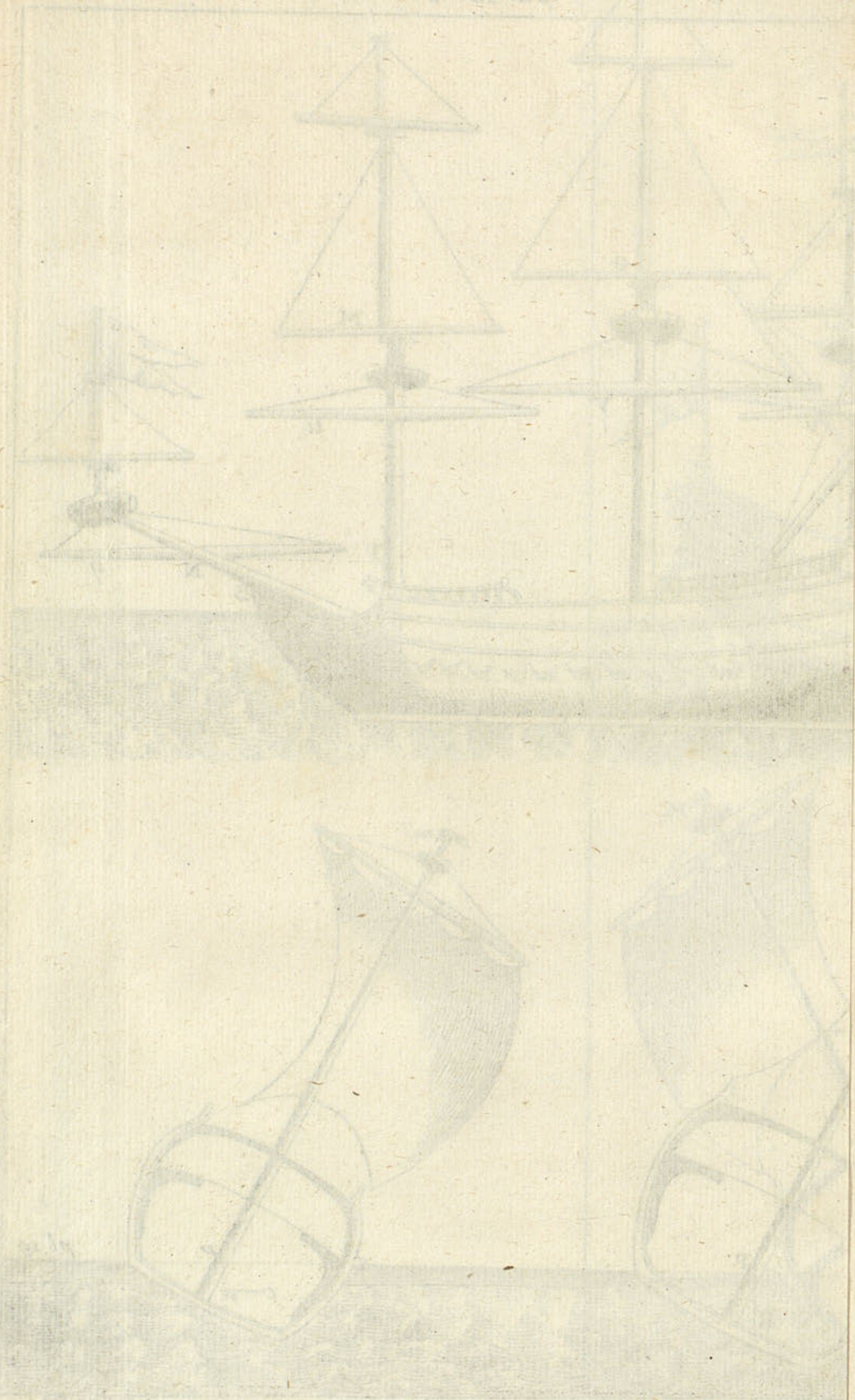
- P* Age 6. ligne 1. de l'Article IV. au lieu de, Si deux plans inegaux AB, AC, lisez, si deux plans inegaux AB, AM.
Page 18. ligne pénultième, au lieu de, qui le touche, lisez, qui la touche.
Page 20. ligne pénultième, au lieu de, PM, PM, TS, lisez, PM, PN, TS.
Page 21. ligne 2. au lieu de, BC, lisez, BE.





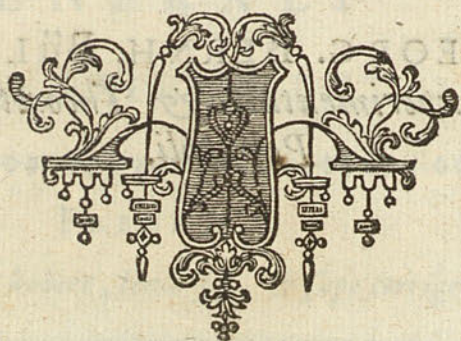






DE CAUSA
GRAVITATIS PHYSICAE
GENERALI
DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

Quæ Præmium à Regia Scientiarum Academia
promulgatum, retulit: anno 1728.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, via San-Jacobeæ, sub
signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

DE CAUSA
GRAVITATIS PHYSICAE
GENERALI
DISQUISITIO EXPERIMENTALIS

Obtinetur à Regia Scientiarum Academia
promulgatum, recit. anno 1728.

Auctore GEORG. BERNH. BÜLFFINGER
Physicæ experimentalis & Theoreticæ Prof.
Petropoli.

PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, via San-Jacobi, sub
igno Beati Martini.

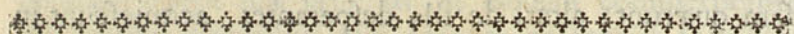
M. DCC. XXVIII.

Com approbatione & Privilegio Regio.



DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI

DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.



FREDRO.

Vis rem bene habere, lente fac, & saepe corrige.

§. I.



ODESTE agendum est, si quis post irritos magnorum virorum conatus quærere gravitatis causam velit: licebit tamen, sine majorum injuriâ, dicere in re difficili sententiam, à prioribus nonnihil abludentem; major enim subinde lux affulsit sequentibus antiqua secula.

A.

temporibus. Refero ad noctis periodum, quicquid antiqui circa hoc argumentum, palpando magis, quam vidento conati sunt. Superiori demum seculo Aurora illuxit: vivimus in diei vicinia. Cartesius & Hugenius usi diluculo, non pauca rectius distinxerunt, quam eorumdem antecessores fecerant. Nisi nebulas denuo alii vorticibus obfudissent, fortassis non multum nobis ad plenam lucem deesset. Sed conflictamur adhuc cum tenebris sæpe: cum nebulis semper: in multis ad vorticum doctrinam pertinentibus nihil, in aliis obscure videmus. Caute igitur hoc negotium agi debet. Necesse est myopem Physicus imitetur. Nihil è longinquo statuere nudis oculis debet. Debet experimentis institutis objecta propius admoveere oculis: vel Geometria tanquam tubo interposito visum longius protendere distinctum. Hæc norma erit præsentis scriptiunculæ.

§. II.

Circa gravitatem duas agnosco Philosophantium Sectas. Alteri Physico-Mechanicam gravitatis naturalis causam quarunt: alteri de illa desperantes, acquiescunt in Phænomenis, vel Metaphysicam gravitati originem adscribunt. Nihil hic in alterius gentis contumeliam dixerò. Qui Phænomena corporum totalium & particularium innumera, ex eorumdem posita gravitate derivarunt; gravitatem vero corporibus omnibus ab origine sua divinitus esse ingenitam voluerunt, sine causarum interventu secundarum: illi, ingenue dicam, Geometriæ insignem peritiam in primo ostenderunt argumento: in secundo videntur justo nimium festinasse.

§. III.

Placet hac in re Illustris Neutoni factum. Peregit ille primam, quæ Physici est partem. Agnovit ex Phænome-

nīs naturæ plurimis, dari in corporibus mundi majoribus atque minoribus speciem aliquam gravitatis: ex iisdem factis eruit Leges quoque & mensuras gravitati illi convenientes: atque has cognitās denuò ad explicanda Phænomena naturæ alia soletter transtulit. Partem vero alteram, quæ sit gravitatis hujus origo, & parentes, studiose non attigit.

§. IV.

Fortassis ex eo ipso patet, non esse hoc argumentum humano pervium intellectui: Nolim desperes. Si ex methodi præscripto quæras, nunquam ludes laborem tuum. Nemo impossibilitatem demonstravit: neque, si vel maxime de illa constaret, inutilis esset omnis opera, quæ indagandæ gravitatis causæ impenditur. Habeat & Physica suam circuli quadraturam: & si perfectam dare non potest, eruat approximationes tamen; vel aliud quærendo, aliud inveniat. Nondum Cartesius negotium absolvit: docuit tamen aliqua, quæ scire jucundum est. Successerunt illi Hugenius, Saurinus, Malebranchius: singuli fecerunt operæ suæ pretium, & laudem commeruerunt ingenuam; etsi nullus rem omnem perfecerit. Si eadem nostra fors fuerit, gaudebimus, aliquid, in hoc negotio promotum esse opella hac nostra: deducere singula ad liquidum, ne quidem præsumimus. Non est hoc unius hominis, vel ætatis. Sequamur itaque vestigia Magistrorum artis: vel, si malis, insistamus gigantum humeris, ut pumilis nobis longius liceat prospicere.

§. V.

Quæritur causa gravitatis Physica generalis. Necessum igitur est, indicare materias & motus, quibus positis oriuntur Phænomena gravitatis. Sufficit vero, tales enarrare, ut generalia gravitatis Phænomena inde possint in-

telligi. Non puto requiri ut facta omnia specialia, ut difficultates omnes, ut quæstiones quæcunque huic argumento connexæ sunt simul evolvantur: non enim hæc generalis tractatio foret; neque hoc ævo est in potestate hominis cujusquam. Existimo, non male me sensum quæstionis penetrare, si existimem requiri tractationem ejusmodi, qualem illustris dederat Hugenus. *Discours sur la pesanteur.*

§. VI.

Phænomena autem gravitatis naturalis generalia ab Hugenio sequentia enarrantur. 1. Corpora terrestria tendunt versus centrum. 2. Actio gravitatis non potest impediri per interpositum corpus utcumque densum. 3. Partes corporis omnes, etiam internæ, augent pondus, sive, pondus est proportionale massæ corporis. 4. Gravia cadentia accelerantur in ratione temporis. 5. Gravitatis in diversis telluris locis est diversa: quibus addo Corollarium primi hoc. 6. Corpora gravia componunt nucleum sensibilibus sphericum. Difficillima sunt primum & sextum. His semel expositis, in plerisque reliquis rebus uti licebit Hugenanis meletematis. Repetamus ab origine rem omnem, sed breviter & eo ordine, quo in ipsa hujus argumenti indagatione progressi sumus.

§. VII.

Fig. I. Quærendam in motu gravitatis originem, recte Hugenus ostendit. Ex rectilineo versus eandem aliquam plagam motu oriri non potest nisi particularum A. B. C. D. E. F. &c. in diversis positarum locis versus idem punctum O, inter illas ubicumque situm. Sequitur ergo, ut pro simplici compositus examinari motus, & pro recto curvus debeat, idemque in se rediens. Æquum est, ut circularem primo loco expendamus, æqualitas enim gravitatis in diversis circa centrum plagis uniformem videtur causam arguere.

§. VIII.

Cognitum erat antiquis, corpora in gyrum acta concipere conatum discedendi ex orbita, in qua rotantur. Directionem vero illius nifus in singulis viæ pundis esse in linea circulum rotando descriptum ibidem tangente, sequitur ex natura motus simplicis, & directione elementorum circuli. Cognito semel hoc nifu, eodemque ad usus funditorum bellicos translato, non potuit non observari, majores esse conatus corporum homogeneorum & æqualium, sed majori celeritate rotatorum; majores corporum æqualium & æque velocium, sed densiorum; majores denique corporum homogeneorum & æque velocium, sed majorum.

§. IX.

Ista vulgaribus fundarum experimentis ubique innotuerant: sed remotiora erant à similitudine gravitatis, quam ut illa vulgaribus quoque oculis perspicere posset. Propius erat alterum, non minus frequens, sed neglectum à Philosophis, Phænomenum. Quando triticum à paleis purgare instituunt agricolæ, videas mixtim illa cribro imponi, & agitari cribrum reciprocis in gyrum conversionibus: eoque fieri, ut in medium paleæ colligantur, solidiora vero ad peripheriam tendant, atque etiam emergant grana. Simile alterum est Keplero allegatum, quo cernimus ligna & paleas vorticibus aquæ innatantes colligi in medium vorticis. *Vid. Epist. Astron. Copern. lib. I. p. 95.*

§. X.

Cartesius ejusmodi aliquod factum transtulit ad gravitatis causam. Concipit sphaeram duplicis generis corpusculis repletam, quorum altera ad recipiendum mo-

tum concitatum aptiora sint alteris. Fingit, eam spheram celeriter in gyrum agi circa axem aliquem suum: eo-que facto contendit, corpuscula motui concipiendo aptiora eniti ad peripheriam, cetera ad centrum compelli, & in nucleum colligi sphaericum. *Conf. Cartesii Epist. Tom. 2. Ep. 32. p. 127. & Epist. 40. p. 167.*

§. XI.

Nova hæc erat Phænomeni applicatio; igitur à multis rejecta, admissa à multis sine sufficienti examine. Longum esset enarrare objectiunculas omnes, & responsiones iisdem oppositas. Fatendum est, nihil esse vorticibus Cartesianis simplicius: igitur omnia putem tentanda prius quam deserantur; atque si omnino servari non possint, velim, ut non nisi minima, quæ fieri potest, mutatio fiat. Animus igitur est inhærere viri magni vestigiis, & non nisi in illis cedere, quæ per argumenta sententiæ opposita, nobis extorquentur.

§. XII.

Duo sunt præcipue Hugenii argumenta, quæ difficultatem faciunt. Alterum: quod in Cartesiano vortice gravium directio non ad centrum spheræ, sed ad axem gyri ferretur; id jam admonuerat ante Cartesii applicationem Keplerus in Epist. Astron. Cop. 1. 1. p. 97. Alterum: quod enormis materiæ circa tellurem gyrantis impetus terrestria secum raperet corpora. Dignissima sunt eximia Authoris sui sagacitate, quæ adversus argumenta hæc disputavit vir celeberrimus in Diario Gallico ad an. 1723. mense Jan. & ad annum 1707. Suppl. mensis Maii; denique in Commentariis Academiae Scientiarum ad an. 1709. Si enim defendi possunt Pergama dextrâ, hæc possunt, vel altera non dispari in Actis Erudit. ad annum 1686. m. Febr. & ad annum 1695. m. Decem. pag. 547.

§. XIII.

Non diffiteor, visum mihi ab initio, quod in Cartesiano vortice directiones gravium vergerent versus axem gyri, non ad centrum Sphæræ. Videbatur, particulam in Tropico rotatam concipere nifum recedendi à circulo Tropico secundum tangentem Tropici, non vero secundum tangentem vel Meridiani vel Eclipticæ. Finge enim annihilari utrumque segmentum Sphæræ, ex utraque Tropici parte positum; ita ut solum supersit planum, in quo Tropicus jacet: manebit corpusculo vis sua, fugietque ex Tropico per tangentem Tropici, & directio vis centri fugæ erit in plano Tropici. Qualis autem est corpusculi hujus actio, talem in Sphæra continente reactionem quoque concipiebam; itaque & reactionis directionem in eodem Tropici plano constitui inferebam. Ex eo sequebatur directio corpusculorum cedentium in plano Tropici, ad axem vorticis, non ad centrum ejus: plane uti Keplerus dixerat, & Schematismo quoque expresserat.

Fig. II.

§. XIV.

Nolui vero illi ratiocinio acquiescere, postquam tantos contrarium sentire viros comperi. Itaque constitui ad experientiam appellare, tentaturus vorticem: non cylindricum, quem Cel. Dom. Saulmon sufficienter examinavit, sed Sphæricum, ubi scilicet figura nuclei oculis præsens de directione gravium luculenter testaretur. Experimenti capiendi opportunitas se mihi ante biennium obtulit: eoque attento ideam theoriæ sequentis illico mente concepi, & eruditorum compluribus sermone & scripto communicavi. Experimentum hoc est.

§. XV.

Assumo Sphæram vitream majorem cavam, qualis in experimento de luce per affricum producenda adhibetur ab Hauksbejo, & reliquis; illam per latus unum apertum, & epistomio instructum impleo aqua pene totam, sic ut parva aëris quantitas relinquatur; in eandem simul nonnihil limaturæ Martis conjicio. Applico hanc Sphæram axiculis suis instructam machinæ, cujus ope rotari circa axem Horizontalem pro lubitu possit. Inchoata gyratione observatur.

Fig. III.

1. Chalybeum pulverem efficere Æquatorem aliquem pro illius copia latiore, vel strictiore.

2. Eundemque si diversi generis particulis confectus, remittente nonnihil gyrationis velocitate, divelli, ut præter Æquatorem, Tropici vel Polares circuli appareant.

3. Aërem in summo Sphære constitutum, inchoata gyratione depelli à statione sua versus illam partem, in quam dirigitur gyratio, divisum in guttulas diversi generis.

4. Guttas illas aëreas aquæ intermixtas colligi in figuram quasi cylindricam, ex aqua & aëre mixtis constantem, sic tamen ut multo plus aëris sit ex ea parte, ubi aër descendere cogitur, quam ex altera ubi ascendit.

Fig. IV.

5. Guttulas singulares sæpe circa & cylindrum illum facere motus illis similes, quibus Planetarum loca è terris visa designantur. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an. 1709.*

6. Citatiore facta rotatione magis magisque in arcum cogi guttulas aëreas, & colligi versus axem Sphære.

7. Denique aërem ab aqua penitus solvi, & cylindricum in medio Sphære nucleum exhibere oculis, exactissime formatum.

8. Si quis Sphære suæ à nimio pondere & rotationis vehementia metuat, ultimum hoc multo elegantius apparebit, si minor est aquæ quam aëris in vitro quantitas.

9. Manebit quoque Phænomenon, si deinceps remittatur

tatur Sphæræ rotantis velocitas; quin etiam ea quiescente durabit aliquandiu cylindrus: donec scil. motus aquæ per affrictum ad vitri latera consumatur.

Experimenta hæc viderunt Mathematici è primariis, atque etiam illustres eminenti dignitate viri, multa cum sua volupate.

§. XVI.

Video hic, materiam fluidam spatio sphærico comprehensam, & sive cum superficie concludente, sive absque illa in gyros circa axem aliquem actam, pellere corpora ad motum ineptiora versus loca minoris motûs rotatorii, & colligere illa in nucleum figuræ, non sphæricæ, sed omnino cylindricæ. Video figuram illam distincte: eandemque ad casus transfero similes, illos scilicet ubi in Sphæra fluida arca axem rotata vis centrifuga in majoribus ab axe distantiis major est, & corpora fortioribus cedentia coeunt in nucleum. Ita vero demum infero, in ejusmodi casibus directiones corpusculorum cedentium tendere non ad centrum Sphæræ, sed ad axem rotationis. Fateor itaque nonnullam in Cartesiano systemate imperfectionem, & de medelis circumspicio.

§. XVII.

Si rotatio circa axem efficit directiones ad axem, primum est colligere, directiones singulorum corpusculorum versus centrum factas, oriri ex eorundem rotationibus circa centrum. Itaque Hugensianæ rotationes videntur negotio accommodæ. Fortassis eâdem viâ incidit in sententiam suam vir illustris. Nolo transcribere Hypotesin viri, quæ legi potest in ipsius de gravitate discursu, p. 135. & seq. Quoniam plerique impossibilitatem illius vorticis defendunt, operæ pretium est, dicere de illo sententiam; namque mitius statuo.

§. XVIII.

Per Hugenianam Hypothesin concluditur materia subtilis fluida in spatio aliquo sphærico, & motibus infinite variis agitur. Videamus, quid in extrema fluidi superficie futurum sit? Oriuntur infinitæ particularum fluidi in spatium ambiens sphæricum incurfiones, reflexiones, & retroreflexiones. Ex harum commixtione varia non possunt non oriri particularum plurimarum directiones in elementis Perypheriæ concludentis circularibus. Motæ semel eâ directione particulæ continuabunt motus in arcubus circularibus, donec illis impedimenta occurrant. Si occurrant in directionibus etiam circularibus, utraque particula post ictum denuo movebitur circulariter. Sin alia sit directio, fiet denuo conflictus directionum & reflexionum, donec omnia desinant in directiones sub ista superficie sphærica circulares. Ita tandem obtinemus stratum sub spatio concludente sphærico primum; quod nunc denuo adhibere licet loco superficiiei comprehendenti: atque sic deinceps, donec interiora Sphæræ fluidæ omnia motibus agitentur circularibus quidem, sed diversissimis. Ita fingi origo motuum potest circularium.

§. XIX.

Durationi eorum prospexit Hugenius. Motus semel introducti non resolventur in alios circa axem aliquem rotantes; diversi adeoque in consentientes: Postulat enim naturæ lex Hugenio observata, ut non obstantibus conflictibus quibuscumque, eadem motûs totalis quantitas versus eandem plagam conservetur. Atque hæcenus sic satis bene negotium procedit.

§. XX.

Multum vero absumus ab eo, ut idem dici confectum possit. Obstat admonitio viri perspicacis, qui Hugeni-
 anum vorticem in Diario Parisino examinavit. Ita ille de
 motibus fluidi confusus, & sub sphærica concludente su-
 perficie in circulares degenerantibus: *Ils doivent devenir*
circulaires, je vois cela clairement; circulaires autour du
centre de l'espace, c'est ce que je ne vois pas. Nihil hîc
 dici potest brevius, & exactius. Quæ enim ratio est, ut
 motus illi confusi inter infinitos motus circulares sub il-
 lo spatio concludente sphærico possibiles, præcise dege-
 nerent in motus circulorum maximorum? Saltari hîc in-
 ferendo extra dubium est attendentibus.

§. XXI.

Quid ergo? Cartesius faciles fabricat vortices: sed illi,
 licet positi, non sufficiunt Phænomenis. Incipit feliciter,
 absolvere autem similiter non potest. Hugenius feliciter
 finit; posito quem fingit, vortice, optatæ gravium di-
 rectiones sponte succedunt: non inchoat æque feliciter;
 non enim sequuntur vortices ex hypothese per illum assum-
 tâ. Hic de novo res geri, atque ita, si fieri potest, pera-
 gi debet, ut felix Cartesii initium resolvatur in felicem
 Hugonii finem. Puto, dari vorticem tertii generis, quem
 nescio, an ad Cartesianum malis, an ad Hugonianum
 referre? Fertur circa axes cum Cartesiano, & singula ta-
 men ejus puncta describunt circulos maximos, ut in Hu-
 geniano vortice. In ejus notitiam sic perveni.

§. XXII.

In cylindrica nucleî figura primo hoc deest ad rotun-
 ditatem, quod versus Polos extenditur, non in medio

Sphæræ solum continetur. Huic malo remedium afferas; si novam feceris gyrationem quæ partes circa Polos positas colligat in medium. Quid si igitur duplex eodem tempore rotatio fieret circa axes duos, ad se invicem perpendiculares? Brevitatis causâ, & ad similitudinem experimenti mox recensendi, vocabimus axem alterum horizontalem, alterum verticalem. Certum est, per actionem unius vorticis pelli corpuscula cedentia ad axem horizontalem, per actionem alterius pelli ad verticalem: quænam ex combinatis hisce actionibus * nuclei figura oritur?

§. XXIII.

Congruit & satisfacit instituto nostro casus vorticum combinatorum simplicissimus; assumatur Sphæra vitrea eadem, quâ supra usi sumus §. XV. gyretur illa uno eodemque tempore circa axem & horizontalem & verticalem, velocitate etiam eadem, sic, ut eodem tempore absolvatur utraque rotatio; fiat autem rotatio utraque sic, ut punctum quodcumque *p*. ab oculo spectatoris per utramque removeatur, vel ut per utramque versus spectatorem promoveatur: dico, directionem omnium particularum cedentium ferri ad centrum Sphæræ; vim centrifugam

* Amplissimus hic Geometriæ campus aperitur, pro diversis, quæ fieri possunt hypothesibus. Namque duo illi vortices possunt fingi in fluido eodem, possunt in diversis se invicem transluentibus: possunt concipi æqualiter aut utrumque inæqualiter fortes: potest conatus materiæ cedentis centrifugus assumi comparabilis vel incomparabiliter parvus ad conatum materiæ superantis: potest adeo materia cedens simul obsequi motui vorticis rotatorio, potest concipi ut infinite cedens: possunt conatus centrifugi & centripeti crescere vel decrescere in ratione quacumque distantiarum ab axibus respectivis: possunt duo axes rotationum utcumque ad se invicem inclinari: possunt fingi plures duobus vortices: potest totum systema concipi ut motu aliquo communi agitatum, vel secus: potest datâ vorticum lege inquire viâ corpusculi cuiusque cedentis; potest figura nuclei ex particulis cedentibus oriundi; potest celeritas descensus, potest vis, sive pondus particulæ in singulis viæ locis; possunt etiam inverse, ex hisce datis definiri vorticum supponendorum leges, & sic porro. De talibus licebit suo loco differere: in præsentî opella nonnisi ea tangam, quæ proxime ad institutum pertinent, & experimento ei rei destinato confirmari possunt. Differunt enim à Geometricis Dissertationes Physicæ.

in singulis fluidi particulis esse, uti distantiam earum à centro; & nucleum à particulis cedentibus compositum, esse sphaericum.

§. XXIV.

Hæc ita facile intelliguntur. Si Sphæra ABCD, circa axem AC, BD, simul & æque velociter rotetur, circa axem scilicet AC in directione litterarum p, q, r, s, p , circa axem vero BD in directione litterarum p, t, u, x, p : & assumes punctum quodcumque p vel x in superficie sphaerica positum; & mente sequaris viam hujus puncti, donec absolutâ rotatione una redeat in pristinum locum: observabis punctum illud describere circulum in Sphæra maximum, secundum directionem p, y, t, p : Patet id, si vel tarde Sphæram converras, & singulos puncti situs annotes, vel pro singulis puncti sitibus motus rotatorios elementares simplices in totidem compositos, ex receptis motuum compositionibus compingas: ita enim & sensibus & rationi obvia erit puncti illius via, circulum describens maximum. Habemus igitur, singula Sphære vitreæ puncta describere circulos in hac rotatione maximos.

§. XXV.

Idem de fluido dicendum est. Resolve enim universum fluidum in orbes sphaericos crassitie indefinite parvæ. Extimus eorum vitro contiguus vel eodem movebitur modo, quo vitrum ipsum, vel diverso. Si eodem, obtinuimus optata. Si diverso, dabitur vitri à fluido quiescente vel aliter moto aliqua translatio; à translatione affricus; ab affricu motus. Non igitur proximus vitro orbis fluidus erit in statu manente, donec nulla erit utriusque translatio, hoc est, orbis fluidus vitro contiguus movebitur uti vitrum. Sed & orbis secundus primo contiguus movebitur eodem modo ex iisdem causis. Igitur Sphæra vitrea una cum suo

fluido contento, movebitur per modum solidi, quando scilicet ad statum permanentem pervenit.

§. XXVI.

Per Newt.
Prop. 1^a
Cor. 3. l. 1.
Princ.

Sunt igitur tempora periodica punctorum in fluido hoc gyantium quorumcumque æqualia: igitur vires centrifugæ uti celeritates; celeritates vero uti distantia à centro. Sunt directiones omnium rotationum in circulis maximis, ergo & directiones particularum cedentium in planis per centrum Sphæræ transeuntibus, & ad centrum illud tendentes. Estque figura nuclei ea, in cujus superficie jacent omnes illæ trajectoriæ quæ ad vias centripetas corpusculorum cedentium sunt orthogonales, hoc est, sphærica.

§. XXVII.

Fig. VI.

Præmissis ratiocinio non evidente minus, quam facili, optabam, ut oculis ista simul exhibere liceret. Pro eo fine amicus aliquis meus sequentem commendavit machinam: fulcra OP & GN ferrea sunt, & firmata ad superiorem machinam. Eorum alteri GN affigitur trochlea immobilis, in quam intrat annuli metallici ABCD axis CT: per alterum OP transit axis annuli, & trochleæ ad annulum fixæ, AEV; sic ut ope funis trans trochleam E ducti ad rotam majorem, in gyrum agatur annulus una cum vitro incluso circa axem horisontalem AC. Eodem vero tempore, quo transfertur vitrum ab annulo, etiam rotatur illud circa axem verticalem BD ope trochleæ HI ad axem vitri affixæ. Ope enim funis HIKFG, qui circa trochleam HI ducitur, indeque ad trochleas minores, sed æque altas K & k excurrit, atque ab illis ad trochleam immobilem FG ex utroque latere descendit, eandemque ambit, ope, inquam, hujus funis fit, ut dum annulus cum brachio LMK circa axem AC rotatur, una etiam rotetur trochlea HI, & consequenter

vitrum BD, circa axem BD. Necesse vero est pro faciliiori effectu, ut distantia Kk respondeat diametro trochleæ FG. Diameter autem trochleæ HI debet esse ad diametrum alterius FG in ratione reciproca celeritatum, quibus fieri debent rotationes circa axes respectivos, BD & AC. Parato machinæ modulo, vidimus ex voto succedere rotationem utramque, itaque artificii id negotium datum est, ut justâ illam magnitudine efficeret. Sed tarde ea res procedit, ut hæc dimittere cogar, antequam experimenti successum tentare licet. Cogor itaque ratiociniis confidere hætenus expositis.

Si per eas difficultates, quibuscum hæc loci conflictor obtinere machinam justo adhuc tempore possim, curabo ut successum sive prosperum, sive adversum mature possum significare.

§. XXVIII.

Si Mechanica solum quæstio proposita esset: invenire scilicet conditiones materiæ & motuum eas, quibus positæ sequantur directiones corporum cedentium versus centrum Sphæræ vorticossæ, & nucleus in illa sphericus; putarem me instituto penitus satisfecisse. Si Physica specialis tractatio requireretur: abrumperem hoc loco Dissertationis meæ filum, atque ignorantiam faterer ingenue. Quoniam Physica quæritur causa, sed generalis tantum; itaque teneor & audeo aliquid amplius tentare. Nolim promittere, quod reverâ in rerum natura fiant, quæ dicturus sum; ad illum finem speciale & repetitum examen requiritur. Hoc agam, ut generalibus monitis intelligatur, nondum id evidum esse, quod vortices Cartesiani pauxillum inflexi non sufficiant Phænomenis gravitatis & Astrorum generalibus.

§. XXIX.

In experimento usi sumus fluido eodem dupliciter ro-

Fig. VII. tato. Si ex abrupto philosophari de natura, & Deum ex machina evocare ad modum quorundam eruditorum placeret: fingerem in vortice fluido cœlesti ABCD stratum aliquod intermedium EF GH duplici illâ rotatione superius §. XXII. I. expositâ, præditum divinitus. Ita pro fluido & corporibus omnibus strato illi inclusis, obtinerem directiones gravitati debitas, & pondera in ratione distantiarum à centro, plane ut in simili casu Newtonus lib. III. prop. IX. definivit. Ex adverso pro partibus fluidi ulterioribus facile foret, invenire naturam fluidi, quæ gyrationes efficeret temporibus Planetarum periodicis debitas; quicquid alii de ea re desperaverint.

§. XXX.

Nimirum considerari potest stratum illud intermedium gyrans una cum fluido contento, uti Sphæra solida Newtoni l. II. prop. 52. sed duplici simul rotatione affecta. Namque & hoc loco duorum stratorum ulteriorum & contiguorum quorumcumque, ut EFGH & *efgh*, aut ABCD & *abcd* impressiones in se mutuo factæ debent esse invicem æquales, si fluidum concipias in statu manente constitutum. Jam impressio oritur ex affricu, affricus ex partium sese contingentium translatione. Itaque si fluidum in eadem à centro distantia sit simile, sed in diversis distantis inæqualiter densum, & resistentia translationi opposita sit in ratione quacumque velocitatis: erunt impressiones in ratione composita ex superficie, ex functione data translationis sive velocitatis, & ratione aliquâ datâ densitatis: fingi enim generatim & abstracte loquendo, major minorve impressio potest, in ratione quacumque multitudinis partium se contingentium: adeoque exprimendo rem in symbolis, positis *I* & *i* pro impressione, \odot & \odot pro translatione, Δ & δ pro densitate, *S* & \int pro superficie, *m* & *n* pro exponentibus

dati, erunt $I : i = S X \odot^m X \Delta^n : S X \odot^m X \delta^n$.

§. XXXI.

§. XXXI.

Jam quia impressiones debent esse æquales, erunt
 $\S \odot^m \Delta^n = \int \theta^m \delta^n$, adeoque $\theta^m : \odot^m = S \Delta^n : \int \delta^n$, &
 quoniam superficies sunt in ratione duplicata distantiarum
 à centro, sive $S : s = D^2 : d^2$, erit $\theta^m : \odot^m = D^2 \Delta^n : d^2 \delta^n$
 sive $\theta : \odot = D^{\frac{2}{m}} \Delta^{\frac{n}{m}} : d^{\frac{2}{m}} \delta^{\frac{n}{m}}$, hoc est, translationes
 erunt reciproce, uti functiones memoratæ sive $\odot =$ Fig. VII₄

$D^{-\frac{2}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$. Comparatis nunc duorum stratorum moti-

bus angularibus POQ & ROS eodem tempore factis, exprimet TS translationem inferioris strati, & TOS, sive TS divisum per TO exponet differentiam motus angularis. Habebimus igitur differentias motuum angularium

$$\frac{TS}{TO} = D^{-\frac{2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$$

§. XXXII.

Fiant nunc (ad imitationem Neutonis) ad lineam OT perpendiculares GH, IK, $= D^{-\frac{2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$ exprimet area curvæ KIF, HGF, motus totos angulares

$= \int D^{-\frac{2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} \times GI$, sive ponendo $D = x = OG$, adeoque $GI = dx$, erit motus angularis

$\int x^{-\frac{2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} dx$, & faciendo $\Delta = D^p = x^p$, habebimus tandem $\int x^{-\frac{2-m-pn}{m}} dx = -\frac{m}{2+pn} x^{-\frac{2-pn}{m}}$

neglectâ scilicet additione quantitatis constantis, quam neque signum privativum requirit, neque natura Problematis admittit. Cumque in motu circulari tempora Periodica sint moribus angularibus reciproca, erunt tempora diversorum orbium periodica $= x^{\frac{2+pn}{m}}$, negligendo iterum constantes, in priori formula adhuc obvias.

§. XXXIII.

Hæc jam facile applicantur ad Propositionem Kepleri pro temporibus diversorum Planetarum periodicis. Namque ponendo T & t pro temporibus duorum Planetarum periodicis, per Kepleri regulam est $T : t = D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$, adeoque $T = x^{\frac{1}{2}}$. Sufficit igitur, ut fiat $\frac{2+pn}{m} = \frac{1}{2}$, hoc est $4 + 2pn = 3m$, quod infinitis fieri modis potest, non solum in genere, ubi & littera m est arbitraria, sed etiam in hypothesei Newtonis, ubi $m = 1$. facit $pn = -\frac{1}{2}$. Atque si etiam $n = 1$, manebit tamen $p = -\frac{1}{2}$ pro lege densitatis; eruntque adeo $\Delta : \delta = \sqrt{d} : \sqrt{D}$, hoc est, densitates in ratione reciproca sub duplicata distantiarum. Ex quo intelligitur, viros quosdam doctissimos præter sufficientes causas rejecisse Saurinianam adversus Newtonis objecta responsionem. Vide *Comment. Acad. Scient. ad an. 1709. p. m. 186. 187. & Newton. in Schol. Prop. LII. l. II. Princip.*

§. XXXIV.

Neque minus congrua foret hæc nostra fictio ad difficultates alias à vorticibus removendas. Si velocitates semper cum distantis decrescentibus crescant, incommodum est, quod tandem infinite magnam statuere illam in medio vorticis oporteret, pro obtinendis in tanta Planeta-

sum distantia celeritatibus adhuc sufficientibus. Sin terminare hæc augmenta velis in superficie corporis centralis, atque ab illius vertigine extrorsum continuare velocitates fluidi, Keplerianam regulam sequentis: incommodum est ab eruditissimo Domino Polenio annotatum, quod decrefcentibus ab eo principio velocitatibus Planetarum tempora periodica prodeant mirum quantum veris majora. *Vide Dial. de Vort. Cælestibus*, §. 121. p. 114. 115. Utrumque durum est: sequitur autem in hypothesi, quæ easdem vorticis leges per totum extendit vorticem. Sed in memorata §. XXXIX. fictione potest extra corpus centrale, in spatio inter corpus istum, & primum Planetam vel Satellitem intermedio, assumi stratum illud, eidemque affingi celeritas, quæ conveniat Planetarum gyrationibus: vertigo autem corporis centralis circa axem suum aliis deduci fontibus debet.

§. XXXV.

Neque id me male habet, quandoquidem nec Newtonianæ attractionum, nec Cartesianæ vorticum fictiones producendo motui vertiginis huc usque potuerunt applicari. Facile igitur solatium est in communi infortunio; præcipue hoc loco, quo Thetice non loquimur, sed Hypotheseos solum commoda aut incommoda peruestigamus. Cui accedit, nos infra ostensuros: quod motus vertiginis, etsi ex vorticibus nondum explicari directe possit, non tamen illis repugnet.

§. XXXVI.

Gravior est illa difficultas, quæ ex comparatione duarum, ut vocant, analogiarum in systemate planetico fundamentalium oritur. Analogiam hic intelligimus, quæ intercedit inter celeritates rotationum debitas diversis vorticum stratis: & analogiam primam vocamus illam,

quæ debetur duobus stratis, quorum alterum tranſit per Planetam inferiorem in media, vel aliâ quâdam ſuæ orbitæ diſtantiâ poſitum; alterum per Planetam ſuperiorem, in mediâ etiam, vel ſimili aliâ ſuæ orbitæ diſtantiâ conſideratum. Et quoniam parva eſt, diſtantiarum maximæ & minimæ differentia reſpectu ejus diſcriminis, quod inter diſtantias duorum Planetarum intercedit, itaque tempora Periodica horum ſtratorum circularium aſſumimus, uti tempora Planetarum Periodica. Poſitis igitur T & t pro temporibus, S & s pro ſpatiis percurrentis, D & d pro diſtantiis ſtratorum, C & c pro celeritatibus, erunt tempora $T : t = D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$. Jam vero ſpatia percurrentia ſunt $S : s = D : d$, motus autem in circulo eſt æqualis. Igitur celeritates ſunt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{-\frac{1}{2}} : d^{-\frac{1}{2}} = d^{\frac{1}{2}} : D^{\frac{1}{2}}$. Prima igitur hæc analogia requirit celeritates ſtratorum circularium, in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum.

§. XXXVII.

Fig. IX.

Secundam vocamus analogiam, quæ exhibet celeritates ſtratorum diverſorum circularium in ejusdem Planetæ orbe inæqualiter diſtantium. Eruitur etiam hæc ex temporibus motuum Planetarum, per alteram ſcilicet Kepleri regulam; vi cujus tempora ſunt ut areæ, quas verrunt radii vectores. Si igitur tempuſcula, quibus Planeta percurrit elementa Pp , & Qq dicantur dT & dt , radii vectores, ſive diſtantiæ à centro vorticis oP & oQ dicantur X & x , arcuſ circularis $P\pi$ & $Q\eta$ ſint dY & dy : erunt ſpatiola $dS : ds = dY : dy$, tempuſcula $dT : dt = XdY : xdy$: adeoque ob motum in tempuſculo infinite parvo æquabilem celeritates $C : c = \frac{dS}{dT} : \frac{ds}{dt} = \frac{dY}{XdY} : \frac{dy}{xdy} = x : X = d : D$. Secunda igitur ana-

logia requirit, celeritates stratorum circularium vorticis in ratione simplici reciproca distantiarum.

§. XXXVIII.

Dux, quantum mihi constat, difficultatis hujus solutiones publice prodierunt. Altera discrimen, quod inter hasce celeritatum expressiones invenitur, ideo parvi facit, & contemni jubet, quoniam, si de orbita tantum unius ejusdemque Planetæ quæstio moveatur, radices distantiarum Aphelii & Perihelii à centro communi videantur prope-modum æquales. Insistit itaque hæc solutio analogiæ primæ, & secundæ differentiam non moratur. Sunt quibus hæc nimium heroica videtur responsio. Arbitrantur, etsi differentia inter maximam minimamque unius Planetæ à centro distantiam exigua sit respectu differentiæ inter distantias duorum Planetarum, non tamen exiguam esse respectu velocitatum, seu radicum distantiarum Aphelii & Perihelii. Mercurii enim exemplo celeritates illas esse uti 68 : 55. *Vide Cel. Joh. Poleni Dial. de Vortic. §. 438. p. 131.*

§. XXXIX.

Alterà est illustrissimi Leibnitii solutio. Putat ille, interrumpi vorticem solarem hac lege, ut per crassitiem orbis cujusque Planetæ obtineat circulatio harmonica, celeritates §. XXXVII. indicatas generans : sed in spatiis vorticis inter hosce orbes mediis, servari leges §. XXXVI. deductas ex temporibus diversorum Planetarum periodicis. Interruptionem ægre tulit Gregorius : & quis non ægre ferat primò auditam ? Fateor, & mihi illam displicuisse à principio ; & displicere etiamnum, si evitari possit, sine graviore incommodo. Gravius vero incommodum mihi in Physicis videtur, si tenear admittere vires Planetam trahentes, sine subjecto virium, si motus Planetæ regulariter impressos sine impulsu corporis moti

in movendum. Itaque duo hîc agenda esse censui; alterum ut inquirerem, an positis vorticibus necessaria sit interruptio memorata; alterum, ut definirem, quales vorticis conditiones esse debeant in singulis locis, ut Phænomenis interruptio satisfaciât. Possunt enim conditiones alteræ præ alteris supponi & tolerari facilius.

§. XL.

Fig. X. Equidem si strata ipsa vorticis gyrantis liceret concipere Elliptica, ad modum orbitarum Planeticarum, liceret evitare interruptionem illam celeritatum. Sint enim ABCD, & *abcd* duo ejusmodi strata Elliptica: sit in S locus solis: & habeant areolæ CSE, *cSe* eandem rationem ad suam unaquæque aream totalem: sitque C & *c* aphelium vorticosi strati ABCD & *abcd*. Repræsentabunt CE & *ce* arcus circulares radiis SC & *Sc* descriptos. Eritque adeo.

Tempus per CE ad tempus per *ce*, uti tempus Ellipf. ABCD ad tempus per *abcd*, & denuo, uti areola

$$\frac{T}{t} = \frac{D^{\frac{3}{2}}}{d^{\frac{3}{2}}}$$

CSE ad areolam *cSe* ita $CS \times CE : cS \times ce = D \times CE : d \times ce$,

hoc est $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} = D \times CE : d \times ce$, adeoque $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} = CE : ce = spat : spat.$ unde emergunt celeritates etiam ex una

orbita ad aliam: $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = d : D$

plane uti obtinentur §. XXXVII. pro diversis unius orbitæ locis. Succederent igitur omnia similiter, si vortices tractare liceret, uti Neuto orbitas. Fateor autem, deesse nobis medium, quo strata vorticum dirigere in Ellipses liceat, solem in Foco positum ambientes.

§. XLI.

Agnoscamus itaque, quoniam circularia assumi strata vorticosa debent, evitari illorum diversitatem quoad rotandi celeritates non posse. Id satis patet ex comparatione dictorum §. XXXVI. & XXXVII. Patet etiam exemplis: si enim extendere velles legem §. XXXVII. erutam, ad diversos Planetas, obtinerentur tempora illorum periodica longe justo majora. Cum enim sit $C : c = d : D$, & $S : s = D : d$ essent tempora $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}$

$= \frac{D}{d} : \frac{d}{D} = D^2 : d^2$. Adeoque assumtis Terrâ & Saturno, erit distantia Telluris ad distantiam Saturni, sive $d : D = 2 : 19$, & tempus periodicum telluris annum $= 1$, unde fieret tempus periodicum Saturni $T = \frac{D^2}{d} = \frac{361}{4} = 90$

annorum. Ex adverso, si analogia duarum orbitarum transferretur ad diversa ejusdem orbitæ loca, ob $C : c = \sqrt{d} : \sqrt{D}$. vide §. XXXVI. & ob spatia arcibus expressa, obtineremus tempuscula $= d\sqrt{X}$ contra analogiam alteram §. XXXVII. poterat id ex directa tractatione horum paragraphorum intelligi: sed malui inevitabilitatem interruptionis etiam ex reciproca illatione colligere. *Conf. Jo. Poleni de vorticib. caelest. §. 136. & seq. p. 128. 140.*

§. XLII.

Res igitur omnis eò redit, ut tolerabiliorem reddamus isthanc legis rotandi interruptionem, allegando conditiones vorticis huic fini necessarias. Commodum hîc accidit, quod combinari dicta §. XXXIII. & XLI. possint. Finge, fluidum vorticofum ex uno orbe Planetico versus alterum decrescere densitatibus suis, eâ lege ut

densitas Δ sit reciproca subduplicata distantiae, five $\Delta = D^{-\frac{1}{2}}$: Obtinebimus per §. XXXIII. Tempora periodica & celeritates, quæ debentur analogiæ primæ ad diversos Planetarum orbes pertinenti. Finge secundo loco, fluidum vorticofum per crassitiem orbis cujusque planetici esse uniformiter densum, adeoque in formula §. XXXIII. inventa, esse $m=1$, $n=1$, & $p=0$. ut scilicet $\Delta = D^p$ fiat uniformis; invenies $2 + pn = 2$ $m=2$, & $T:t = D^2:d^2$. plane uti requiritur per legem celeritatis inter duas ejusdem orbitæ distantias assumptam §. XLI. Omnis igitur illa vorticum interruptio absolvetur hoc uno, ut diversa sit vorticum densitas, constans illa per singulorum orbium crassitiem, & decrescens in eorundem orbium intervallis.

§. XLIII.

Non dubito quin hoc audito causam requirant Lectores cur eadem sit vorticis densitas per crassitiem orbium Planeticorum, & diversa in spatiis interceptis? Equidem, si & huic quæstioni satis quod est facere liceret, putarem me à plena vorticum assertione parum abesse. Id vero tempori commendo, vel aliorum industriæ. Fortassis aliquæ hîc partes sunt retardationis & accelerationis, quæ diversis fluidi partibus fiunt à Planeta. Cum enim planeta una cum suo vortice particulari deferatur à fluido circa solem gyrante, impelletur ille à fluido, sed per demonstrata & experimentum Cel. Poleni tardius movebitur ab initio, quam ipsum fluidum. Successive tamen accelerabitur, ita ut eadem cum fluido tandem celeritate deferretur, si fluida in totum illum Planetæ ambitum incurrentis celeritas foret directe proportionalis ad distantias singulorum fluidi, ut sic dicam florum. Quoniam vero celerius moventur fila fluidi inferiora, quam superiora: itaque redigetur Planeta cum suo vortice particulari ad celeritatem quandam æquatam, quæ cadit inter maximam

maximam & minimam filorum fluidorum deferentium. Ita fiet, ut à tergo Planetæ fluidum inferius retrorsum, à fronte ejus fluidum superius antrorsum impellatur: ex utroque sequitur condensatio, sed partialis. An illa diu continuata sese diffundat, redigatque orbem Planetæ universum ad eandem sensibilibiter densitatem, id definire non ausim: æqualem vero orbis cujuscumque densitatem non dubito asserere; siquidem præter dicta §. XLII. eadem quoque necessaria est per Prop. LIII. lib. II. Principiorum Newtoni, quæ postulat, ut corpora quæ in vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sint densitatis cum vortice; adeoque propter densitatem Planetæ constantem etiam vorticis densitas sit uniformis & eadem. Cætera, ubi densitatem Planetæ dico, non de crusta loquor sola, sed de universo Planetæ in vortice delati composito.

§. XLIV.

Ut igitur quæ hæcenus exposui, in summam ipse redigam: fateor superesse disquisitionem causæ Physicæ, quæ efficiat ut fluidum vorticofum per intervalla æqualiter densum sit, & inæqualiter? Puto autem, intelligi etiam ex superioribus, nullis hucusque contradictionibus involvi vortices cælestes. Dixi autem ista pro more sæculi, quod gravitatem extendere in cælos solet. Rigorose enim agendo, potuissem ab ista applicatione manum abstinere, & in solo Hugeni instituto (Vid. §. V.) persistere; hoc est, præcipua gravitatis terrestris Phænomena deducere ex vortice jam supposito, & difficultates, si quæ hoc respectu intercedunt, resolvere. Id nunc agere constitui.

§. XLV.

Phænomena gravitatis §. VI. enarrata per vorticem nostrum obtineri posse patet ex superioribus nostris, si conferantur cum Hugenianis. Phænomena primum &

sexum, directiones scilicet gravium versus centrum, & figuram nuclei sphaericam ostendimus §. XXIII. & seq. secundum & tertium, actio nimirum gravitatis trans corpora utcumque densa, & in partes eorum internas aequaliter propagata, ex subtilitate materiae vorticosae Hugenius recte deduxit. Quartum, de acceleratione secundum tempora, sequitur ex stupenda materiae agentis celeritate, & distantiarum in quibus experimenta capi possunt, nimiam parvitate, consentientibus passim eruditis, inter quos velim conferas cum Hugenio Cel. Saurinum in Comment. ad an. 1709. ubi celeritatem eandem ex Kepleri regula, & ex gravium Phaenomenis derivat. Quintum ex rotatione circa axem derivamus cum Neutone, Hugenio & aliis omnibus.

§. XLVI.

Difficultates animo hae succurrunt. Objecit Cartesio Hugenius, quod in ipsius experimento densiora ad peripheriam enitantur corpora, rariora ad centrum concurrant; id plane adversari Phaenomeno gravitatis; praeterea impetum materiae gyrantis tantum esse in corpora terrestria, ut illa non possint non simul abripi à torrente, id quod experientiae refragatur. Posset etiam quaeri, cur posito tali vortice duplicato nucleus non sequatur eandem cum fluido rotato viam? Cur motus vertiginis non respondeat directioni & celeritati vorticis?

§. XLVII.

Prima est maxime obvia difficultas, sed non nisi primo aspectu gravis. In experimento corpora graviora ad peripheriam ve-gunt, in tellure graviora versus centrum eunt: si in hac appellatione subsistas, minus illa consentiant. Sed gravitatis vocabulum in vortice demum constituendo est accidentarium: loquamur exactius, & generaliter. Illa corpora emergunt ad circumferentiam, quae il-

lius vorticis motui maxime obsecundant. Talia sunt in vortice majori corpuscula ætheris, & quæcumque plus ætheris quam terrestris materiæ continent. Igitur in vortice majori versus peripheriam enituntur post ætherem corpuscula terrestrium rariora; namque in illis est plus ætheris; ætherem enim hic vocabo fluidum illud vorticosum.

§. XLVIII.

Si vorticem feceris in generali vortice peculiarem, cujus adeo motus rotatorii sint diversi à gyratione vorticis generalis: necessum est, illa corpora, quæ plus ætheris, & consequenter plus impulsus secundum vorticem majorem habent, minus obsequi motui vorticis particularis diverso à priori; corpora autem illa, quæ minus ætheris comprehendunt, minus etiam impediuntur à motu vorticoso generali, adeoque magis abripi possunt à motu vorticoso speciali. Igitur in peculiari vortice pro ratione densitatis corporum ad exteriora emergent densiora corpora, ex ratione eadem, quæ in generali vortice illa versus centrum colligit.

§. XLIX.

Non id ineptum videtur mihi, si dixerò, naturam in vorticibus particularibus id facere, quo posito minimum impediatur ætheris inclusi motus secundum præcepta vorticis sui generalis peragendus. Atque hoc obtinet, si rariora versus centrum eant corpora, sive verticalis concipiatur circulus rotationis, sive horizontalis, sive alius quicumque. Particulæ enim in centro posite non differunt ab aliis extra vorticem quiescentibus, adeoque de motu vorticis particularis nihil participant. Cætera, quo sunt axi propiores, eo propius illorum motus ab horum quiete abest; quo remotiores, eo differunt magis, magisque.

§. L.

Fig. XI.

Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sit guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vase futurum est? Per affriccionem vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *bBe* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affriccioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hæc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & peculiaris acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment.
Ac. Scient.

Alteram difficultatem §. XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circu-

larem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hinc in nullas sensibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulsus fieri in corpora gravia, & sensibilibus in eadem agere concessit: sed alio deinceps medio alterum denuo sufflaminavit impulsus. Jussit sibi succedere impulsus laterales infinito numero, diversissimos directione suâ, oriundos ex rotationibus materiæ subtilis confusissime quaqua versum factos, & consequenter se mutuo destruentes. Fateor, nimis hanc videri artificiosam confusionem, quam ut illi fidere ausim. Itaque illam impulsuum successionem non minus quam ipsum Hugonianum vorticem §. XX. suo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc est via compendiosior, quam nunc inibo? Si eadem sunt vires centrifugæ fluidi, & corpusculi fluido innatantis, facta rotatione non cedit corpusculum versus interiora vorticis, sed in circulo suo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipsius, & corpusculi in fluido constituti, v. gr. aquæ & ceræ non sint multum differentes, cedit quidem fluido nitenti corpusculum, sed cedit in linea vehementer spirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpusculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: sic, ut elementa semitæ Mm angulos mMC semper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpusculi circularem, & Nm viam versus centrum. Finge igitur, corpusculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinites, hoc est, incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus mMC , incidet via Mm in radium MC , & MN erit respectu Mm

Fig. XII.

§.

L.

Fig. XI.

Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sic guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vale futurum est? Per affriccionem vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *bBe* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affriccioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hæc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & peculiaris acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment.
Ac. Scient.

Alteram difficultatem §. XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circa-

larem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hinc in nullas sensibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulsus fieri in corpora gravia, & sensibiliter in eadem agere concessit: sed alio deinceps medio alterum denuo sufflaminavit impulsus. Jussit sibi succedere impulsus laterales infinito numero, diversissimos directione suâ, oriundos ex rotationibus materiæ subtilis confusissime quaquaversum factos, & consequenter se mutuo destruentes. Fateor, nimis hanc videri artificiosam confusionem, quam ut illi fidere ausim. Itaque illam impulsuum successionem non minus quam ipsum Hugenanum vorticem §. XX. suo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc est via compendiosior, quam nunc inibo? Si eadem sunt vires centrifugæ fluidi, & corpusculi fluido innatantis, facta rotatione non cedit corpusculum versus interiora vorticis, sed in circulo suo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipsius, & corpusculi in fluido constituti, v. gr. aquæ & ceræ non sint multum differentes, cedit quidem fluido nitenti corpusculum, sed cedit in linea vehementer spirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpusculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: sic, ut elementa semitæ Mm angulos mMC semper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpusculi circularem, & Nm viam versus centrum. Finge igitur, corpusculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinities, hoc est, incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus mMC , incidet via Mm in radium MC , & MN erit respectu Mm

Fig. XII.

incomparabiliter parvum. Corpusculum igitur ex illius fluidi impulsu directe versus centrum perget, sine sensibili motu laterali.

§. LIV.

Quantæcumque igitur virtutis fuerit hoc fluidum, nunquam id efficiet, ut circularem vel lateralem motum consequatur corpusculum cedens. Cum enim impulsus lateralis semper evanescat præ verticali: corpusculum ipsum, si liberum est, recta descendet; sin obstaculo impeditur, tanto nisu versus illud opprimetur, ut lateralis impulsus præ illo evanescat. Cumque hi impulsus in omnes corporum particulas fiant æqualiter, nihil ab hac laterali violentia patietur corporum, etiam mollissimorum, textura.

§. LV.

Illud per se patet, etsi impulsus verticalem incomparabiliter maiorem assumam impulsu laterali: non ideo absolutam impulsus verticalis vim statui infinitam. Potest illa assumi, quanta aut quantulacumque arridet; vel potius debet illa definiri tanta, quantam ostendunt Phenomena gravitatis. Res semper salva erit, si memineris, corpusculi terrei vim centrifugam posse concipi adhuc incomparabiliter minorem.

§. LVI.

Atque ita tertiam simul evitavimus difficultatem §. XLVI. Patet enim ex hætenus dictis, cur neque unus vortex motum vertiginis circa axem, neque duplicatus producat motum Planetæ circa centrum suum eodem modo, quo ipse vortex rotatur. Semper enim evanescit impulsus in corpuscula cedentia lateralis præ altero verticaliter facto. Nisi igitur aliunde accederet motus verti-

ginis terræ & Planetarum cæterorum, quiescerent illi in vorticibus suis, sine vertigine; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LVII.

Quoniam & ex motu vertiginis sumitur contra vortices argumentum, placet rationem reddere, cur aliunde illum esse derivandum dixerim. Nego, sequi illum ex actione vorticis generalis. Impedit directio hujus motus: impedit axis vertiginis: impedit consensus vertiginis in Planeta primario & secundario. De tempore periodico nihil dicam, quoniam illius respectu medicinam nondum despero.

§. LVIII.

Sit O locus solis: ABC orbita telluris, secundum Fig. XIII. ordinem litterarum harumce ex Occidente in Orientem lata. Erit per regulam Kepleri celeritas fluidi vorticosi major infra lineam ABC , & minor supra illam. Diximus §. XLIII. corpus ipsum telluris be Bf impelli à fluido impingente, ejusdemque tandiu accelerari motum, donec acquirat celeritatem aliquam constantem, mediamque inter maximam fili fluidi abc , & minimam fili $aB\gamma$. Celerius itaque moveri terram in B , quam fluidum antecedens, adeoque illud circa Bf impelli à corpore Planetico, & accumulari. Ex adverso tardius moveri terram in b quam fluidum insequens: itaque hoc impediri à Planeta, & accumulari circa eb . Inde duplex fluidi actio in Planetam. Sit m quasi centrum actionis fluidi in eb constituti, & n centrum reactionis fluidi in Bf pressi: erunt directiones actionum harum secundum mp & nq . Itaque rotabitur corpus circa centrum aliquod in linea mm centra actionis conjungente positum; & qui-

dem secundum directionem litterarum $b f B e$, hoc est, ex Oriente in Occidentem; plane adversus naturæ consuetudinem.

§. LIX.

Ingeniosum est, quod de refluxu vir eruditus dixit: sed Hypotheseos tantum gratiâ excogitatum videtur. Vult fluidum circa eb accumulatum refluere in partem vacuum eB ; & alterum circa Bf congestum refluere in partem fb vacuum: eodemque refluxu simul Planetam rotari in eandem partem. Conveniret id hæcenus Phænomeno: sed quærere possis, cur fluidum circa eb , pressum à sequenti, potius in partem eB feratur, quam in alteram bf trans Planetam festinet? cur item, quod circa Bf premitur fluidum, potius in fb fluat, quam in $Bè$? Cur porro tantus refluxui effectus tribuatur, ut non solum destruat impulsus fluidi directæ venientis, sed motum quoque eidem contrarium Planetæ inducat? Cur in experimentis Cel. Polenii rotatio corpusculi natantis sequatur directionem, quam à fluxu nos deduximus? non eam, quam à refluxu vir ingeniosissimus? De consensu vertiginis in primario & secundo mox dicam. Patet igitur, quod ex actione vorticis generali sequeretur motus vertiginis directione sua contrarius naturali.

§. LX.

Neque id solum. Centrum hujus rotationis foret centrum motus æquali, punctum scilicet lineæ nm , per quod ducitur filum fluidi gyrantis illud, quod naturaliter celeritatem habet eam, quam corpus Planeticum ex diversis illis fluidi impulsibus acquisivit. Id, si à centro corporis distat, novas gignit difficultates. Sed finge illud non distare sensibiliter: hoc facto axis rotationis erit ad planum orbitæ perpendicularis; nequaquam inclinatus.

§. LXI.

§. LXI.

Denique rotatio satellitum circa axem suum dirigetur in plagam contrariam ejus, in quam fertur vertigo primarii. Sit denuo $A B C$ orbita telluris: & $A b C B A$ vortex tellurem ambiens, qui per §. L V I I I. rotabitur secundum $A b C B A$. Jam porro hujus vorticis eadem sunt leges, quæ prioris, scilicet ut celeritas decrescat cum distantis crescentibus: igitur Luna per illius actionem rotabitur secundum $s t u x$, dum terra vertitur secundum $o p q r$. illa ex Occidente in Orientem, hæc ex Oriente in Occidentem. Nullus igitur in directione vertiginis consensus foret inter primarium & secundarios Planetas. Neque hic in subsidium advocari refluxus potest; quod si enim primarii directio per illum restituitur, destruitur tamen directio secundarii.

Fig. XIV.

§. L X I I.

Non igitur vertiginem à vorticibus derivare artificii: hætenus cognitis licet: Neque ideo tamen vortices rejicere; non magis ac Neutonianæ attractiones ideo rejiciuntur, quoniam plura sunt, interque illa etiam §. XXXV. ipse motus vertiginis, quorum origo ex illa theoria nondum explicari potest. Sufficit ostendisse medium, quo evitari contradictio inter vortices, & vertiginis tempora atque directionem potest. Nimirum in nostra hypothesi §. L I I I. L I V. & L V I. exposita, vorticibus plane indifferens est, siue quiescat corpus centrale, siue in partem quamcumque verratur. Hoc vero necessum erat contra objectiones à vertigine: originem vero vertiginis aliam assignare si possumus, bene est; si non possumus, ignorantiam id nostram probat, non falsitatem vorticum.

§. LXIII.

Propero ad finem: itaque non nisi unum adjungo. Si molestum est Lectoribus, quod §. XXIX. ex abrupto duplex rotationis motus affingitur strato alicui, vel orbi fluido; non miror. Sed neque hic subsistendum puto; neque intercedo, si ulteriores harum rotationum causas velint inquirere. Quin ipse id faciendum esse judico, atque, ut fieri facilius possit, nonnihil adminiculi subministrare amplius volo.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri omnino potest, ut duo fluida diversa sese invicem transfluant sine impedimento sensibili. Adfunt ejus rei exempla. Si vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horizontaliter, vel utcumque positum celerrime rotates, non ideo impedires actionem magnetis ex altero vitri latere positi in acum magneticam ex altera & opposita parte sitam; magnetica vero per vortices explicantur Phænomena. Similiter ferrum ex polo magnetis armato pendulum non ideo cadet, si in gyrum illud circumagas velocissime. Non itaque generaliter repugnat, vorticem unum gyrare trans alterum.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut duo se invicem vortices transfluant, hac lege, ut neuter alterum impediat, uterque autem rotetur celeritate æquali in distantis æqualibus, & pro distantis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantis proportionales, denique in corpuscu-

lum cedens sub æqualibus circumstantiis uterque agat æqualiter: dico, fictionem hanc alteram æquipollere illi priori, quam §. XXIX. fecimus. Finge enim corpusculum in loco sphaeræ vorticosa quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido utroque densitatis; recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsus aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum à fluido circa axem AC rotato recipiet impulsus gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nifus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio itaque corpusculi nec cedentis vortici, nec illum superantis, foret in circulo maximo sphaeræ per locum corpusculi descriptæ: igitur directio corpusculi non amplius æque densi, sed fluido utrique nonnihil deorsum cedentis, erit in spirali super illius circuli plano descripta; & directio corpusculi infinite cedentis, erit in recta XO, non minus, atque id supra per alteram invenimus hypothesin.

Fig. XV.

§. LXVI.

An tales in natura vortices invenire liceat, non facile dixero. Agnovit alicubi magnus scientiarum instaurator Cartesius duos apud idem sidus materiæ cœlestis vortices, quorum directiones se invicem decussent. Vide Princip. Philos. p. III. §. CVIII. CIX. sed quales §. CX. proponuntur, nostro nondum conveniunt instituto. Atque, licet eorum aliqua accommodare scopo nostro non sit impossibile, cujusmodi forent, si interiorem vorticem ultra maculæ superficiem extenderes, si vorticum per polos gyantium impulsus finxeris alternativos, & similia: sperari tamen vix potest, ut reliquas vorticum §. LXV. requisitorum leges iisdem liceat asserere. Ita-

que omnino præstat, de specialibus nihil definire.

§. LXVII.

Manebimus, spero, Philosophi, si de rebus parum compertis taceamus. Dedimus theorema mechanicum, quo mediante præcipua gravitatis Phænomena deducere ex vortici us licet: ostendimus, quales in natura vortices inveniri debeant, si gravitatem illis, & præcipuos Astrorum motus imputare velis: monuimus, quid in quibusdam contra vortices argumentis desiderari adhuc cum ratione possit: conciliavimus non pauca, quæ minus invicem consentire videbantur. Potuit id fieri tractatione generali, & ut plurimum abstracta. Si specialiora alii, & magis applicata desiderent, illa, fatemur, nondum esse in potestate. Fortassis ita defendimus vortices, ut alteri in eorum assertionem, alteri in eorundem reprehensione per hæc nostra confirmetur. Neutrum nos male habebit. Sufficiet honori nostro, si methodum approbaverint, & tantum in hac scriptiuncula novi atque boni deprehenderit Lectores nostri, ut eandem legisse ipsos non pœniteat. Nobis, quæ hic dicta sunt, sæpius emendanda; quæ omissa sunt, lente videntur addenda: symbolum enim huic Dissertationi est illud Leopoliensis Castellani, Andreæ Maximiliani Fredro, prudens monitum.

Vis rem benè habere: lentè fac, & sæpè corrige.

E M E N D A T I O

Quorumdam Paragraphorum, in Dissertatione cui Lemma est :

Vis rem bene habere: leniè fac, & sæpè corrige.

§. LIIL.

VISUM est aliquando, facilem ex hac difficultate exitum esse: sed præcipitato falsus fui iudicio. Ita autem primò inferebam. Si corporis fluido immersi, & fluidi ipsius æquales sunt centrifugæ vires: factâ vorticis rotatione corpusculum non cedit versus interiora vorticis, sed in circulo rotabitur una cum fluido sibi contiguo. Sin vires centrifugæ corpusculi solidi sint paulo minores viribus fluidi: cedit utique nitenti ad peripheriam fluido corpusculum illi immersum, sed movebitur in linea spirali, plures circa axem vorticis gyros peractura. Id experimentis docuit Celeber. Saulmon in Comment. Acad. Scient. an. 1715. p. m. & seq. Jam, quo major est virium differentia, eo via corpusculi cedentis à circulari recedit magis magisque, & ad rectilineam accedit; sic, ut, exponendo viam corpusculi circularem per MN, & centripetam per Nm, in tempusculo infinite parvo, elementa semitæ Mm angulos mMC semper acutiores faciant cum radio MC. Quod si itaque corpusculum solidum fingatur habere vim centrifugam incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus mMC, incidetque via Mm in radium MC; erit enim hoc casu MN respectu lineolæ Nm incompa-

Fig. XII.

rabiliter parva. Igitur in tali vortice corpusculum cedens movebitur in linea recta MC, sine sensibili motu laterali, extra illam faciendo.

§. LIV.

Rectè id quidem; sed linea MC ipsa movebitur cum vortice in gyrum. Itaque si motus corpusculi cedentis absolutus considerari debeat; erit ille compositus, ex motu proprio corpusculi in linea MC; & ex motu communi ipsius lineæ MC una cum vortice suo translata. Etsi igitur motus corpusculi proprius fiat in directione MC rectilinea; non id tamen sufficit Phænomeno gravitatis naturalis quoad directionem rectilineam, & horisonti perpendiculararem; præcipue in nostris vorticibus, ubi omnes rotationes fiunt in circulis sphaeræ maximis.

§. LV.

Quod si igitur cavendum est, ne corpusculum solidum à duplici mea rotatione §. 29. impulsus, præter appropinquationem ad centrum, participes etiam ex motu circulari utrinque impresso, adeoque spirales describat in plano per centrum vorticis transeunte: adhibendum erit medium, quod se à principio statim animo obtulit meo, sed ideo hætenus rejectum, & nonnisi in casum necessitatis asservatum fuit, quoniam id simplicitati hypotheseos præjudicat. Duplicandi sunt denuo vortices nostri, ad exemplum vorticis magnetici. Rectè Cartesius & alii duos magneti vortices vindicant, à Polo ad Polum gyrrantes, contrarios sibi, & quam proxime æquales; quorum neuter alterum impedit, & quorum opera fit, ut suspensæ circa magnetem sphaericum in capsula positum acus nondum excitatæ dirigantur in situs ad superficiem magnetis perpendiculares. Equidem, si duoingas fluida sibi invicem occurrentia rotationibus contrariis, neutrius motum circularem sequi corpusculum poterit: itaque via ejus ex spirali recta fiet ad centrum vorticis directæ. Difficile hoc remedium est, fateor, & quo lubens carerem. Cum tamen ejus rei exemplum in magnetibus detur,

atque inde jam à Cartesio translatum sit ad sidera, (*vide Princip. Philos. p. III. §. 110.*) præstat hoc, quam nihil, dicere.

§. LVI.

Ita vero & tertiam evitabimus difficultatem. Patet ex dictis, quomodo cavendum sit, ne vortex circa axem unum factus telluri motum vertiginis imprimat, vel vortex circa binos axes rotatus corpori centrali motum imprimat rotatorum; illi enim simplici circa eundem axem simplex alius contrariâ directione latus, huic vero opponendus est alius circa eisdem axes in contrarium gyrans vortex compositus. Ita enim elidentur impulsus fluidorum circulares in corpusculum sibi immersum. Atque adeo, nisi aliunde accederet motus vertiginis Terræ & Planetarum Cælorum, quiescerent illi in vorticibus suis; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra §. 27. recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri utique potest, ut duo & plura etiam fluida sese invicem sine impedimento transfluant sensibili. Potest igitur si malis, id quod §. 23. & seq. per duplicem unius fluidi rotationem quævivimus, fieri per duo fluida se invicem decussantia. Fateor rem fieri difficilem, si §. 23. & seq. cum §. LV. componas: ita enim quatuor fluida exsurgent, trans se invicem gyratione. Neque præsto est exemplum penitus simile: etsi trium vorticum exempla non desint. Si enim vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horizontaliter, vel utcumque positum, celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex alterutro vitri latere siti in acum magneticam ex opposita parte sitam. Habemus vero hîc vortices à magnete duos, & unum aquæ gyrationis. Ita nec rotatio ferri ex polo magnetis

armato pendentis impedit actiones vorticis utriusque magnetici.

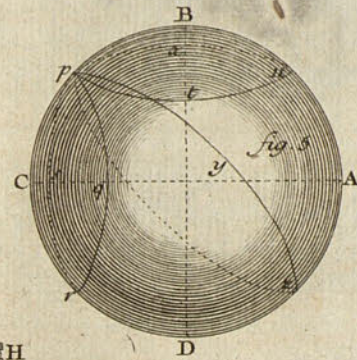
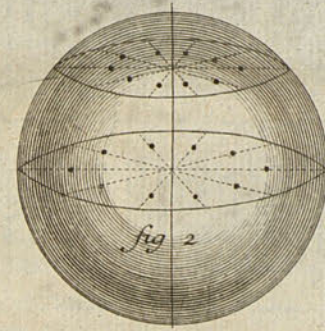
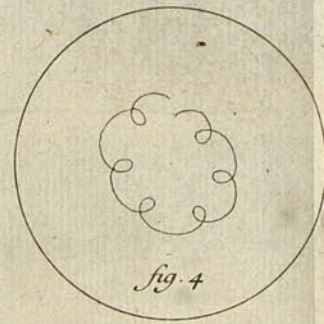
§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut plures se invicem vortices transfluant hac lege, ut nullus alterum impediat, singuli autem rotentur celeritate æquali in distantiiis æqualibus, & pro distantiiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis singuli agant æqualiter: dico fictionem hanc novam, æquipollere illis, quas §. 29. & 55. fecimus. Facilitatis gratiâ consideremus duos tantum vortices, quos composito ante memorato §. 29. æquipollentes credimus futuros. Sit corpusculum solidum in loco sphaeræ vorticosa quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido vis centrifugæ: recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyran-
 Fig. XV. tis impulsus aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum, à fluido circa axem horizontalem AC rotato, recipiet impulsus gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nîsus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio igitur corpusculi nec cedentis fluido, nec idem superantis foret in circulo sphaeræ maximo per punctum X descriptæ. Igitur directio corpusculi nonnihil cedentis foret in spirali super illius circuli plano descripta: & si singuli vortices duplicentur ex §. 55. directio corpusculi cedentis erit in recta XO, tendens ad centrum vorticis. Ista igitur in abstracto dicta sufficiant.

§. LVI.

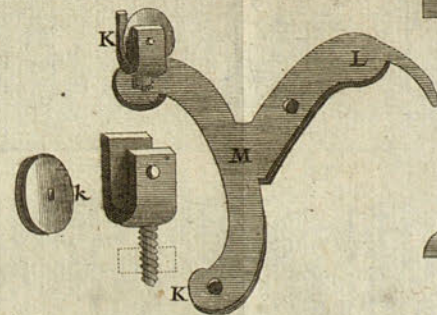
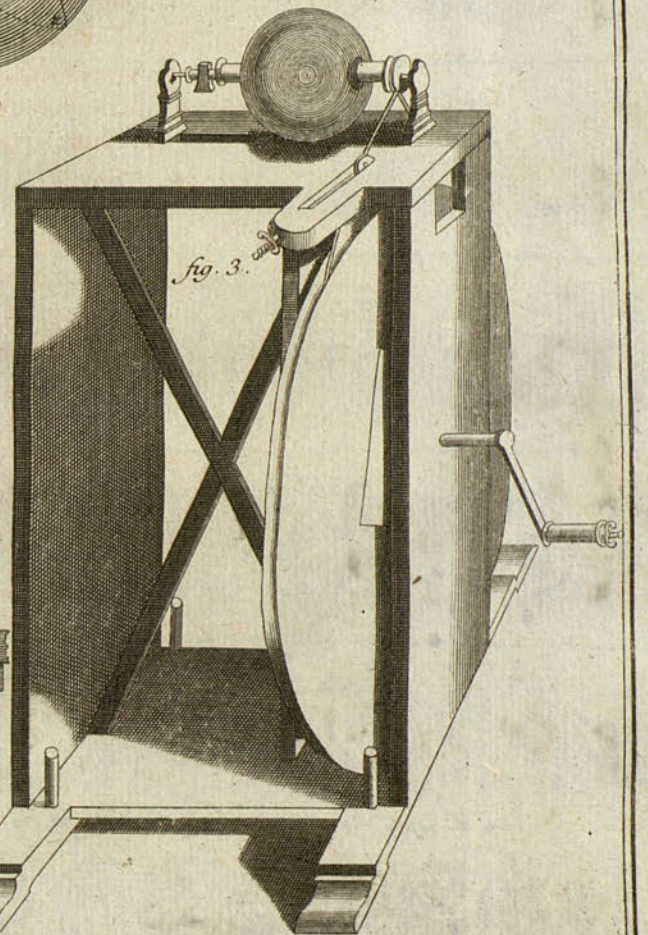
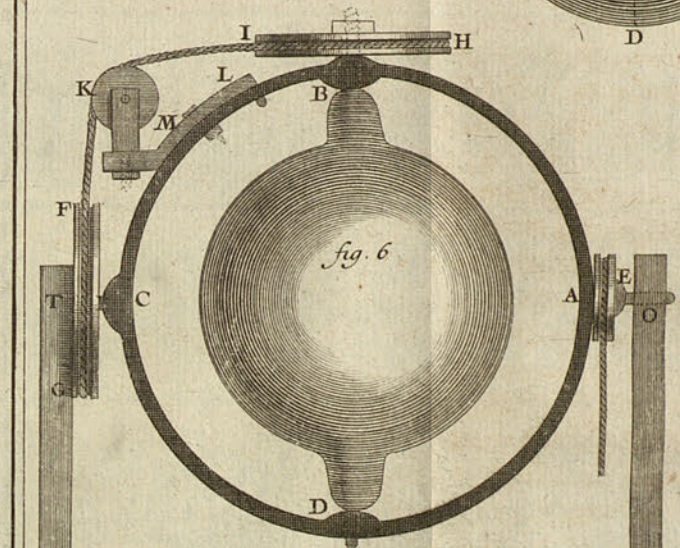
... . Cartesius duos, imo tres, apud....

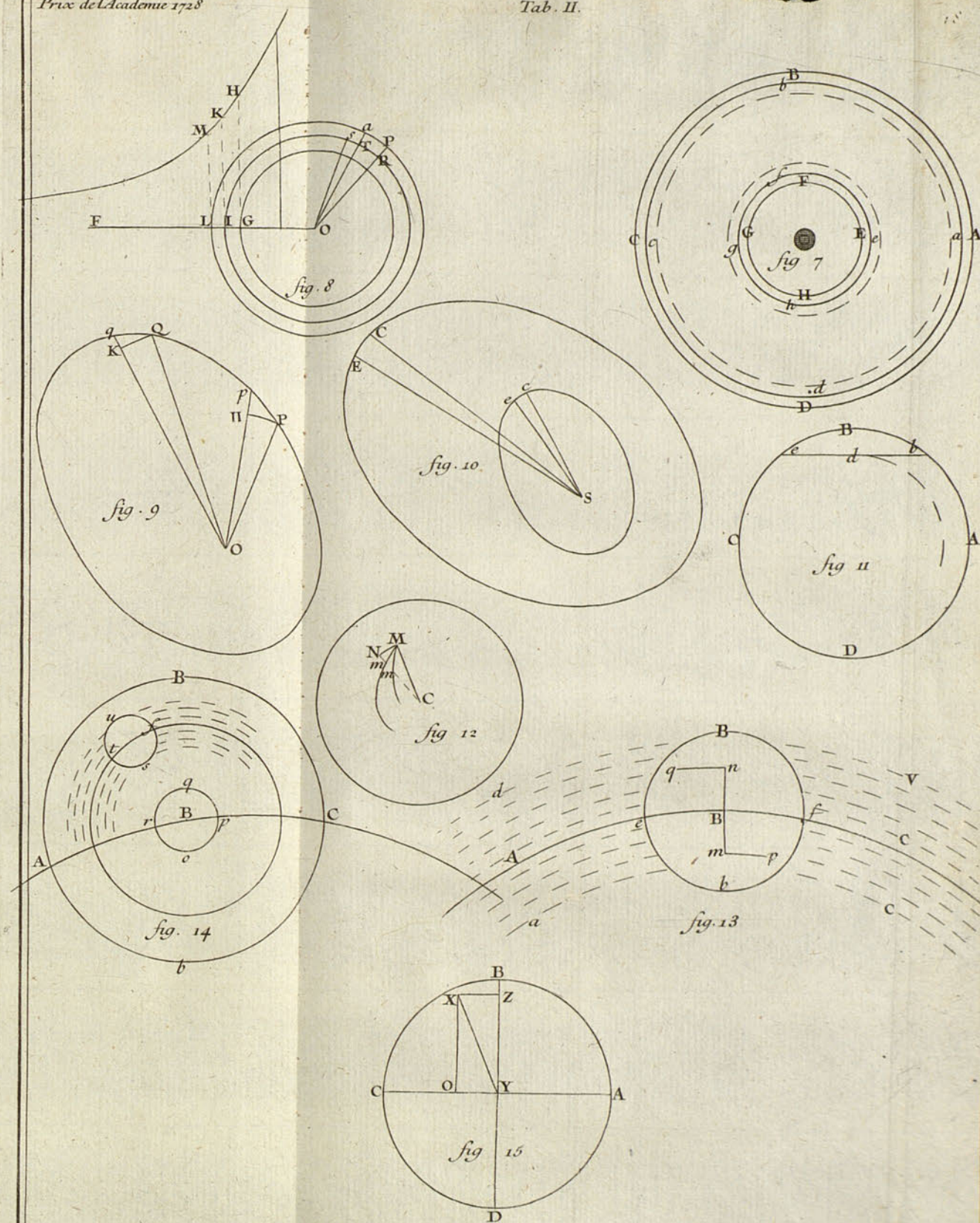
F I N I S.

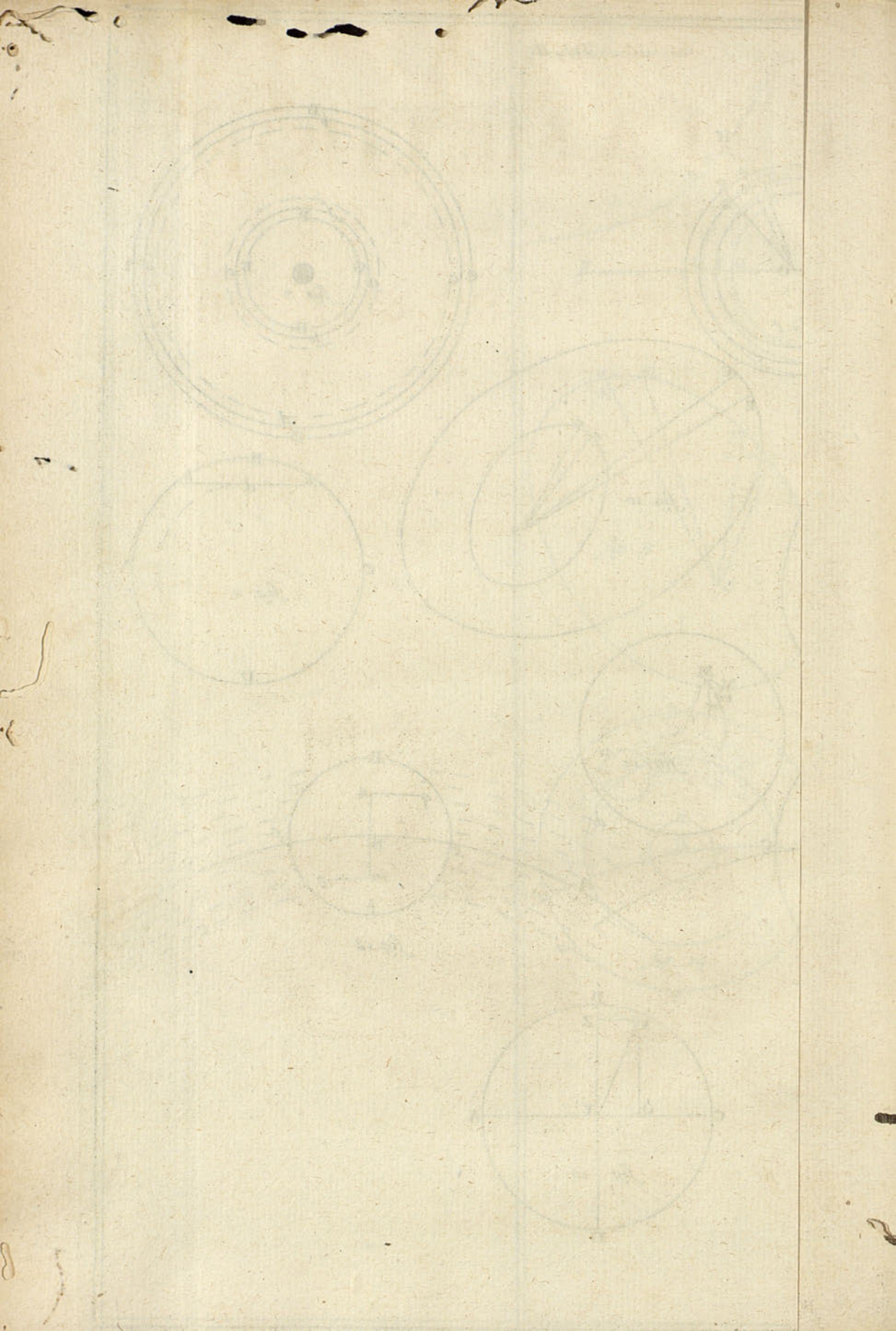


_____ B. _____ A.
_____ C. .O _____
_____ D. _____ E. _____ F.

fig. 1







DE LA METHODE

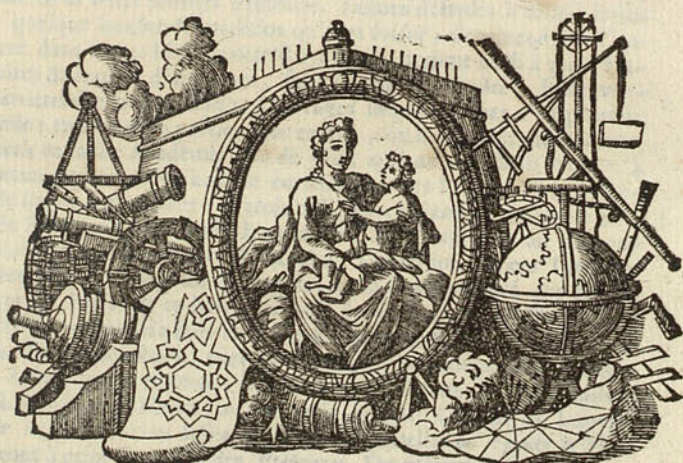
D'OBSERVER

EXACTEMENT SUR MER

LA HAUTEUR DES ASTRES.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Academie Royale des Sciences
pour l'année 1729.

*Par Monsieur BOUGUER, Professeur Royal en
Hydrographie au Croisic, & Membre de
l'Academie Royale de Bordeaux.*



A PARIS, RUE S. JACQUES ,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins ,
à l'Image Notre - Dame.

M. DCC. XXIX.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

DE LA METHODE

D O B S E R V E R

EXACTEMENT SUR MER

LA HAUTEUR DES ASTRES

PIECE QUI A REMPORTE LE PRIX

proposé par l'Académie Royale des Sciences

pour l'année 1729.

Par Monsieur BOUGUER, Professeur Royal en

Hydrographie au Croisic, & Membre de

l'Académie Royale de Bordeaux.



A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez Claude JOMBART, au coin de la rue des Mathurins,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXIX.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils ; & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notre dite Académie, par un Règlement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au *Sieur Exposant* toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notre dite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalières, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées ; comme aussi les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre Royaume ; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie ; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénouciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts ; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractères, conformément aux Règlemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le *Sieur Daguesseau* ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empê-*

Ehement. Vou'ons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxième. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. juillet 1717.

Signé, DELAULNE, Syndic.

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cédé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les différens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. Signé, J. P. BIGNON,



DE LA MÉTHODE¹
D'OBSERVER
EXACTEMENT SUR MER
LA HAUTEUR DES ASTRES.

—— Oculofque sub astra tenebat.

Virg. Mar. Ænei. Lib. V.



ORSQUE l'Academie Royale des Sciences propose aux Scavans de toutes les Nations, de déterminer *quelle est la meilleure Méthode d'observer les hauteurs sur Mer, par le Soleil* par les Etoiles, soit par des instrumens déjà connus, soit par des instrumens de nouvelle invention, Elle montre dans cette rencontre, comme dans toutes les autres, l'extrême attention qu'elle a pour l'utilité publique, & pour la perfection des Arts. Elle ne pouvoit pas choisir en effet de matiere plus importante, & qui interressât davantage les Marins. Car réduits en Mer à ne pouvoir trouver que la seule latitude, avec un peu de précision, les Pilotes ne

A

2 EXAMEN DES INSTRUMENS, &c.

ſçavent point trop ce qu'ils doivent penser des instrumens dont ils se servent ; & il ne paroît pas non plus que les Hydrographes aient pris beaucoup de ſoin de les en instruire. Heureusement rien n'eſt plus propre à porter les Sçavans à faire tous leurs efforts , pour tâcher de ſupléer à ce défaut , que l'invitation que fait aujourd'hui l'ACADEMIE. Je me ſuis auſſi laiſſé entraîner par l'eſperance , peut-être , trop flateuſe , de pouvoir mériter les ſuffrages de cette célèbre Compagnie ; mais je ne propoſe mes idées , qu'après les avoir examinées avec le dernier ſcrupule ; & qu'après avoir fait attention , que le Tribunal devant lequel j'oſe parler , diſtingue le vrai du faux , à ſes moindres caractères.

§. I.

On peut diviſer en deux eſpeces différentes , tous les instrumens qu'on peut emploier ſur Mer , pour obſerver la hauteur des Aſtres. Les premiers , qui paroiſſent être d'un uſage beaucoup plus commode à terre , ont un fil à plomb , ou bien ils prennent d'eux-mêmes , par leur peſanteur , une ſituation horiſontale. Nous avons de ce nombre le quart de cercle ordinaire des Aſtronomes , l'aſtrolabe , l'anneau aſtronomique , l'Hémisſphere nautique de *Michel Cognet* , &c. Les autres instrumens , comme le bâton aſtronomique de *Gemma* , l'arbaleſtrille , le quartier Anglois , &c. ſont ceux qui ont beſoin d'horizon & qui ne peuvent ſervir qu'en Mer ; parce que l'Obſervateur eſt obligé , pour les ajuſter , de prendre pour ligne horiſontale , le raïon viſuel tiré de ſon œil à la ſéparation aparente de la Mer & du Ciel. C'eſt de ces derniers instrumens dont on ſe fert depuis aſſez long-tems dans la Marine , mais peut être ſ'eſt-on déterminé un peu trop-tôt en leur faveur ; car eſt-il certain qu'on ne pourroit pas à l'aide d'une bonne ſuſpenſion , garantir les premiers des plus grandes agitations du vaiſſeau ? Ce doute nous engage à examiner principalement les instrumens de la premiere

espece; ceux qui prennent d'eux-mêmes leur situation. Nous ferons ensuite notre choix: Et afin de ne rien omettre sur le sujet dont il s'agit, nous ajouterons une seconde Partie, dans laquelle nous parlerons des corrections, dont la hauteur a besoin.



PREMIERE PARTIE.

Examen des Instrumens, qui sont les plus propres pour observer en Mer la hauteur des Astres.

CHAPITRE PREMIER.

Description des Instrumens qui portent avec eux leur horizon; & premierement de l'Astrolabe.

§. II.

SI on examinoit d'abord la maniere de suspendre les Instrumens de la premiere espece, & si on trouvoit qu'on ne le peut pas faire d'une maniere assez parfaite, on pourroit se dispenser de parler ensuite de ces sortes d'Instrumens. Mais comme nous nous proposons toujours d'en dire quelques choses, nous croions qu'il est plus à propos de ne travailler à leur suspension, qu'après que nous aurons choisi celui qui est le plus exact & le plus commode. Les Figures 1, 2, 3, 4 & 5. représentent à peu près tous ces Instrumens dont on s'est servi, ou dont on pourroit se servir dans la Marine. Le premier est l'astrolabe des Pilotes, bien différent des trois astrolabes des Astronomes, qui ne sont autre chose que des Planispheres, qu'on attribue à Ptolomée, à Gemma, & à Royas. L'astro-

A ij

Fig. 1.

4 EXAMEN DES INSTRUMENS, &c.

labe des Marins est un gros cercle de cuivre de 8 ou 9 pouces de diametre, dont la circonférence est partagée en quatre parties égales par les deux diametres KL & HI; & dont chaque partie est divisée en 90 degrez. Il a de plus une allidade ou regle mobile BD appliquée au centre C, & qui porte à ses deux extremitéz, deux pinnules B & D. On suspend cet instrument par la boucle A; & dirigeant ensuite l'allidade BD vers l'astre, on trouve la hauteur marquée en F ou en E.

§. III.

Il n'est pas nécessaire d'expliquer comment on gradué cet instrument; mais il est à propos de dire un mot d'un défaut considérable que nous avons remarqué dans la construction de tous ceux que nous avons vû. C'est qu'au lieu de placer les deux pinnules vers les deux extremitéz de l'allidade, en mettant entre elles le plus grand éloignement qu'il est possible, les Pilotes les faisoient placer au contraire vers le centre à environ deux pouces de distance l'une de l'autre. Le Pere Fournier qui autorise cet usage dans son *Hydrographie*, veut qu'on s'y conforme, afin que le centre de gravité de l'instrument ne soit point sujet à changer de place lorsqu'on fait tourner l'allidade; ou pour me servir des propres termes de ce bon Pere, *afin que l'allidade ou regle qui porte les pinnules, soit insensible en quelque situation qu'elle soit, au respect du poids de l'Instrument.* Mais il est certain qu'aussi-tôt que l'allidade est bien en équilibre, autour du centre C, on peut la faire tourner, sans craindre que son centre de gravité change de place, ni que celui de tout l'Instrument en change aussi. Il n'y a que le centre d'oscillation qui ne reste pas toujours dans le même endroit. Mais comme il est démontré que ce centre est toujours situé dans tous les corps, sur la ligne droite qui passe par leur point de suspension & par leur centre de gravité, ce centre ne doit faire simplement que monter ou descendre un peu, le

long du diamètre K L, lorsqu'on fait tourner l'allidade ; & ainsi ce doit être précisément la même chose, que s'il restoit toujours dans le même endroit.

§. IV.

Pour nous, nous soupçonnerions que les Pilotes n'approchoient ainsi les deux pinnules l'une de l'autre, qu'afin d'avoir ensuite plus de facilité à diriger l'allidade vers l'astre. Mais ils ne remarquoient pas que cette facilité portoit préjudice à l'exactitude. Ils dirigeoient, il est vrai, plus aisément l'allidade : mais ce n'étoit que parce qu'ils se contentoient de le faire avec moins de justesse ; ou que parce qu'ils voioient moins bien ensuite l'erreur qu'ils pouvoient commettre. En effet si dans un grand astrolabe, les deux pinnules sont, par exemple, éloignées l'une de l'autre de 16. pouces, on ne pourra pas en dirigeant l'allidade se tromper de 3 ou 4 minutes, sans qu'on s'en aperçoive aussi-tôt : car le rayon de lumière qui passe à travers d'une des pinnules, au lieu de venir tomber exactement sur le milieu de l'autre, en tombera à un sixième ou à un septième de ligne, & cette petite quantité commence à être sensible. Mais ce ne seroit plus la même chose, si on rapprochoit les deux pinnules, & qu'on les mît à quatre ou cinq fois moins de distance l'une de l'autre : il est évident qu'il faudroit alors, que l'erreur fût quatre ou cinq fois plus grande, pour qu'elle se manifestât aussi sensiblement. C'est pourquoi il n'y a point de doute, qu'on ne doive toujours mettre entre les pinnules, la plus grande distance qu'il est possible.

De l'Anneau Astronomique.

§. V.

La seconde figure représente l'anneau astronomique, Fig. 2.

6 EXAMEN DES INSTRUMENS, &c.

qui est un gros anneau de cuivre, qu'on suspend par la boucle A, comme l'astrolabe; mais qui a un petit trou en B, par lequel on fait passer la lumière du Soleil; & cette lumière venant se projeter en D, dans la partie intérieure de l'anneau, marque la hauteur de l'Astre. Le petit trou B doit être éloigné du point de suspension A, d'environ 45 degrez ou de la huitième partie de la circonférence, afin que l'Instrument puisse servir à observer les grandes & les petites hauteurs avec la même exactitude. On voit aussi assez que la surface intérieure de la demie circonférence GDH, qui est sujette à recevoir les rayons de lumière, doit être divisée en 90 parties, pour tenir lieu de degrez; & que ces parties doivent être subdivisées en d'autres plus petites, pour marquer les minutes.

§. VI.

Cette graduation de l'anneau astronomique est un peu plus difficile à faire que celle de l'astrolabe. Car le petit trou B étant pris pour centre, on est obligé de décrire le quart de cercle FE, compris entre la ligne horizontale BE & la ligne verticale BF; & après avoir divisé ce quart de cercle en degrez, il faut tendre un fil ou bien tirer des lignes droites du centre B à tous les points de division, & ce sont ces lignes qui déterminent les degrez sur la demie circonférence GDH de l'anneau. Tous les Auteurs qui ont parlé de cet Instrument, prescrivent ordinairement cette construction. Mais il ne paroît pas qu'ils aient fait attention à toute la nécessité qu'il y a de la suivre; car ils n'en ont point parlé. Cependant on rendroit presque toujours la graduation très-défectueuse, si sans se donner la peine de tracer le quart de cercle EDF, & de tirer toutes les lignes BL, BN &c, on se contentoit de diviser immédiatement la demie circonférence GDH en 90 parties égales. Cette méthode reviendroit à l'autre, si le demi cercle GDH étoit géométriquement parfait; mais elle

s'en éloigneroit presque toujours sensiblement dans la pratique, parce que l'anneau n'est jamais rond dans la dernière rigueur.

§. VII.

Pour voir évidemment ce que nous avançons ici, on n'a qu'à supposer que l'arc GrD n'est pas exactement circulaire, & qu'il s'éloigne en r de l'arc de cercle GKD de la petite quantité rK . Cette quantité peut aller fort aisément à un cinquième ou à un quart de ligne sans qu'on s'en aperçoive : car ce n'est pas ici la même chose que lorsqu'il s'agit d'un cercle tracé sur un plan. On peut vérifier sans aucune peine l'exactitude de ce dernier, en appliquant un compas à son centre : mais on ne peut pas vérifier avec la même facilité la rondeur de la surface intérieure de l'anneau ; parce qu'outre que cette surface pourroit être exactement circulaire par ses deux bords, & ne l'être pas par le milieu, il y a encore assez de difficulté à déterminer son centre. Mais supposons donc qu'il s'en faut la quantité rK que l'anneau ne soit exactement rond en r : il est évident que ce défaut n'empêchera pas qu'on ne détermine, par exemple, exactement le point R du 15^{me} degré de hauteur, si du point L qui marque le 15^{me} degré, sur le quart de cercle EDF , on tire la ligne droite LKB au point B . Mais il y auroit de l'erreur, si pour marquer le 15^{me} degré on prenoit sur la surface intérieure de l'anneau, la moitié de l'arc GP qui répond à 30 degrés : car on trouveroit alors le point r qui seroit situé sur le semi-diamètre CK & qui différeroit du point R , du petit espace rR , presque égal à rK . Ainsi, si rK étoit effectivement d'un cinquième ou d'un quart de ligne, rR seroit à peu près d'autant, & causeroit par conséquent une erreur assez considérable dans la graduation. C'est ce qui montre qu'on ne doit pas diviser l'anneau astronomique, en se contentant de faire par le moyen du compas tous ses degrés égaux : mais qu'on doit employer le quart de cer-

8 EXAMEN DES INSTRUMENS, &c.

cle EDF, pour trouver principalement les premières divisions vers G & les dernières vers H. Au surplus l'anneau astronomique est d'un usage assez commode, aussi-tôt que le peu d'agitation du Vaisseau laisse la liberté de s'en servir. Aussi raporte-t-on que feu M. de Chazelles l'employoit avec beaucoup de succès dans ses voyages sur la Méditerranée.

Description de quelques autres Instrumens proposez par différens Auteurs.

§. VIII.

Outre les deux Instrumens précédens dont on a fait un long usage dans la Marine, on en a proposé plusieurs autres, auxquels on attribuoit quelques avantages particuliers. On a de ce nombre l'Hémisphère nautique de *Michel Cagnet*, d'Anvers, qui prétendoit non-seulement observer en Mer la hauteur du Soleil, mais qui vouloit aussi que son Instrument servît de Cadran, & qu'il fit trouver en même-tems la latitude de l'endroit où l'on est. Le seul nom d'Hémisphère suffit pour donner une idée de la figure de cet Instrument. On l'orientoit par le moïen d'une Boussole; & la hauteur du Soleil se mesuroit sur un demi cercle mobile qui servoit d'azimuth ou de vertical, & qui représentoit la moitié supérieure d'un astrolabe.

§. IX.

Fig. 5.

On voit dans la Figure 3 le demi cercle de M. *Meynier*, actuellement Professeur Royal en Hydrographie au *Havre de Grace*. Ce demi cercle se suspend par la boucle A; & le raïon du Soleil passant par la pinnule C, qui répond au centre, vient se rendre en E dans la partie intérieure de l'arc, & fait connoître la hauteur comme dans l'anneau astronomique. Cet instrument peut être aussi d'usage

la

la nuit, pour observer la hauteur des Etoiles : mais apparemment qu'on le suspend dans un sens contraire, & qu'on vise à l'Etoile par la pinnule du centre & par une autre pinnule située sur la circonférence. Nous ne connoissons ce demi cercle que pour en avoir vû une description très-succinte * : mais nous ne doutons point que son sçavant Auteur ne lui procure une situation constamment horizontale, malgré le poid de la pinnule qui est située sur la circonférence, & qu'on est obligé de faire monter ou descendre selon que les hauteurs sont plus ou moins grandes.

§. X.

La Figure 4 représente un quart de cercle, dont on pourroit se servir de la même maniere que du demi cercle de M. Meynier ; mais qui ne seroit propre que pour observer la hauteur du Soleil. On suspendroit ce quart de cercle par la boucle A, & faisant passer la lumiere du Soleil par le petit trou C, elle viendroit marquer en E la hauteur. Enfin on voit dans la Figure 5 un autre quart de cercle qui ne differe du précédent qu'en ce qu'il ne prend pas de lui-même sa situation & qu'il faut la lui donner, en plaçant horizontalement son côté BC, par le moïen d'un niveau à air HI qui y est attaché. On peut appliquer le niveau de la même façon à plusieurs autres instrumens^a : c'est ce qui fut proposé la premiere fois dans les assemblées qui se tenoient à Paris, chez le fameux M. Thevenot, & ce qu'on communiqua ensuite aux Académies de Londres & de Florence.

Fig. 4.

Fig. 5.

§. XI.

Au surplus, comme tous les Instrumens qui portent

* Dans l'Histoire de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1724. pag. 93.

^a Voyez la quatrième partie des voyages de M. Thevenot.

leur horison avec eux, se rapportent aisément à ceux dont nous venons de parler, il n'est nullement besoin de nous répandre dans de plus longues descriptions, ni de multiplier davantage nos Figures. Nous ne faisons point mention ici du quart de cercle des Astronomes; parce qu'il paroît assez que cet Instrument, qui est très-exact à terre, le seroit très-peu sur un Vaisseau, à cause de la double agitation à laquelle il seroit sujet; sçavoir à son agitation propre, & à celle de son fil à plomb. Il n'en est pas de même de la plûpart des Instrumens dont on vient de parler; car ils ne sont exposez qu'à leurs seuls & propres balancemens, & ils sont donc par cette raison beaucoup plus commodes pour la Mer. On ne gagneroit rien aussi de substituer à la place du fil à plomb, une regle chargée d'un poid par son extremité d'enbas: car outre qu'elle seroit exposée à la même agitation, elle donneroit encore beaucoup plus de prise au choc du vent. Ainsi dans le dessein où nous sommes de marquer quels sont les Instrumens qu'on doit préférer sur Mer, nous n'avons qu'à examiner simplement ceux que nous avons représentés dans nos cinq premieres Figures.

CHAPITRE II.

Du choix qu'on doit faire entre les Instrumens décrits dans le Chapitre précédent.

§. XII.

IL semble d'abord que quelques-uns de ces Instrumens sont préférables aux autres, parce qu'ils peuvent servir la nuit pour prendre hauteur aux Etoiles. Mais pour peu qu'on y fasse attention, on reconnoît qu'il n'y en a aucun de cette espece, qui soit propre à cette observation, & qui ait à cet égard un avantage bien réel sur les autres.

Qu'on se serve de l'astrolabe ou du demi cercle de la Figure ; en le changeant de disposition , il faudra pour observer la hauteur d'une Etoile , la regarder par deux pinnules ; mais comme la premiere de ces pinnules ne sera percée que d'un très-petit trou , il sera extrêmement difficile de viser exactement à l'Etoile , pendant que l'Instrument d'un côté & l'Observateur de l'autre , seront toujours exposez à quelque mouvement. Pour se convaincre de ce que nous disons ici , on n'a qu'à tâcher de prendre à terre la hauteur de quelque Etoile avec l'astrolabe , ou avec quelqu'autre Instrument suspendu de la même maniere : on verra combien on est incommodé par les plus petits balancemens que le vent imprime à l'astrolabe. L'Etoile sera difficile à saisir ; on perdra du tems à diriger la regle mobile ; & l'Instrument une fois agité par le vent ou par la main de l'Observateur , ne reprendra pas ensuite tout d'un coup sa situation verticale. Voilà déjà bien des difficultés : mais on en trouvera encore de bien plus considérables , sur un Vaisseau : car l'agitation de l'Instrument sera entretenue & continuée par le mouvement qu'a toujours le Navire , & le Pilote sera obligé en même-tems , pour se soutenir , de s'appuyer alternativement sur l'une & l'autre jambe , de s'incliner de part & d'autre , & de prendre je ne sçai combien de différentes postures. Il n'est pas possible d'exprimer toutes ces situations : mais il est toujours évident qu'elles ne permettront point de regarder par les pinnules , ni d'appliquer l'œil à l'allidade. Il faut en un mot , pour qu'un Pilote puisse observer en Mer la hauteur des Etoiles , qu'il ôte à son Instrument la liberté de se mouvoir & qu'il l'assujettisse contre son œil , de maniere qu'il ne soit sujet à aucune autre agitation qu'à celle qu'il reçoit lui-même du Vaisseau. Mais il faudroit pour cela que l'Instrument eût raport à l'arbalétrille ou au quartier Anglois : car , comme il ne prendroit plus de lui-même sa situation horisontale , le Pilote seroit obligé , pour la lui donner , de se servir de l'horison sensible ou visuel.

§. XIII.

Il faut remarquer que ceci est conforme à ce que pensent les gens du Métier sur ce sujet. Car le *Pere Fournier*, par exemple, qui avoit une longue expérience de la Mer, & dont l'autorité doit être par conséquent d'un très-grand poids dans un pareil fait, insinüe (pag. 370.) de son *Hydrographie*, qu'on ne peut point se servir de l'astrolabe, pour observer la hauteur des Etoiles. Il est vrai qu'on n'avoit point encore réussi de son tems à diminuer l'agitation de l'Instrument, en le suspendant d'une maniere particuliere. Mais on peut assurer que quelque parfaite que soit la suspension qu'on inventera, l'Instrument sera toujours sujet à quelques balancemens, & à quelques secousses irrégulieres, qui ne s'accorderont point avec celles de l'Observateur : & il est clair qu'il n'en faut pas davantage pour empêcher d'appliquer l'œil à une pinnule fort étroite, & de viser à un objet tel qu'une Etoile.

§. XIV.

Cela supposé, on ne doit considerer les Instrumens qui portent leur horison avec eux, que dans le simple usage qu'on en peut faire pour observer la hauteur du Soleil, & on n'a donc ici simplement qu'à examiner lesquels sont les plus propres pour cette observation. Il faut choisir d'abord ceux qui ont de plus grands degrez : car on sçait que c'est de cette grandeur que dépend principalement l'exactitude des opérations. Elle en dépend même de deux manieres ; parce que, 1^o. Le Fabricateur commet moins d'erreur en construisant l'Instrument ; & parce que, 2^o. L'Observateur en commet aussi moins lorsqu'il s'en sert. Il est certain que quelque soin qu'apporte un Ouvrier lorsqu'il place les pinnules, & lorsqu'il fait les divisions des degrez, il peut toujours se tromper de quelques petites

quantitez ; au moins de celles qui se refusent à nos regards. Or ces petites erreurs deviennent moins considérables à mesure que les degrez de l'Instrument sont plus grands. Si, par exemple, ces erreurs sont de la dixième partie d'une ligne, elles ne produiront qu'une minute dans un certain Instrument : au lieu qu'elles en produiroient trois ou quatre dans un autre dont les degrez seroient trois ou quatre fois plus petits. Ce sera aussi la même chose pour l'Observateur ; il croira que l'allidade se trouvera précisément sur une certaine division, ou que le rayon de l'Astre viendra s'y rendre exactement : mais il s'en manquera toujours quelque chose ; & cette erreur se trouvera d'un plus grand nombre de minutes si les degrez sont plus petits. Voilà ce qui oblige de choisir les Instrumens dont les degrez ont le plus d'étendue : mais on a aussi quelqu'autre chose à considérer. Il est certain que tout le reste étant égal, on doit préférer les Instrumens qui se placent d'eux-mêmes ; ceux qui n'ont point d'allidade ou de regle mobile ; ceux qui n'obligent point l'Observateur à partager son attention ; ceux enfin qui sont d'une figure moins embarrassante.

§. XV.

Mais il suffit de considérer les Instrumens que nous venons de décrire, pour reconnoître que l'anneau astronomique & le quart de cercle de la Figure 4 sont les seuls qui ont à peu près tous ces avantages. On voit d'abord que les degrez de l'anneau sont beaucoup plus grands que ceux de l'astrolabe & que ceux du demi cercle de la Figure 3 ; & cette grandeur des degrez nous promet donc déjà une plus grande exactitude. Mais une autre raison nous engage encore à préférer en particulier l'anneau à l'astrolabe : c'est qu'il suffit de tourner le côté de l'anneau vers le Soleil, pour que la hauteur se trouve marquée comme d'elle-même en D sur la surface intérieure : au

lieu qu'après avoir fait la même chose à l'astrolabe, il faut encore toucher bien des fois à sa regle mobile, avant de pouvoir la diriger exactement vers le Soleil; & on a quelquefois beaucoup de peine à réussir. L'Hémisphère nautique de *Michel Cagnet* est sujette à plusieurs défauts, qu'on pourroit peut-être venir à bout de corriger: mais ce même inconvénient lui resteroit toujours; & on peut reprocher aussi quelque chose de semblable au quart de cercle de la Figure 5, proposé chez M. *Thevenot*. S'il est difficile en effet d'ajuster la regle mobile de l'astrolabe, il doit l'être encore incomparablement davantage, & on peut même dire qu'il doit être impossible de mettre sur un Navire le niveau HI, dans une situation exactement horisontale, & de l'entretenir pendant quelque tems, précisément dans le même état. D'ailleurs on est obligé de regarder en deux endroits à la fois lorsqu'on se sert de ce dernier instrument: on est obligé de prendre garde à la situation du niveau, & de considerer en même-tems le point où se termine le rayon de lumiere; & ainsi il faudroit toujours deux personnes pour observer la hauteur.

§. XVI.

Mais ne pourroit-on pas imaginer quelque'autre Instrument qui n'eût point besoin d'horison, & qui fût encore plus parfait que l'anneau astronomique ou que le quart de cercle de la Figure 4? On voit assez que cela n'est pas possible: car dans une opération aussi simple que celle de prendre hauteur, on ne doit emploier que des Instrumens très-simples; & de pareils Instrumens ont dû s'offrir les premiers & comme d'eux-mêmes à l'esprit. Ainsi, s'il est très-facile d'en imaginer encore de nouveaux, il n'y a cependant aucun lieu de croire qu'on puisse en inventer de préférables: ou bien ils ne représenteroient pas si naturellement la partie du Ciel qu'on veut mesurer; ou

bien ils ne seroient pas si faciles à ajuster ; ou bien leurs degrez ne seroient pas si grands à proportion. C'est aussi ce que l'expérience justifie en quelque maniere ; puisque dans le genre des Instrumens dont il s'agit ici, nous ne voïons pas que ceux qu'on a proposez depuis un certain tems, comme, par exemple, le quart de cercle de la Figure 5 l'emporte le moins du monde sur ceux * qui furent mis en usage il y a trois siecles, par les premiers Instituteurs de la nouvelle Navigation.

§. XVII.

Ainsi il ne resteroit plus qu'à choisir entre l'anneau astronomique & le quart de cercle de la Figure 4. Mais ces deux Instrumens sont assez égaux : car s'il est un peu plus facile de bien graduer le dernier, il paroît aussi qu'il est un peu plus aisé de bien suspendre l'autre. Cette dernière considération fait que nous nous déterminons en faveur de l'anneau. Il s'agit à présent d'examiner s'il est possible de lui donner effectivement une suspension assez parfaite ; car cela est encore nécessaire pour qu'on puisse s'en servir en Mer avec succès, & qu'on ne soit pas obligé de revenir aux Instrumens qui sont actuellement en usage. C'est ce que nous allons voir dans le Chapitre suivant.

* Les Portugais imaginerent l'Astrolabe, & commencerent à s'en servir sous le Regne de Jean I I.



CHAPITRE III.

De la suspension de l'Anneau Astronomique , & des autres Instrumens dont on peut se servir pour observer la hauteur des Astres.

§. XVIII.

IL n'est difficile de suspendre les Instrumens de la première espece, qu'à cause des secousses auxquelles le Vaisseau est sujet. Il en reçoit dans le sens horisontal & dans le vertical : & comme ces secousses sont produites par l'agitation de la Mer , & par le choc continuel des vagues, il n'est pas possible de les arrêter entierement ; tout ce qu'on peut faire c'est de les rendre moins violentes. On doit esperer qu'on y réussira mieux maintenant qu'on a des règles plus sûres pour mâter les Vaisseaux. Les trois pièces sur ce sujet qui viennent de paroître par les soins de l'Académie , ne peuvent pas manquer de renfermer beaucoup d'inventions très-utiles. Mais quelque chose qu'on fasse , nous osons cependant assurer qu'on ne pourra jamais détruire toute l'agitation du Vaisseau. Il ne dépend pas de l'adresse des hommes , d'empêcher qu'une vague qui vient choquer le Navire par la prouë , ne l'arrête toujours un peu en lui causant une secousse vers l'arrière ; ni qu'une vague qui le choque par la poupe , ne lui imprime aussi quelques nouveaux degrez de vitesse en le poussant vers l'avant. Outre cela le Vaisseau fera toujours sujet à des secousses dans le sens vertical ; puisqu'en même-tems que les vagues le poussent horisontalement , elles le poussent aussi toujours en haut , à cause de l'inclination de sa proüe & de ses flancs : ainsi il doit s'élever avec force , & retomber ensuite par sa pesanteur lorsque le choq de la vague est accompli. Ce sont ces dernières secousses
que

que l'Auteur de la première des Pièces qu'on vient de citer a bien vu qu'il ne pouvoit pas empêcher ; mais qu'il a tâché de rendre moins irrégulières & moins dangereuses , en faisant en sorte que le Navire conservât toujours sa situation horizontale lorsqu'il sort de l'eau , & lorsqu'il s'y enfonce.

Remarques sur les différentes suspensions qu'on a proposées jusqu'ici.

§. XIX.

Il n'est pas nécessaire d'un plus long examen des mouvemens du Vaisseau , pour se mettre en état de mieux juger de la bonté de toutes les suspensions qu'on a proposées jusqu'ici. On a voulu se servir de *genoux*, de *ressorts* à boudin , de *manches* de cuir , capables d'extension & de compression , &c. Mais il semble qu'on n'a toujours eu en vue que de remédier aux secousses qui se font dans le sens vertical ; quoique ce ne soient pas celles-là qui altèrent le plus la situation des Instrumens. Il est vrai que si elles les surprennent lorsqu'ils sont déjà inclinés , elles peuvent faire augmenter leur inclinaison : mais généralement parlant , ce sont les secousses qui se font dans le sens horizontal qui produisent le mal , & qui causent les balancemens , qu'il seroit important d'empêcher. Représentons-nous un Pendule , un poid suspendu à l'extrémité d'un fil : ce pendule demeurera exactement vertical tant que le Navire singlera avec un mouvement parfaitement uniforme : mais il commencera à faire des vibrations , aussi-tôt que la vitesse du sillage souffrira quelque changement ; parce que le mouvement du poid ne s'accordera plus avec celui du point de suspension. Si une vague , par exemple , en choquant la proue , fait diminuer tout à coup la vitesse du Navire d'une certaine quantité ; le poid ira ensuite plus vite que le point de suspension de

cette même quantité : & ainsi il avancera vers l'avant, en décrivant un arc de cercle par rapport au Navire, jusqu'à ce qu'il ait perdu en montant toute sa vitesse relative. Mais lorsqu'il l'aura perdue, il retournera en arrière par sa pesanteur ; il fera donc plusieurs vibrations de part & d'autre, & comme l'agitation de la Mer est continuelle, ces vibrations ne cesseront presque jamais. Or la même chose doit arriver aussi aux Instrumens propres à prendre hauteur : car ce ne sont toujours que des espèces de pendules, malgré tous les ressorts & tous les genoux auxquels ils sont attachez. Supposé qu'on suspende, par exemple, l'Instrument à des ressorts AX & AZ (*Fig. 2.*) ces ressorts obéiront un peu lorsque l'Instrument tendra à avancer d'un certain côté : mais le bas de l'Instrument avancera cependant toujours avec beaucoup plus de facilité que le haut.

§. XX.

Il peut venir en pensée de suspendre l'Instrument d'une manière toute différente ; de le poser sur un morceau de bois ou sur quelqu'autre corps léger, & de le faire flotter sur une liqueur. Mais lorsqu'après le choc d'une nouvelle vague, l'Instrument avancera avec une vitesse différente de celle du Vaisseau, il trouvera toujours de la difficulté à fendre la liqueur qui le supporte ; & ainsi sa partie supérieure avancera plus promptement que l'inférieure, & il fera par conséquent encore sujet à s'incliner, & à faire des balancemens. Lorsqu'on suspend l'Instrument avec des ressorts, ces ressorts après qu'ils se sont comprimés tendent avec force à reprendre leur premier état, & ils font des vibrations qui doivent contribuer à rendre irrégulières celles de l'Instrument. Ce n'est pas ici la même chose : car après que la liqueur a cédé au mouvement de l'Instrument, elle ne le repousse point en arrière avec la même force qu'un ressort, qui en se restituant est sujet à un retour. C'est pourquoi cette dernière suspension est

préférable à la première : mais cependant elle doit être encore toujours très-défectueuse ; puisque pendant que le haut de l'Instrument peut avancer avec sa première vitesse, le bas n'a pas la même liberté à cause de la résistance de la liqueur.

§. XXI.

En un mot, tant que l'Instrument sera suspendu par un point différent de son centre de gravité, il sera sujet à s'incliner & à faire des balancemens ; parce qu'une de ses extrémités recevra par l'entremise des ressorts ou de la liqueur les secousses du Navire, au lieu que l'autre ne les recevra pas avec la même facilité, & qu'elle avancera toujours pendant quelque tems avec sa première vitesse. Ainsi pour rendre la suspension entièrement parfaite, il faudroit pouvoir soutenir l'Instrument par son centre de gravité même : alors une partie ne pourroit point avancer sans l'autre, & comme le Vaisseau communiqueroit ensuite ses agitations à toutes les parties de l'Instrument à la fois, il ne tendroit point à lui faire perdre sa situation verticale. Mais ne tomberoit-on pas aussi dans un autre inconvenient ? Car on sçait qu'un corps suspendu par son centre de gravité n'affecte de lui-même aucune situation particulière, & qu'il demeure aussi-bien dans un état que dans un autre ; de sorte qu'il ne peut se trouver ensuite de niveau, que par hazard. Il faudroit donc pouvoir réunir ces deux conditions, qui paroissent néanmoins incompatibles : que l'Instrument, 1^o. Fût suspendu par son centre de gravité, & que, 2^o. Il affectât toujours de prendre une certaine situation. Il faudroit qu'il fût suspendu par son centre de gravité ; afin que les secousses du Navire ne lui causassent point de balancemens : & il faudroit qu'il affectât toujours un certain état ; afin qu'il pût toujours se trouver de niveau, & nous tenir continuellement lieu d'Horison.

*Maniere de soutenir l'Instrument par son centre de gravité ,
& de faire cependant en sorte qu'il affecte toujours de
prendre une certaine situation.*

§. XXII.

Fig. 6.

Si ces deux conditions ne sont pas incompatibles , il n'y a selon toutes les apparences qu'un seul moyen de les concilier. C'est de faire flotter l'Instrument sur une liqueur , comme dans le §. 20 : Mais en faisant en sorte que le centre de gravité du tout , de l'Instrument & du corps qui le supporte , se trouve dans le milieu de la partie sumergée. C'est-à-dire , que si $SQRT$ (Fig. 6.) est la surface d'une certaine quantité d'eau ou d'huile , contenue dans un grand vase , & que l'anneau astronomique ABC soit soutenu par le corps cylindrique & plat $DEGF$, qui flotte dans le vase , il faut que ce corps $DEGF$ soit tellement chargé , que le centre de gravité V du tout , se trouve enfoncé dans la liqueur & situé précisément au milieu de la partie sumergée $QRGF$. Il est certain que l'Instrument affectera ensuite une situation constante : car le corps $DEGF$ tendra toujours à se mettre de niveau , & il s'y mettroit quand même le centre de gravité V seroit beaucoup plus élevé. D'un autre côté l'Instrument & le corps $DEGF$ seront comme suspendus par leur centre de gravité V : car l'Hydrostatique nous apprend que la force de la liqueur qui les soutiendra , en poussant de bas en haut , agira comme si elle étoit réunie , dans le centre de gravité de l'espace $QRGF$ qu'occupe la partie sumergée. Si l'Instrument tend aussi à avancer de côté ou d'autre , la direction de la résistance de la liqueur passera par le centre de gravité V ; & ainsi cette résistance s'oposera au mouvement de toutes les parties de l'Instrument en même-tems , & elle ne le fera par conséquent point incliner. Voilà ce qui montre que nôtre suspension satisferoit éga-

lement aux deux conditions qu'il s'agissoit de remplir. Fig. 6.

§. XXIII.

Pour rendre ceci encore plus sensible, supposons pour un moment, que le corps DEFG s'incline de la plus petite quantité. La force avec laquelle la liqueur le poussera en haut, ne se réunira plus dans le centre de gravité V, mais dans le centre de gravité de la partie qui sera alors submergée; & cette force agissant de bas en haut sur une direction qui ne passera plus par le centre de gravité V, & qui sera située par rapport à ce centre du côté de l'inclinaison, travaillera à rétablir la situation horizontale. Il est vrai que lorsque le corps DEFG est de niveau, la force relative qui l'entretient dans cette situation est nulle ou infiniment petite: mais il suffit que cette force soit toujours prête à agir en cas d'inclinaison, & qu'elle augmente lorsque l'inclinaison est plus grande. C'est en effet précisément de la même manière que les Pendules conservent leur situation verticale: car la force relative qui les retient dans le même état, lorsqu'ils sont situés verticalement est nulle ou infiniment petite; mais comme cette force augmente à mesure que le poid s'éloigne de la ligne verticale, elle l'oblige toujours d'y revenir. Toute la différence qu'il y a, c'est que le pendule ne peut pas conserver sa situation verticale dans un Navire; parce que comme on l'a déjà assez dit, son poid n'est pas disposé à suivre sur le champ tous les mouvemens du point de suspension. Au lieu que les secousses du Vaisseau ne doivent pas alterer de la même manière la situation de notre Instrument; parce qu'elles doivent se communiquer d'abord à son centre de gravité, par l'entremise de la liqueur, & qu'elles doivent tendre à faire avancer toutes ses parties en même-tems.

§. XXIV.

Fig. 6.

Pour faire maintenant en sorte que le centre de gravité V de l'Instrument ABC & du corps $DEGF$, se trouve effectivement au milieu de la partie sumergée $QRGF$; on suposera que ce corps $DEGF$ est creux comme une boîte ou que c'en est même une; & que lorsqu'elle est tout-à-fait vuide & qu'elle n'est chargée que du poids de l'Instrument ABC , elle n'enfonce dans la liqueur que jusqu'à la ligne KL . Nous nommerons e la quantité verticale FK ou GL de cet enfoncement; & nous désignerons par la lettre a la hauteur HI du centre de gravité commun H de cette boîte $DEGF$ & de l'Instrument. Si nous voulons ensuite nous servir d'une plaque de plomb ou de quelqu'autre métal $NOGF$, pour charger la boîte & pour faire descendre le centre de gravité de H en V ; nous nommerons z l'épaisseur NF ou OG de cette plaque, & nous exprimerons par les lettres p & q le rapport qu'il y a entre les pesanteurs spécifiques du plomb & de la liqueur dont nous nous servirons pour soutenir notre Instrument. Cela supposé lorsqu'on mettra la plaque de métal dans le fond de la boîte $DEGF$, l'enfoncement augmentera de la quantité KQ ou LR qui sera égale à $\frac{pz}{q}$. La

boîte lorsqu'elle est vuide n'enfonce que jusqu'à la ligne KL ; mais aussitôt que son poids deviendra plus grand, elle enfoncera davantage & elle ne s'arrêtera que lorsqu'elle occupera la place d'un nouveau volume de liqueur qui soit précisément du même poids que la charge qu'on lui aura ajoutée. Or z étant l'épaisseur FN ou GO de la plaque de métal, & p & q désignant le rapport des pesanteurs spécifiques de ce métal & de la liqueur, il est évi-

dent que $\frac{pz}{q}$ doit marquer ici l'épaisseur du volume de

liqueur qui est de même poid que la plaque NOGF. Fig. 6.

Ainsi $\frac{pz}{q}$ désigne l'enfoncement KQ ou LR, produit par

la pesanteur de cette plaque : & comme la boîte DEGF enfonçoit déjà de la quantité FK ou GL = e , nous au-

rons $e + \frac{pz}{q}$ pour l'enfoncement total.

§. XXV.

Mais en même-tems que la plaque de métal NOGF fait que la boîte enfonce d'une plus grande quantité, elle fait aussi que le centre de gravité H du tout change de place & qu'il se trouve plus bas. Pour découvrir le point V où il se trouve ensuite, on n'a qu'à faire attention que le centre de gravité commun de l'Instrument & de la boîte étant en H, & que celui de la plaque étant en S au milieu de son épaisseur IP; le centre de gravité V du tout, doit partager la distance HS, en raison réciproque de la pesanteur de la plaque, & de la pesanteur de l'Instrument & de la boîte : c'est-à-dire, que VS doit être à VH, comme le poid de l'Instrument & de la boîte joints ensemble, est au poid de la plaque NOGF : & il suit de-là *componendo* que HS est à VH, comme la pesanteur du tout, de l'Instrument, de la boîte & de la plaque, est à la pesanteur particulière de la plaque. Mais la boîte étant cylindrique, les enfoncemens sont proportionels aux pesanteurs qui les produisent, & ainsi nous pouvons mettre à la place de la pesanteur totale, l'enfonce-

ment total FQ ou GR = $e + \frac{pz}{q}$, & à la place de la pe-

santeur particulière de la plaque, l'enfoncement KQ ou

LR = $\frac{pz}{q}$ que cause sa pesanteur. On aura donc cette

analogie ; HS = HI - SI = $a - \frac{1}{2}z$ | VH || $e +$

Fig. 6.

$\frac{pz}{q} \mid \frac{pz}{q}$: & si après avoir déduit de cette analogie , la

valeur $\frac{\frac{apz}{q} - \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$ de VH , on l'ôte de IH = a , il vien-

dra $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$, pour la quantité requise IV , dont le cen-

tre de gravité V est élevé au-dessus du fond de la boîte. Mais puisque cette quantité doit être égale à la moitié

de FQ ou de GR (= $e + \frac{pz}{q}$) , pour que le centre de

gravité V réponde au milieu de la partie sumergée FQRG , nous aurons l'équation du second degré

$$\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}} = \frac{1}{2} e + \frac{pz}{2q} \text{ qui nous fournit la formule } z =$$

$$\frac{-epq + q\sqrt{2ae \times p^2 - pq + e^2pq}}{p^2 - pq} ; \text{ \& cette formule exprime}$$

en grandeurs entierement connues l'épaisseur z , qu'on doit donner à la pièce de métal NOGF.

§. XXVI.

On voit assez sans qu'il soit nécessaire que nous le disions, qu'on ne se servira de la formule précédente, qu'après qu'on aura déjà construit l'instrument ABC & la boîte DEGF. On jugera par le poid qu'ils auront ensemble & par la pesanteur spécifique de la liqueur , de la quantité FK ou GL = e dont la boîte doit d'abord enfoncer : ou bien pour trouver cette quantité d'une manière plus simple , on la cherchera par l'expérience , en faisant florer l'instrument sur la liqueur, Il sera aussi plus commode & plus

plus exact de déterminer le centre de gravité H par l'expérience, que de le chercher par le calcul, sur les dimensions de l'instrument & de la boîte. Enfin on connoîtra aussi toujours le rapport de p & de q , des pesanteurs spécifiques du métal dont on formera la plaque NOGF, & de la liqueur dont on se servira pour faire flotter l'instrument. Ainsi rien n'empêchera d'employer la formule $z =$

$$\frac{-epq + q\sqrt{2ae \cdot X \cdot p^2 - pq + e^2pq}}{p^2 - pq}$$

pour découvrir l'épaisseur que doit avoir la plaque.

§. XXVII.

Au surplus il faudra faire l'Instrument plus ou moins grand, selon qu'on voudra observer les hauteurs avec plus ou moins d'exactitude: mais il suffiroit peut-être de lui donner toujours 17 ou 18 pouces de diamètre, & d'en donner 24 à la boîte cylindrique DG, avec 8 de hauteur. Supposé qu'on fit cette boîte d'étain & qu'on lui donnât effectivement les dimensions que nous disons, avec une ligne d'épaisseur à son pourtour & à ses deux fonds, elle peseroit environ 37 livres, auxquelles on pourroit ajouter encore 7 livres pour le poid de l'Instrument. Ce seroit en tout 44 livres: cette pesanteur feroit enfoncer la boîte dans l'eau de Mer d'environ $2\frac{1}{3}$ pouces, & le centre de gravité commun H de la boîte & de l'Instrument, seroit élevé au-dessus du fond FG de $6\frac{1}{4}$ pouces. Ainsi il faudroit introduire $6\frac{1}{4}$ & $2\frac{1}{3}$, à la place de a & de e , dans nôtre formule; & si on se déterminoit à faire aussi la plaque NG d'étain, il n'y auroit qu'à mettre 43 & 6 à la place de p & de q ; parce que les pesanteurs spécifiques de l'étain & de l'eau de Mer, sont à très-peu de chose près comme 43 est à 6. C'est de cette sorte que j'ai trouvé que la plaque NOGF doit avoir un peu plus de $5\frac{1}{3}$ lignes d'épaisseur: & il est facile de voir ensuite qu'elle doit avoir

Fig. 6.

presque 202 pouces cubiques de solidité, & qu'elle doit peser environ 60 livres 5 onces, à proportion du pied cubique qui pèse 516 livres 2 onces. Il sera facile sur ces mesures de donner à la plaque sa juste grandeur : mais comme il peut cependant se glisser toujours quelques erreurs, & que d'ailleurs nous avons aussi négligé quelque chose, afin de rendre notre solution plus simple, il sera à propos de faire la plaque un peu plus pesante, afin que le centre de gravité se trouve un peu trop bas ; & l'on appliquera au haut de l'Instrument un petit poid Z, comme on le voit dans la Figure 7, qu'on fera monter ou descendre le long de la vis PQ, jusqu'à ce qu'on reconnoisse par la stabilité de l'Instrument, que le centre de gravité est dans sa véritable place. On a représenté dans la Figure 7 la machine entière : RO est le vase qui contient la liqueur & qui est soutenu comme les boussoles de Mer ; & DE est la boîte cylindrique qui flotte sur la liqueur, & qui porte l'anneau astronomique ABC. On voit bien que nous n'avons pas pu marquer dans cette Figure la plaque d'étain qui doit être dans le fond de la boîte ; n'y représenter des ressorts qu'on doit mettre au tour du vase RO par dedans, pour obliger la boîte DE à demeurer toujours à peu près dans le milieu : mais deux de ces ressorts paroissent en Z & en Y dans la Figure 6 ; & il est clair qu'ils doivent répondre au milieu de la partie submergée de la boîte ; afin que la direction de leur effort, lorsqu'ils agissent, passe toujours précisément par le centre de gravité V.

Fig. 7.

Fig. 6.

Remarques sur la suspension précédente.

§. XXVIII.

Enfin on néglige de rapporter ici différentes autres précautions, parce qu'elles sont assez faciles à imaginer, & qu'on craint aussi de se trop étendre. Il est, par exemple, évident qu'au lieu de soutenir le vase RO [Fig. 7.] com-

me les boussoles de Mer ou comme les lampes de *Cardan*, on pourroit le faire floter dans un autre vase, en faisant en sorte que son centre de gravité & de toute sa charge se trouvât au milieu de la partie submergée. Il est clair qu'il faut aussi choisir l'endroit du Vaisseau où il y a le moins de mouvement : cet endroit se trouve vers le centre de gravité du Navire ; ou plutôt vers le centre de gravité de la coupe horizontale de la carene faite à fleur d'eau, comme on pourroit le démontrer assez aisément. Avec toutes ces attentions on rendroit la machine assez parfaite : mais on est cependant obligé d'avouer qu'elle sera encore toujours sujette à faire quelques balancemens. Elle conserveroit sa situation verticale si la surface de la liqueur restoit continuellement de niveau : mais comme cette surface se trouvera souvent inclinée, à cause de l'agitation du Navire ; l'Instrument sera aussi toujours un peu exposé à perdre sa situation horizontale.

§. XXIX.

En effet lorsque plusieurs vagues viennent choquer le Navire, elles doivent faire changer sensiblement la vitesse de son sillage, elles doivent la faire accélérer ou la faire diminuer ; & le changement doit se faire par des degrez sensiblement égaux, tant que les vagues n'impriment qu'une petite partie de leur vitesse au Navire ; parce qu'elles doivent toujours le frapper alors à peu près avec la même force. Or si la vitesse du Vaisseau ne diminue, par exemple, que d'un pied dans une seconde, la diminution se fera par des degrez environ vingt-six fois plus petits que ceux qu'imprime la pesanteur aux corps qui tombent ; car la pesanteur communique, comme on le sçait, environ 26 pieds de vitesse par seconde. Mais pendant que le Vaisseau perdra ainsi continuellement de petits degrez de sa vitesse, les particules de la liqueur contenues dans le vase RTSX (Fig. 8.) tendront à avancer

Fig. 8.

D ij

avec ces mêmes degrez, puisqu'elles ne peuvent pas faire sur le champ la même perte que le Vaisseau. Ainsi en même-tems que chaque molecule C tendra à descendre verticalement par sa pesanteur CD, elle tendra à avancer horizontalement avec la force CE, qui dans la supposition que nous avons faite, sera la vingt-sixième partie de CD: c'est-à-dire donc que chaque molecule tendra à descendre le long de la direction composée CF, par le concours de sa pesanteur & de sa force horizontale: & comme la même chose doit arriver à toutes les autres molecules, il est sensible qu'on peut les considerer comme si leur pesanteur avoit changé de direction, & comme si elle s'exerçoit sur CF au lieu de le faire sur CD. C'est pourquoi la surface AB de la liqueur ne doit plus se trouver de niveau ni être perpendiculaire à CD; mais elle doit l'être à CF: & ainsi elle sera ici inclinée d'environ $2^{\text{deg.}} 12^{\text{min.}}$; puisque CE étant la vingt-sixième partie de CD, la diagonale CF du rectangle ECDF, doit faire avec CD un angle de $2^{\circ} 12^{\text{min.}}$. Cette inclinaison est déjà assez considérable: mais lorsque les vagues seront plus fortes & qu'elles causeront un plus grand changement dans la vitesse du Navire, la surface AB se trouvera encore plus inclinée: & il est clair qu'on ne doit point attendre pendant une semblable disposition de la liqueur, que les corps qui flotteront dessus, puissent conserver exactement leur situation verticale. Il est vrai que les choses ne demeureront gueres long-tems dans cet état; mais l'Instrument, avant de reprendre sa situation naturelle, fera plusieurs vibrations de part & d'autre, & peut-être qu'il ne se fera point encore mis en repos, lorsqu'une nouvelle suite de vagues viendra reproduire une nouvelle inclinaison.

§. XXX.

Si encore les vibrations de l'Instrument étoient régulières; elles n'empêcheroient pas tout à fait d'observer

exactement la hauteur. Il n'y auroit qu'à remarquer le point le plus haut & le point le plus bas, où se termineroit le rayon de lumière; & deux vibrations immédiates étant sensiblement égales, il n'y auroit qu'à prendre le milieu entre les deux points. Il arriveroit même que les vibrations allant en diminuant, les points où le rayon du Soleil viendroit se rendre, s'approcheroient de plus en plus les uns des autres; de sorte que ces points marqueroient continuellement la hauteur avec plus d'exactitude, à peu près de la même manière que les termes d'une série convergente, donnent toujours avec plus de précision la quantité exprimée par la série. Mais il suffit d'avoir vu la Mer, pour avouer qu'on ne peut pas compter sur cette régularité des vibrations. Car les ondes ne gardant aucun ordre ni aucune mesure dans leur choc, & imprimant des secousses au Navire vers différens côtes, elles feront cause que les balancemens de notre anneau seront non-seulement irréguliers, mais qu'ils ne se feront point aussi dans le même plan. Ainsi, quoique notre Instrument soit peut-être suspendu de la manière la plus parfaite qu'il est possible, nous devons craindre qu'il ne puisse pas être d'usage dans toutes sortes de rencontres. C'est à l'expérience à nous en apprendre le succès: mais on a cru qu'on devoit toujours en attendant examiner les Instrumens de la seconde espèce; ceux qui ne se placent pas d'eux-mêmes, mais que le Pilote ajuste par le moyen de l'horizon sensible ou visuel.



CHAPITRE IV.

Examen des Instrumens qu'on ajuste par le moyen de l'horison visuel.

§. XXXI.

Fig. 9.

ON peut regarder comme une incommodité dans ces sortes d'Instrumens, que pour les ajuster, on soit obligé de viser à l'horison sensible ou aparent: mais nous ne doutons point qu'il ne soit cependant toujours plus facile de leur donner de cette maniere, la situation qu'ils doivent avoir, que de la leur procurer par le moyen de quelque suspension particuliere. Suposons que le Pilote prenne hauteur avec l'Instrument représenté dans la Figure 9, qu'on appelle ordinairement *Quartier Anglois*; le Pilote mettra la pinnule E sur un certain nombre de degrez de l'arc BA; & tournant le dos vers le Soleil, il apliquera l'œil à la pinnule F qui est située sur l'autre arc HD, & il la fera monter ou descendre jusqu'à ce qu'il voie l'horison par la pinnule C & que l'ombre de la pinnule E tombe en même-tems sur la pinnule C: & la hauteur du Soleil fera mesurée par les deux arcs BE & HF joints ensemble, puisque ces deux arcs mesurent la grandeur de l'angle SCF, formé par le rayon SC de l'Astre & par la ligne horizontale FC. Sans doute que pendant cette observation, le Vaisseau sera exposé au choc de plusieurs vagues; mais l'Instrument ne recevra toujours point d'autres secouffes que celles que lui communiquera le Pilote, puisqu'il n'a point ici la liberté de se mouvoir à part & que le Pilote le tient fermement. Je sçai bien aussi que le Pilote sera obligé, pour se tenir debout, de s'incliner de côté & d'autre, & de se mettre successivement en différentes situations: mais on

doit remarquer que tous ces mouvemens lui serviront en même-tems pour ne point perdre l'horison de vuë, & que lorsqu'il lui arrivera de s'en écarter, il lui sera toujours facile d'y revenir & de s'y fixer : au lieu qu'une machine qui revient à sa situation naturelle, ne s'y arrête jamais d'abord; parce que l'action de la pesanteur ou des ressorts qui l'y fait revenir, lui communique toujours un mouvement qui la transporte au-delà. C'est ce qui montre que l'homme même, si on peut s'exprimer de la sorte, est la machine de suspension la plus parfaite de toutes. Aussi voyons-nous que si on ne peut pas construire un Instrument qui reste toujours, malgré l'agitation du Navire, dirigé exactement vers un certain point, les Marins ne laissent pas de bien ajuster leurs fusils sur les oiseaux qui sont en l'air, & de les tirer en volant.

§. XXXII.

Ainsi il suffit que l'Instrument soit construit avec soin, & qu'il soit capable de recevoir un certain degré de perfection dans sa graduation, pour qu'on puisse observer la hauteur avec exactitude. On n'entreprend point ici l'examen de tous les Instrumens; cette discussion seroit longue & ennuyeuse; & d'ailleurs il est certain que le quartier Anglois est le meilleur. Nos Pilotes se servent cependant beaucoup de l'arbalestrille; mais outre que les degrez de cet Instrument sont inégaux, ce qui augmente beaucoup la difficulté de le construire exactement, il est encore sujet à plusieurs inconvéniens. Les marteaux ne sont quelquefois pas bien perpendiculaires à la fleche; les marteaux s'usent par les extremités; la fleche se courbe; & enfin la forme de cet Instrument ne permet pas de le tenir avec assez de force, lorsque le vent est violent. Mais ce qui fait principalement qu'on préfère ici le quartier Anglois; c'est qu'on croit qu'il est plus facile de le perfectionner, en lui faisant quelque changement.

Des changemens qu'il faut faire au quartier Anglois, pour lui donner toute la perfection possible.

§. XXXIII.

Les Pilotes n'ont fait sans doute l'arc BA d'un plus petit rayon que l'arc HD, qu'afin de rendre l'Instrument plus portatif : mais ils l'ont aussi rendu en même-tems beaucoup plus défectueux. Car c'est en vain qu'ils répondent qu'ils ont toujours le soin de mettre la pinnule E sur un nombre juste de degrez, afin que s'il y a des minutes dans la hauteur du Soleil, elles se trouvent marquées sur l'autre arc HD, où elles sont plus faciles à distinguer à cause de la plus grande étendue des degrez. Rien n'est plus foible que cette raison ; car une partie de la hauteur est toujours mesurée avec peu d'exactitude, puisque les degrez de l'arc BA sont très-petits. Il n'est pas nécessaire de répéter ici, ce qu'on a dit dans le §. 14. Il y aura toujours quelque erreur dans la graduation de l'arc BA ; le Pilote se trompera toujours de quelque petite quantité en voulant mettre la pinnule E sur un certain nombre de degrez, & il se trompera encore en croiant faire tomber exactement l'ombre de cette pinnule sur la pinnule C du centre. Or ces trois erreurs, quoiqu'elles soient peut-être toujours d'une quantité constante, comme de la cinquième ou de la quatrième partie d'une ligne, feront cependant d'un plus grand nombre de minutes, à mesure que l'arc BA sera d'un plus petit rayon. Ainsi il est très certain qu'on doit augmenter ce rayon ; & que pour rendre l'Instrument parfait, il faut ne le faire que d'un seul arc de cercle comme dans la Figure 10. Nous convenons qu'il ne sera plus tout-à-fait si commode à transporter : mais on doit aisément sacrifier ce léger avantage, lorsqu'il s'agit d'ôter un défaut considérable dans un Instrument.

Fig. 10.

§. XXXIV.

§. XXXIV.

Quant à la grandeur qu'on doit donner ensuite à ce quart de cercle, il est certain qu'à mesure qu'on l'augmentera on se trouvera plus en état de placer exactement la pinnule E, & de distinguer les scrupules du degré. Mais cette grandeur ne contribuera pas à rendre toutes les Parties de l'observation plus exactes : car comme l'œil fera ensuite plus éloigné de la pinnule C, il se peut faire que l'ombre de la pinnule E ne tombe pas si exactement sur la pinnule C ; & que cependant l'observateur ne s'en aperçoive point. Quelquefois on tire avantage de toutes les manières de la grandeur d'un Instrument : on le construit avec plus d'exactitude ; & les observations se font aussi avec plus de précision. C'est ce qui a lieu, par exemple, dans la Méridienne que traça autrefois dans l'Eglise de saint Petrone de Boulogne le célèbre feu M. Cassini. La grandeur des degrez donne de la facilité à en distinguer les plus petites parties : Mais si l'Observateur étoit logé au haut de la voute proche du trou par lequel entre la lumière du Soleil, & qu'il n'eût pas la liberté de descendre pour venir considerer de près l'endroit où se termine cette lumière, il est certain qu'il ne tireroit pas le même fruit de la grande étendue de l'Instrument. Or c'est la même chose pour notre quart de cercle : car en même-temps que le Pilote vise à l'horison apparent par les pinnules F & C, il faut qu'il considere si l'ombre de la pinnule E tombe exactement sur C, & il est sensible qu'il le fait avec moins d'exactitude à mesure que l'Instrument est plus grand. On nous dira peut-être que la distance FC est toujours trop petite pour qu'on puisse commettre une erreur considerable : mais nous ne sçavons que trop que nous ne voyons pas également bien à toutes les distances, lorsqu'il s'agit principalement de distinguer de très petits objets, comme l'épaisseur d'un cinquième ou d'un quart de ligne.

Après cela il est permis de faire un peu plus d'attention à l'incommodité que causeroit un trop grand quart de cercle ; & on peut donc se contenter de lui donner 22 ou 23, pouces de rayon, comme on le fait ordinairement à l'arc HD du quartier Anglois.

§. XXXV.

Au surplus il n'est pas nécessaire de parler ici de la force qu'on doit donner aux Pièces qui composent cet Instrument, pour que fait en bois il puisse se soutenir. Nous ne dirons rien aussi de la maniere de diviser les degrés en minute. Les Fabricateurs d'Instrumens de Mathématique, sçavent que cette division se fait en traçant sur le limbe plusieurs cercles concentriques, qu'on coupe par des lignes obliques ou transversales qui doivent être courbes, aussi-tôt que les cercles sont tous à une égale distance les uns des autres ; mais qu'on fait cependant droites sans erreur sensible ; pourvu qu'il y ait peu d'intervale entre les cercles. Ces transversales doivent être dans la rigueur de petites portions de spirale (de celle d'Archimede :) mais en rendant inégales les distances des cercles ; on peut faire en sorte que les transversales deviennent des arcs de cercles, & alors on peut diviser le limbe par une méthode Géométrique & très-connuë. Nous nous proposons d'appliquer à la pinnule E une espece de micrometre, qui nous eût dispensé de diviser le limbe en minutes, & que nous eussions fait avancer d'un mouvement continu par le moyen d'une vis : mais comme les deux mains du Pilote sont déjà occupées à tenir le quart de cercle, il seroit assez difficile de se servir de ce micrometre ; & d'ailleurs cette petite machine seroit trop délicate pour plusieurs Marins. Nous ne pouvons pas non plus enchasser dans la pinnule F un verre convexe pour servir d'oculaire, & pour mettre l'observateur en état de mieux distinguer en C le point où se termine le rayon de l'Astre. Car il faudroit en-

fuite, comme nous l'apprend la Dioptrique, placer un autre verre au-delà du point C, afin que l'Observateur pût aussi découvrir l'horison : mais ce dernier verre formeroit avec le premier une lunette très-incommode & très-facile à déranger.

§. XXXVI.

Tout ce qu'on peut faire pour rendre les observations plus exactes, c'est d'appliquer à la pinnule E un petit verre convexe, dont le foyer se trouve en C ; & on marquera sur la pinnule C du centre, non-seulement ce foyer, mais on tracera aussi le contour de l'ombre du corps même de la pinnule E. On a représenté ici en grand la pinnule du centre, en lui faisant tourner vers nous le côté qu'elle doit présenter à l'œil de l'Observateur. P est le trou par le moyen duquel on applique cette pinnule au centre du quart de cercle, de la même manière qu'on le fait dans le quartier Anglois : MN est une fente d'une vingtaine de lignes de longueur par laquelle on regarde l'horison ; C est le point où doit venir se rendre le rayon du Soleil ; & OQRT est l'espace où doit se faire la projection de l'ombre du corps de la pinnule E. Ainsi lorsque le Pilote voudra prendre hauteur, il n'aura qu'à avoir égard à l'une ou à l'autre de ces choses ; ou faire tomber l'ombre de la pinnule E sur le rectangle OQRT, ou faire tomber le rayon de l'Astre dans le point C, & viser ensuite à l'horison par la pinnule F & par la fente MN. Si on mettoit la pinnule E en différens endroits, la projection de son ombre changeroit considérablement de largeur, & ne pourroit pas être renfermée dans le rectangle OQRT : c'est pourquoi nous placerons toujours précisément la pinnule E dans le même endroit au commencement de la graduation ; & il n'y aura donc que la pinnule oculaire qu'il faudra faire glisser en haut ou en bas, selon que la hauteur sera plus ou moins grande. Ce mouvement de la pinnule F se fera fort aisément avec le pouce de la main gauche ; parce

que cette main sera appliquée sur le limbe proche de la pinnule, pendant que l'autre main sera alongée derrière l'Instrument pour le saisir par quelque autre endroit : c'est ce que nous avons éprouvé plusieurs fois sur le quartier Anglois.

§. XXXVII.

Il faut remarquer qu'il est absolument nécessaire de mettre toujours un petit verre convexe à la pinnule E, ou bien de se servir de l'ombre entière de cette pinnule, afin d'éviter l'erreur que causeroit le pénombre. Nos Auteurs de Marine prétendent qu'on peut fort bien n'avoir égard qu'au bord supérieur de l'ombre, & que comme ce bord est terminé par les rayons qui viennent du haut du disque du Soleil, la hauteur se trouve trop grande du demi diamètre apparent du Soleil; & qu'ainsi il faut retrancher ce demi diamètre pour avoir la hauteur véritable. Mais on reconnoît fort aisément que ce précepte est tout-à-fait défectueux. Si nos yeux étoient parfaitement bons & pourvoient distinguer les plus foibles degrez de lumière, sans doute qu'en observant la hauteur du Soleil par l'ombre d'un stile, on trouveroit la hauteur du bord supérieur de l'Astre & non pas la hauteur du centre. Mais comme il s'en faut beaucoup que nos yeux aient tant de délicatesse, nous prenons toujours une partie de la pénombre pour l'ombre même; & cela fait que l'erreur de la hauteur n'est jamais égale au demi diamètre entier du Soleil. Pour vérifier ce que j'avance ici, j'exposai au Soleil le 19 de Juin de cette année (1728.) un morceau de bois très-plat & large de $5\frac{1}{3}$ lignes & je faisois tomber son ombre à environ deux pieds de distance sur un arc de cercle divisé en degrez & en minutes. Cette ombre se trouva plus étroite que le morceau de bois d'environ $2\frac{2}{3}$ lignes qui valoient environ 26 minutes sur l'arc; & ainsi cette ombre n'étoit pas terminée par des rayons qui venoient des deux bords du Soleil; puisqu'elle eût été dans ce cas plus étroite que

le morceau de bois de $31^{\text{min}} 38^{\text{ec}}$, ou de tout le diamètre apparent du Soleil. Je ne voulus pas m'en rapporter à mes seuls yeux ; plusieurs personnes se mettant toujours à deux pieds de distance de l'ombre, trouverent toutes qu'elle étoit plus étroite que le morceau de bois ; mais de différentes quantitez ; les unes de $2 \frac{2}{3}$ lignes, qui valoient, comme je l'ai déjà dit, 26 minutes, & les autres de 2 lignes, qui ne valoient que 20 minutes. Or cette observation fait voir qu'on se trompe très-sensiblement lorsqu'on prend la hauteur par le moyen de l'ombre de quelque stile ou de quelque marteau, & qu'on retranche ensuite le demi diamètre du Soleil ; puisque l'erreur n'est pas égale à ce demi diamètre, & qu'elle est différente selon que les yeux de l'Observateur sont différemment conformez.

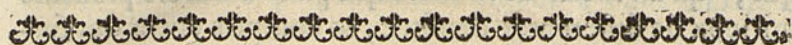
§. XXXVIII.

Enfin il n'a été question jusques ici que de la maniere d'observer la hauteur du Soleil : mais notre Instrument pourra aussi servir à observer celle des Etoiles ; pourvû qu'elles ne soient point trop élevées. Il faudra faire exprès pour cela un très-petit trou à l'extrémité de la fente de la pinnule C du centre ; on y appliquera l'œil ; & on approchera les deux pinnules E & F l'une de l'autre, jusqu'à ce qu'on voie l'horison par le bord de l'une & l'Astre par le bord de l'autre, & la hauteur sera ensuite comprise, comme il est évident, entre les deux pinnules. On pourra de cette maniere observer la hauteur des Etoiles qui sont au-dessous du 10^{me} degré d'élévation, mais lorsqu'elles seront plus hautes, cette méthode ne pourra plus être d'usage ; parce qu'on ne pourra plus gueres voir du même coup d'œil l'Horison & l'Etoile. Il faudroit quitter un de ces objets pour regarder l'autre ; on seroit même obligé de remuer la tête ; & cela ne pourroit pas manquer de causer du dérangement dans la situation de l'Instrument. Au surplus tous les autres Instrumens seront sujets au même dé-

faut, & nous avons assez fait voir (§. 12.) que ceux qui prennent d'eux-mêmes leur situation horifontale, font encore moins propres pour ces sortes d'observations. Ainsi tout ce que nous pouvons faire, c'est de choisir des Etoiles qui soient peu élevées; mais qui soient cependant au-dessus du 2^{me} degré de hauteur, afin que la réfraction soit plus régulière & plus connue. Il reste maintenant à parler de cette réfraction & des autres corrections dont la hauteur a besoin. Nous ne dirons rien de la paralaxe; parce que celle des Etoiles est absolument insensible, & que la plus grande du Soleil n'est que de 10" selon M. *Cassini*, ou même que de 6" selon M. *de la Hire*. Mais nous ne pouvons pas nous dispenser de parler de l'inclinaison de l'horison visuel, puisque l'erreur que produit cette inclinaison est particuliere aux Instrumens de la seconde espece. On prend ordinairement pour ligne droite, le raïon visuel conduit de notre œil à l'horison sensible: cependant ce raïon est une ligne courbe; puisque c'est une portion de la ligne que décrit la lumiere en traversant l'Atmosphere. Il est à propos de considerer ce raïon dans son état de ligne courbe; quand ce ne seroit que pour reconnoître s'il est permis de négliger sa courbure: mais avant d'examiner cette portion de ligne, il faut que nous tâchions de découvrir la nature de la courbe entiere.

Fin de la premiere Partie.





SECONDE PARTIE.

*Des corrections qu'il faut faire à la hauteur aparente
des Astres, pour avoir la hauteur véritable.*

CHAPITRE PREMIER.

De la réfraction Astronomique.

§. XXXIX.

PLusieurs grands Géometres ont cherché la nature de la *Solaire*, ou de cette ligne courbe que tracent dans l'air les raïons qui nous viennent des Astres : mais ils ont toujours négligé la sphéricité des différentes couches, dont on peut concevoir que l'Atmosphère est formée. Cependant il est certain qu'on doit y faire une expresse attention ; & qu'il ne suffit pas, comme on le pourroit croire d'abord, de chercher la nature de la *Solaire* pour des couches planes, & de courber ensuite cette ligne à proportion qu'on suppose que les couches se courbent elles-mêmes pour devenir Sphériques. Car un raïon de lumière qui avance ici horizontalement, fait avec les couches supérieures des angles de 30^{min} d'un degré, de deux degrez &c. & cette diversité d'angles d'incidence, qui vient principalement de la courbure des couches, doit apporter de la différence dans la refraction même. C'est aussi par cette raison qu'on ne peut pas apliquer à l'Atmosphère, le fameux Théorème avancé par M. *Newton* dans son Opti-

que, * qu'un rayon de lumière qui passe à travers plusieurs milieux de différentes densitez, & compris entre des surfaces paralleles, souffre précisément par le trajet de tous ces milieux, la même réfraction que s'il passoit immédiatement du premier au dernier. Cette proposition n'est vraie que lorsque les surfaces sont planes, & il s'en faut extrêmement qu'on puisse s'en servir pour déterminer les réfractions astronomiques, ni pour découvrir *le pouvoir réfringent* qu'a l'air grossier d'ici - bas, par raport à celui qu'a l'air subtil du haut de l'Atmosphere.

§. XL.

Fig. 11.

Peut-être donc qu'on entreprend ici de donner la première solution légitime du problème de la *Solaire*. Pour entrer en matiere, on suposera que KAO (Fig. 11.) est une portion de la surface de la terre, dont le point C est le centre : on concevra le semidiametre CA prolongé indéfiniment vers D, & on imaginera une courbe BGI qui ait CD pour axe, & dont les ordonnées AB, FG, DI représentent les différentes dilatations de l'air à chaque hauteur au-dessus de la terre; ou plutôt ces ordonnées doivent marquer les diverses dilatations de la matiere réfractive répandue dans l'air. Concevant après cela un rayon de lumière NPA, qui à cause de la réfraction continue qu'il souffre en passant toujours dans un milieu plus dense, décrit avant de parvenir à nous la courbe NPA, nous considererons les trois parties consécutives & infiniment petites Pp , $p\pi$, $\pi\omega$; & les aiant prolongées indéfiniment vers le bas, afin d'avoir les trois tangentes PL, $p\iota$, $\pi\lambda$ à la courbe NPA, nous abaïsserons du centre C de la terre, les trois perpendiculaires CL, $C\iota$, & $C\lambda$ sur ces tangentes. Enfin on tirera les lignes CP, $C\pi$; & aiant décrit du point C comme centre, les trois arcs PF, Spf ,

* Dans la propos. X de la troisième Partie du second Livre.

$s\pi\phi$, on élèvera perpendiculairement à l'axe CD de la courbe BGI, les trois ordonnées FG, fg , $\phi\gamma$.

L E M M E.

§. XLI.

Cela supposé, il est évident qu'à cause de l'infinie petitesse des épaisseurs Ff , $f\phi$, on peut supposer que l'ordonnée GF exprime la dilatation de l'air ou de la matiere réfractive qui est comprise dans toute la couche sphérique, dont $FPpf$ est une portion, & dont Ff est l'épaisseur; & que l'ordonnée gf représente pareillement la dilatation de la matiere réfractive, comprise dans toute la couche qui est immédiatement au-dessous, & dont $f\phi$ ou ps est la petite épaisseur. Ainsi le rayon de lumiere fera le petit trajet Pp sans se courber : mais rendu en p , il s'y rompra, parce qu'il rencontrera en cet endroit de l'air plus condensé; & par conséquent, au lieu de continuer le long de pL , il se détournera selon pl ; & le détour sera tel, qu'il y aura même rapport de FG au sinus de l'angle d'incidence que de fg au sinus de l'angle de réfraction. C'est ce qui doit arriver selon la loi ordinaire des réfractions : mais si on considère que Cpl , est égal à l'angle d'incidence, & que Cpl est l'angle même de réfraction, on conclura que FG est à CL, comme fg est à Cl ; puisque dans les deux triangles CpL , Cpl qui ont même hypoténuse Cp , les côtes CL, & Cl sont en même raison que les sinus des angles CpL , Cpl , & que par la nature de la réfraction, FG doit être au sinus de l'angle CpL , comme fg au sinus de l'angle Cpl . On prouvera avec la même facilité que fg est à Cl , comme $\phi\gamma$ est à $C\lambda$: car le rayon étant parvenu en π en faisant avec la verticale $C\pi$, un angle d'incidence $C\pi l$, il souffrira dans ce point un second détour, ensuite duquel il avancera selon $\pi\lambda$ & fera avec la même verticale $C\pi$, l'angle de réfraction C

42 DES CORRECTIONS DE LA HAUTEUR, &c.

$\pi\lambda$. Mais comme les deux triangles rectangles $C\pi l$, $C\pi\lambda$ ont encore une même hypoténuse $C\pi$, il est clair que Cl sera à $C\lambda$, comme le sinus de l'angle $C\pi l$ sera au sinus de l'angle $C\pi\lambda$: & qu'ainsi les ordonnées gf & $\gamma\phi$ qui expriment le rapport qui doit être entre les sinus des angles d'incidence & de refraction $C\pi l$ & $C\pi\lambda$, exprimeront aussi le rapport qui doit se trouver entre Cl & $C\lambda$; & il y aura donc par conséquent même raison de gf à Cl , que de $\gamma\phi$ à $C\lambda$. Or il résulte de tout cela que GF est à CL , comme $\lambda\phi$ est à $C\lambda$; puisque l'un & l'autre de ces rapports, est égal à celui de gf à Cl . Et comme on peut appliquer le même raisonnement à toutes les autres Parties de la Solaire ou de la courbe tracée par le rayon de lumière ; il s'ensuit que les perpendiculaires tirées du centre de la terre sur les tangentes de cette courbe, seront continuellement proportionnelles aux ordonnées correspondantes de la courbe IGB des dilatations : c'est-à-dire, que si on tire du centre C de la terre des perpendiculaires CR , CM &c. sur les tangentes NR , AM &c. de la Solaire, il y aura continuellement même rapport de ID à CR que de AB à CM , que de GF à CL , &c.

Trouver la courbe des dilatations lorsqu'on connoît la Solaire ou la courbe que suit le rayon de lumière.

§. XLII.

Fig. 11.

Cette propriété de la Solaire & de la courbe des dilatations, peut servir également à découvrir la première ou la seconde de ces lignes courbes, lorsque l'autre sera donnée. Il sera toujours très-facile de trouver la seconde aussi-tôt qu'on connoîtra la première. Car la connoissance qu'on aura de cette première, fera qu'on pourra lui tirer des tangentes par tous ses points, & si on mène ensuite du centre de la terre des perpendiculaires sur ces tangentes, elles exprimeront par leurs longueurs combien

l'air ou la matiere réfractive doit être dilatée en chaque point de la Solaire, & il n'y aura donc qu'à faire les ordonnées correspondantes de la courbe BGI de la même longueur que ces perpendiculaires. Si on cherche par cette méthode quelle proportion il faut que suivent les dilatations à différentes hauteurs au-dessus de la terre, pour que les raïons de lumiere décrivent des logarithmiques spirales, en traversant l'Atmosphere; on verra tout d'un coup qu'il faut que ces diverses dilatations soient en même raison, que les distances au centre de la terre; de sorte que BGI doit être alors une ligne droite. C'est ce qui est évident. Car la logarithmique spirale faisant toujours le même angle avec ses apliquées, tous les triangles rectangles CPL, formez par ces apliquées CP, par les tangentes PL & par les perpendiculaires CL à ces tangentes, doivent être semblables; & ainsi il y a toujours même rapport entre les perpendiculaires CL & les apliquées CP: mais il suit de là que les dilatations GF, qui sont proportionnelles aux perpendiculaires CL (selon le lemme précédent) le sont aussi aux apliquées CP, ou aux distances CP au centre de la terre. On trouvera par la même méthode que pour que les raïons de lumiere tracent des arcs d'Epicycloïde, il faut que les dilatations soient comme les ordonnées d'une hyperbole, dont C seroit le centre, & CD l'axe déterminé prolongé.

Connoissant la courbe des dilatations, trouver la ligne courbe que tracent dans l'Atmosphere les raïons de lumiere.

§. XLIII.

On peut aussi, mais avec un peu plus de difficulté, résoudre le problème inverse du précédent; c'est-à-dire, découvrir la courbe que tracent les raïons de lumiere, lorsque les diverses dilatations de la matiere refractive sont connues. Pour donner ici une solution générale de ce pro-

Fij

Fig. 11. blême, on nommera a le rayon CA de la terre; c la perpendiculaire CM abaissée du centre C sur la ligne AM , qui est tangente de la solaire, dans le point A où cette courbe parvient à nous. On voit assez que CA étant pris pour le sinus total, cette perpendiculaire $CM = c$ est le sinus de l'angle CAM , qui est le complément de la hauteur apparente de l'Astre; puisque CAM est l'angle que fait la solaire NPA avec la verticale CAD , lorsque nous la recevons ici bas. Nous nommerons de plus a la première ordonnée AB de la courbe BGI des dilatations: c'est ce que nous pouvons faire, puisque les ordonnées de cette courbe ne représentent point des grandeurs absolues, mais simplement le rapport des dilatations. Enfin z désignera toutes les autres ordonnées, comme GF , DI de la même courbe; y ses abscisses CF , CD qui sont égales aux appliquées CP , CN de la solaire APN ; & prenant sur la circonférence de la terre les abscisses AP , AO de cette seconde courbe, on les nommera u . Nous aurons après cela, $dy = Ff = SP$; & $du = cE$.

§. XLIV.

Si on fait maintenant attention au Lemme démontré §. 41. que les ordonnées de la courbe des dilatations sont continuellement proportionnelles aux perpendiculaires tirées du centre C sur les tangentes de la solaire, on pourra faire cette proportion $AB = a \mid CM = c \parallel GF = z \mid$

$CL = \frac{cz}{a}$. Ainsi la question se réduit à faire en sorte que la courbe ANP que décrit le rayon de lumière, ait effectivement dans tous ses points, $\frac{cz}{a}$ pour les perpendiculaires comme CL tirées du centre C , sur ses tangentes PL . Pour cela je cherche la petite ligne ou le petit arc pS , par cette analogie; $CE = a \mid cE = du \mid Cp = y \mid pS =$

$\frac{y du}{a}$; & ajoutant le quare de pS avec celui de $SP = dy$, & tirant la racine quaree de la somme, il me vient $\sqrt{y^2 du^2 + a^2 dy^2}$ pour la valeur de pP . La ressemblance

du petit triangle pSP & du grand CLP me fait ensuite decouvrir la valeur de la perpendiculaire CL par cette ana-

logie, $pP = \frac{\sqrt{y^2 du^2 + a^2 dy^2}}{a}$ | $pS = \frac{y du}{a}$ || $CP = y$ | $CL = \frac{y^2 du}{\sqrt{y^2 du^2 + a^2 dy^2}}$. Et comme cette perpendiculaire CL que

nous trouvons ainsi egale à $\frac{y^2 du}{\sqrt{y^2 du^2 + a^2 dy^2}}$, le doit être aussi

à $\frac{cz}{a}$, nous aurons l'équation $\frac{y^2 du}{\sqrt{y^2 du^2 + a^2 dy^2}} = \frac{cz}{a}$, dont

nous tirons $a^2 y^4 du^2 = c^2 z^2 y^2 du^2 + a^2 c^2 z^2 dy^2$, & $a^2 y^4 du^2 - c^2 z^2 y^2 du^2 = a^2 c^2 z^2 dy^2$, & enfin la formule $du =$

$\frac{acz dy}{y \sqrt{a^2 y^2 - c^2 z^2}}$, ou $du = \frac{cz dy}{y \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$. Or on voit assez

qu'on peut toujours construire aisément la solaire par cette formule; pourvû qu'on suppose connue la quadrature des courbes. C'est ce qu'il n'est pas necessaire d'expliquer. Nous pourrions aussi nous dispenser de dire que pour trouver la valeur de u ou de l'arc AE par le calcul, il n'y a qu'à tirer l'expression de z en y , de l'équation qui marque la nature de la courbe BGI des dilata-

Fig. 11.

tions, & qu'introduisant cette expression à la place de z , dans la formule $du = \frac{cz dy}{y \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$, le second membre ne

contiendra plus que y de seule variable avec sa différentielle; ce qui nous permettra toujours d'en prendre l'intégrale, & de trouver au moins par approximation, la valeur de l'arc u qui répond à chaque appliquée y .

§. XLV.

On peut non-seulement construire de cette sorte la ligne APN que tracent dans l'air les raïons de lumiere; mais on peut toujours aussi découvrir la quantité de la réfraction astronomique, ou la quantité dont ces raïons se courbent depuis leur entrée dans l'Atmosphère jusqu'à nous. La courbure qu'ils souffrent en chaque point p , est mesurée par l'angle infiniment petit que font deux tangentes voisines PL, pI ; & la courbure totale est égale à l'angle que font les tangentes aux deux extremitéz de la courbe. Il suit de là que si nous abaïssons du centre C de la terre, des perpendiculaires CL, CI sur les deux tangentes PL, pI ; nous pourrons regarder le petit arc Xx compris entre ces deux perpendiculaires, comme l'élément de la réfraction astronomique, puisqu'il mesurera l'angle LCI, qui est égal à celui que font les deux tangentes: & par la même raison l'arc entier KZ intercepté entre les deux lignes CMK & CR, qui sont perpendiculaires aux tangentes AM & NR, aux deux extremitéz de la courbe, pourra être pris pour la courbure que souffre le raïon dans tout son trajet. Or si on se souvient que CL = $\frac{cx}{a}$, on aura $\frac{cdx}{a}$ pour la petite partie LH dont CL surpasse CI; & on pourra découvrir la valeur de ce petit arc Xx par cette analogie $PL = \sqrt{CP^2 - CL^2} = \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} x^2}$ | $LH = \frac{cdx}{a}$ || $CX = a$ | Xx . Il vient de cette sorte $\frac{cdx}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} x^2}}$ pour l'expression de ce petit arc: expression qui est générale, & qui convient également à toutes les différentes hypotheses des dilatations de l'air.

Mais on la réduira, comme on le sçait, à chaque hypothese particuliere, en substituant à la place de z sa valeur exprimée en y ; & il ne restera plus ensuite qu'à en prendre l'intégrale, pour avoir la quantité $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$

de la réfraction astronomique.

§. LXVI.

Il seroit assez facile selon cela, si on connoissoit les différentes dilatations z de la matiere réfractive à différentes hauteurs au-dessus de la terre, de découvrir la nature de la courbe que décrivent les raïons de lumiere; & le raport des réfractions: car on n'auroit toujours qu'à se servir pour la premiere de ces déterminations de la formule

$n = \int \frac{cdy}{y \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & pour la seconde de la formule

$\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$. Mais malheureusement on ne connoît point

les dilatations de la matiere réfractive, dont on auroit besoin. On a bien quelque connoissance des différentes dilatations de l'air; mais il est certain que les réfractions n'en suivent pas le raport. En effet l'air pris à une grande hauteur au-dessus de la terre, est mille fois & dix mille fois plus dilaté qu'ici bas; & ainsi, si les sinus des angles d'incidence & de réfraction, suivoient le raport simple de ces dilatations, comme l'ont supposé presque toutes les personnes qui ont traité ce sujet, un raïon de lumiere qui seroit d'abord horifontal, devroit se rompre si considérablement dans l'Atmosphere, qu'il deviendroit presque vertical, avant de parvenir jusqu'à nous.

C'est ce qui nous a obligé de supposer que les réfractions étoient causées dans l'Atmosphère par une matière différente de l'air, & que nous avons appelée *réfractive*. Mais si on ne veut point admettre l'existence de cette matière, nous ne nous en mettons point en peine. Car les sinus des angles d'incidence & de réfraction, qui ne sont point proportionels aux dilatations de l'air, le sont certainement à quelque puissance ou à quelque fonction de ces dilatations : or on n'a qu'à regarder la courbe BGI, comme exprimant les dilatations de l'air élevées à ces puissances ou à ces fonctions quelles quelles soient.

Déterminer la Solaire pour toutes les Hypotheses dans lesquelles les dilatations z sont proportionelles aux distances y au centre de la terre, élevées à une puissance quelconque m .

§. XLVII.

Mais enfin, puisque nous ne connoissons point la courbe BGI des dilatations, nous allons supposer que ses ordonnées $FG = z$ sont égales à une puissance quelconque m des distances y au centre de la terre ; c'est-à-dire, que nous supposerons $z = y^m$, ou plutôt $z = a^{1-m} y^m$, afin d'observer la loi des Homogenes. De cette sorte nous comprendrons dans notre calcul une infinité de différentes hypotheses de dilatations, puisque m peut représenter une infinité de différentes puissances. Cette supposition donne $dz = ma^{1-m} y^{m-1} dy$, & si on introduit cette valeur à la place de dz , & $a^{1-m} y^m$ à la place de z , dans les formules générales $\frac{cdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$;

la premiere qui exprime l'élément *du* des abscisses AE
ou

ou AO de la Solaire , se changera en

$$\frac{ca^1 - m y m dy}{y \sqrt{y^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}} = \frac{ca^2 - m y m - 2 dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}} \text{ \& on aura}$$

donc par conséquent $u = \int \frac{ca^2 - m y m - 2 dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}}$, pour

ces abscisses , ou pour les arcs AE , ou AO qui répondent à chaque appliquée CP ou CN = y . D'un autre côté ,

la seconde formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - c^2} z^2}$, qui exprime la

quantité de la réfraction astronomique , se changera par

de pareilles substitutions , en $\int \frac{mca^1 - m y m - 2 dy}{\sqrt{y^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}} =$

$\int \frac{mca^2 - m y m - 2 dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}}$ \& c'est donc là la quantité de la

réfraction . Il nous reste maintenant à trouver les va-

leurs de ces deux intégrales $\int \frac{ca^2 - m y m - 2 dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}} = u_1$

\& $\int \frac{mca^2 - m y m - 2 dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m} y^{2m-2}}$. Mais c'est assez que nous en

trouvions une , pour que nous aïons les deux ; car on

voit qu'elles sont dans un rapport constant , que la pre-

miere ou que le progrès horifontal OA du rayon de lu-

miere à mesurer sur la circonférence de la terre , est à la seconde intégrale ou à la réfraction astronomique ,

comme l'unité est à m : \& c'est ce qui est très-remarquable .

§. XLVIII.

On peut trouver très-aisément ces deux intégrales , en suposant la rectification des arcs de cercle . On n'a d'abord qu'à tirer du centre C de la terre (Figure 12.) une

Fig. 12.

Fig. 13. ligne $C\Delta$ parallèle à AM , qui est tangente à l'extrémité A de la Solaire NPA ; l'arc $A\Delta$ fera du même nombre de degrez, que l'angle CAM , qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; & le sinus droit $A\Sigma$ sera égal à $CM = c$. Si on regarde ensuite quelque appliquée $CP (y)$ de la Solaire, comme connuë; on n'aura qu'à faire le sinus droit $TV = ca^{1-m}y^{m-1}$, & multiplier l'arc compris entre le point A & le point T par

$\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'arc AE , par l'extrémité E duquel on doit faire passer l'appliquée CP : & multipliant ce même

arc AT par $\frac{m}{m-1}$, il viendra la quantité de la réfraction que souffre le raïon de lumiere dans le trajet PA . Pour démontrer cela, je conçois la ligne tv parallèle & infiniment proche de TV ; & du point t je tire la petite ligne $t6$ parallèlement à $C\Delta$. Il est clair que $ca^{1-m}y^{m-1}$ étant la va-

leur de TV , nous aurons $\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} = \sqrt{CT^2 - TV^2}$ pour celle de CV , & si nous prenons la différentielle

de $ca^{1-m}y^{m-1}$, il nous viendra $\frac{m-1}{m} \times ca^{1-m}y^{m-2} dy$ pour $T6$. Mais comme le grand triangle CVT est semblable au petit $T6t$, nous pouvons faire cette proportion $CV = \sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \parallel CT = a \parallel T6 =$

$\frac{m-1}{m} \times ca^{1-m}y^{m-2} dy \parallel Tt$, & nous trouverons de cette sorte que $Tt = \frac{\frac{m-1}{m} \times ca^{1-m}y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$. Or il suit de là

que l'arc entier AT , qui est la somme de tous les petits

arcs Tt , fera la valeur de l'intégrale $\int \frac{\frac{m-1}{m} \times ca^{1-m}y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$:

car y étant supposée égale à a , comme cela arrive au point



A, le sinus $TV = ca^{1-m} y^{m-1}$ se trouve égal à $A\Sigma = c$, & l'arc est par conséquent nul ; mais à mesure que y augmente, le sinus TV s'éloigne de $A\Sigma$, & l'arc AT croît d'une nouvelle partie Tz qui est, comme on le voit, con-

tinuellement égale à $\frac{m-1 \times ca^2 - m y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m y^{2m-2}}}$. Mais enfin puisque l'arc AT est la valeur de l'intégrale . . .

$\int \frac{m-1 \times ca^2 - m y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m y^{2m-2}}}$, il est évident qu'il ne reste plus qu'à le multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'intégrale ..

$\int \frac{ca^2 - m y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m y^{2m-2}}} = u$, qui est la valeur de l'ab-

scisse AE , qui répond à chaque appliquée CP de la So-

laire ; & que si on multiplie ce même arc AT par

$\frac{m}{m-1}$, on aura l'intégrale $\int \frac{mca^2 - m y^{m-2} dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^2 - 2m y^{2m-2}}}$ qui ex-

prime la quantité de la réfraction. Rien n'empêchera de faire la même chose pour toutes les autres appliquées y . Mais il est évident que si DN est la surface supérieure de l'Atmosphère, ou que si la matière réfractive ne change plus de densité au-dessus de cette surface ; il faudra prendre CN , pour dernière appliquée, puisque le rayon de lumière ne souffrira aucune réfraction au-dessus du point N . Ainsi si on fait le sinus droit $\odot E$ égal à ca^{1-m}

CN^{m-1} , ce sera l'arc $A\odot$ intercepté entre les sinus $A\Sigma$ & $\odot E$ qu'il faudra multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'abscisse correspondante AO ; & qu'il faudra multiplier par $\frac{m}{m-1}$ pour avoir la réfraction astronomique, ou la cour-

bure totale que reçoit le rayon de lumière, en traversant toute l'épaisseur de l'Atmosphère, depuis N jusqu'en A .

§. XLIX.

Il fuit de tout cela qu'il n'importe que l'exposant m soit un nombre positif ou négatif, entier ou rompu, & que pourvu qu'il ne soit pas irrationnel, on peut toujours déterminer géométriquement la quantité de la réfraction, & tracer géométriquement la Solaire. Car il sera toujours possible de trouver la valeur $ca'^{-m}y^{m-1}$ des sinus TV & $\odot Z$. pour les appliquées CP & CN : & l'arc AT ou A \odot étant déterminé, on pourra toujours découvrir la réfraction, aussi-bien que l'arc AE ou AO qui sert d'abscisse à l'appliquée CP ou CN : puisque ces arcs sont des multiples ou des soumultiples de l'arc AT ou A \odot , & que nous avons des méthodes géométriques, pour diviser un arc, ou pour le multiplier, selon quel rapport nous voulons, aussi-tôt que ce rapport est de nombre à nombre. Il faut cependant qu'outre l'irrationalité de l'exposant m , nous exceptions encore un cas, dans lequel la Solaire se trouve être une courbe mécanique. C'est lorsque les différentes dilatations de la matiere réfractive sont en même raison que ses distances au centre de la Terre. Dans ce cas z est égale ou proportionnelle à y ; m designe l'unité, & la Solaire est une logarithmique spirale. C'est ce

qu'on reconnoît par la formule $u = \int \frac{ca'^{-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a'^2 - c^2a'^2 - 2my^{2m} - 2}}$,

qui se réduit à $u = \frac{c}{\sqrt{a'^2 - c^2}} \int \frac{ady}{y}$, laquelle appartient

à la logarithmique spirale. C'est aussi ce qui est conforme à ce qu'on a vû cy-devant, (§. 42.) que pour que les raïons de lumiere suivent cette ligne courbe, il faut que les dilatations des différentes couches de l'Atmosphere, soient proportionnelles à leurs distances au centre de la terre.

De la construction de la Table des réfractions ; & du choix d'une hypothèse des dilatations de l'air.

§. L.

On n'insistera pas davantage sur la nature de la Solaire, & on se bornera à parler des réfractions. Il est évident que puisqu'elles sont toujours proportionnelles à l'arc $A\Theta$ intercepté entre le sinus $A\Xi$ (c) du complément de la hauteur aparente, & le sinus $\Theta\Xi$ ($ca^{1-m}y^{m-1}$) qui a un rapport constant avec le sinus $A\Xi$, & qui est toujours égal au produit de ce sinus par $a^{1-m}y^{m-1}$ ou par $a^{1-m}CN^{m-1}$; il est, dis-je, évident qu'il sera toujours facile de les calculer (les réfractions), par le moïen des tables des sinus; pourvû qu'on connoisse l'exposant m , & la plus grande apliquée CN . On pourra aussi en venir à bout par le moïen des séries: car si continuant de nommer a le semi-diametre CA de la Terre & C le sinus complément $A\Xi$ de la hauteur aparente, nous désignons par b le sinus de cette même hauteur, & nous supposons

$$\frac{1}{b} = \frac{m}{m-1} \text{ \& } 1-g = a^{1-m}CN^{m-1}; \text{ nous aurons } c \times$$

$1-g$ ou $c - cg$ pour le sinus $\Theta\Xi$ & la série infinie

$$\frac{acg}{b} - \frac{ac^3}{2b^3}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5}g^3, \text{ \&c. pour la valeur de l'arc}$$

$A\Theta$, comme on peut le voir aisément; & il ne restera

donc plus qu'à multiplier cette série par $\frac{1}{b} = \frac{m}{m-1}$ pour

$$\text{avoir } \frac{ac}{bh}g - \frac{ac^3}{2b^3h}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h}g^3, \text{ \&c. pour la}$$

quantité de la réfraction. Mais il est clair que faute de connoître les quantitez g & h , nous ne pouvons point faire usage de cette série. Nous ne connoissons point h ,

Fig. 12. parce que nous ignorons la valeur de m , ou que nous ne savons pas laquelle de toutes les hypothèses représentées par l'équation $z = a' - m y^m$ est la plus conforme à la nature : & nous ne connoissons pas non plus g , parce qu'outre que la valeur de m nous est inconnue, nous ne connoissons point aussi la hauteur de l'Atmosphère, ou la longueur de la plus grande apliquée CN.

§. L I.

Mais rien n'est plus facile que de découvrir ces deux grandeurs h & g , aussi-tôt qu'on a seulement trouvé par des observations exactes, la réfraction astronomique pour deux différentes hauteurs aparentes. Car comparant l'ex-

pression générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \frac{3acs + ab^2c^3}{6b^5h} g^3$, &c.

avec ces deux réfractions connues par observation ; on aura deux différentes équations, & on sçait qu'il n'en faut pas davantage, pour pouvoir déterminer deux inconnues. C'est ce qu'on va tâcher d'exécuter ici ; mais en employant comme cela est absolument nécessaire la methode des suites & celle de leur retour, parce que, comme il s'agit d'arcs & de sinus, l'opération appartient à la géométrie transcendante. Nous supposons d'abord pour une plus grande facilité que la réfraction horisontale est une des deux que nous connoissons, & nous la désignerons par e : l'autre réfraction connue, nous la nommerons f , & nous nommerons q le sinus de la hauteur aparente & p le sinus de complement. Si nous introduisons ensuite q & p à la place de b & de c dans l'expression générale

$\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \frac{3acs + ab^2c^3}{6b^5h} g^3 - \&c.$ des réfractions, nous

aurons $\frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^3h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3 - \&c.$ pour la réfraction f qui convient à la hauteur aparente, dont q est

le sinus & p le cosinus; & ainsi nous aurons $f = \frac{ap}{qb} g -$

$\frac{ap^3}{2q^2b} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5b} g^3 - \&c.$ Je change cette équation

en $h = \frac{ap}{qf} g - \frac{ap^3}{2q^2f} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5f} g^3 - \&c.$ & je trouve par la methode qu'on appelle le retour des suites;

$g = \frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 + \&c.$ Voilà

donc une valeur de g qui nous est fournie par la seconde hauteur aparente & par la réfraction astronomique f qui lui convient: mais la premiere hauteur & la premiere réfraction; c'est-à-dire, la réfraction horisontale e peut nous fournir aussi une valeur de g , & il est évident que pour la trouver tout d'un coup, nous n'avons qu'à mettre e à la place de f ; & zero & a à la place de q & de p , parce que lorsqu'un Astre paroît dans l'horison, le sinus de sa hauteur aparente est nul, & le sinus complement de cette hauteur est égal au sinus total a . Il vien-

dra de cette sorte $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \&c.$ & com-

binant cette seconde valeur de g avec la premiere, on fe-

ra disparoître g , & on aura l'équation $\frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 -$

$\frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 + \&c. = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6 -$

$\&c.$ qui ne contient plus que la seule inconnuë h . Mais

cette derniere équation se réduit à $\frac{qf}{ap} = \frac{e^2 - f^2}{2a^2} h +$

$\frac{f^3q}{6a^3p} h^2 - \frac{e^4 + f^4}{24a^4} h^3 - \frac{f^5q}{120a^5p} h^4 + \&c.$, & elle donne

par le retour des suites $h = \frac{2aqf}{p \times e^2 - f^2} - \frac{4af^3q^3}{3p^3 \times e^2 - f^2} +$

Fig. 12.

$$+ \frac{16 \text{ af}^9 \text{ q}^5 + 6 \text{ aq}^3 \text{ f}^3 \text{ p}^2 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{2 \text{ p}^5 \times \overline{e^2 - f^2}^5}$$

$$+ \frac{300 \text{ aq}^5 \text{ p}^2 \text{ f}^7 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4} - 400 \text{ aq}^7 \text{ f}^{13} + 36 \text{ aq}^5 \text{ p}^2 \text{ f}^9 \times \overline{e^2 - f^2}^2}{135 \text{ p}^7 \times \overline{e^2 - f^2}^7}$$

&c. Ainsi on peut maintenant regarder h , comme connuë; puisque la série précédente qui l'exprime, n'est formée que de grandeurs connuës, & que d'ailleurs il est facile de voir que cette série est très-convergente. Enfin il ne reste plus qu'à introduire cette valeur de h dans

l'équation $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6$ &c. pour

avoir $g = \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} - \frac{8q^4e^2f^6 - 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$

$$+ \frac{400q^6e^2f^{10} + 160q^6e^4f^8 + 8q^6e^6f^6 + 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

&c. & il viendra donc $1 - g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} +$

$$\frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$$

$$- \frac{400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

+ &c.

§. LII.

Connoissant ainsi les valeurs de h & de g , rien n'empêche de trouver à présent la réfraction astronomique, pour quelle hauteur aparente on voudra. On n'a qu'à introduire les valeurs de h & de g dans la formule gé-

nérale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \text{\&c.}$ du §. 50. Ou si on veut dé-

couvrir la même chose par les tables des sinus, on multipliera le sinus $A \approx = c$ du complément de la hauteur proposée par la valeur de $a^{1-m} y^{m-1}$ ou de a^{1-m}

CN^{m-1}

CN^{m-1} que fournit la dernière série du §. 51. en donnant la valeur de $1-g$; & on aura au produit le sinus $\Theta E = ca^{1-m} CN^{m-1}$. On cherchera ensuite dans les Tables à quel arc ΘA ce sinus répond; & retranchant cet arc de celui AD du complement de la hauteur aparente, il viendra l'arc $A\Theta$, qu'il ne restera plus qu'à multiplier par

$$\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}, \text{ ou qu'à diviser par } h, \text{ dont la série}$$

$$\frac{2af}{p \times e^2 - f^2} - \frac{4afq}{3p^3 \times e^2 - f^2}, \text{ \&c. est l'expression; \& il vien}$$

dra au quotient la réfraction qu'on vouloit découvrir. On fera la même chose pour toutes les autres hauteurs aparentes, & on trouvera donc de cette sorte toutes les réfractions, en suposant simplement qu'on en connoît deux par les observations; sçavoir l'une (e), lorsque l'Astre paroît dans l'horison; & l'autre (f), lorsque l'Astre est élevé d'une hauteur aparente, dont q est le sinus & p le sinus de complement, pendant que a désigne le sinus total.

§. LIII.

Le Livre de la connoissance des Temps marque $32' 20''$ pour la réfraction horifontale; mais comme les observations donnent presque toujours cette réfraction un peu plus grande, on l'a suposée de $33'$ complètes. On a pris ensuite la réfraction qui appartient au 26^{me} degré de hauteur, & on l'a fixée à $2' 12''$, en se conformant aux Tables de M. de la Hire. Si après cela on prend 10000000 pour le sinus total, & qu'on cherche combien valent à proportion les petits arcs de $33'$ & de $2' 12''$ de réfraction, on trouvera 95944 & 6400, comme on le peut voir tout d'un coup en cherchant dans les Tables les sinus de ces arcs, parce que leurs sinus leur sont sensiblement égaux. Ainsi 10000000 étant la valeur de a ; 95944 sera celle de e & 6400 celle de f ; & on aura de plus 4383712 pour le sinus q de 26 degrez, & 8987940 pour le sinus p de complement. Or introduisant ces nombres

H

Fig. 12.

dans la série $1 - g = 1 - \frac{2g^2e^2f^2}{p^2 \times e^2 - f^2} +$

$$\frac{2g^4e^2f^6 + 2g^4e^4f^4}{3p^4 \times e^2 - f^2} +$$

$$\frac{400g^6e^2f^{10} - 160g^6e^4f^8 - 8g^6e^6f^6 - 120g^4p^2e^2f^4 \times e^2 - f^2 \times e^4 - f^4}{20p^6 \times e^2 - f^2} +$$

+ &c, on trouvera $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour la valeur de $1 - g$ ou de $a^m - m \text{ CN}^{m-1}$: & il faut remarquer que cette série est si convergente, qu'il n'est pas nécessaire de pousser l'approximation au-delà du second terme. L'autre série

$$h = \frac{2aqf}{p \times e^2 - f^2} - \frac{4af^3q^3}{3p^3 \times e^2 - f^2} +$$

$$\frac{16af^5q^5 + 6aq^3f^3p^2 \times e^2 - f^2 \times e^4 - f^4}{20p^5 \times e^2 - f^2} + \&c. \text{ qui est éga-}$$

lement convergente, donnera en même-tems $\frac{22458}{3300}$ pour la valeur de h , & on aura donc $\frac{3300}{22458}$ pour celle de

$$\frac{1}{h} \text{ ou de } \frac{m}{m-1}.$$

§. LIV.

Ainsi c'est la fraction $\frac{9978668785}{10000000000}$ qui exprime le rapport constant des sinus $A\Sigma$ & $\Theta\Sigma$, entre lesquels l'arc $A\Theta$ est intercepté, & c'est $\frac{3300}{22458}$ qui marque le rapport de cet arc & de la réfraction. C'est-à-dire qu'on doit toujours multiplier le sinus de complement $A\Sigma$ de chaque hauteur aparente, par $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour avoir le sinus $\Theta\Sigma$; & que lorsque l'arc $A\Theta$ est trouvé en degrez, minutes & secondes, il faut le multiplier par $\frac{3300}{22458}$ pour avoir la réfraction requise. Si on nous propose, par exemple, 10 degrez de hauteur aparente, nous multiplierons le sinus complement 9848077 de cette hauteur par $\frac{9978668785}{10000000000}$, ou ce qui est la même chose, nous retrancherons du logarithme 9. 9933515 de ce sinus, le nombre constant 9274, parce que - 9274 est le logarithme de $\frac{9978668785}{10000000000}$. Il nous viendra 9. 9924241, pour le logarithme du sinus $\Theta\Sigma$

qui répond à $79^{\circ}.19'.45''$; & ainsi l'arc $A\Theta$ sera de $40'$.
 $15''$ ou de $2415''$; & si on le multiplie par le nombre con-

Fig. 12.

stant $\frac{1300}{22458} = \frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ on trouvera $355''$ ou $5'.55''$

pour la quantité de la réfraction qu'on vouloit découvrir.
 C'est de cette sorte que nous avons calculé la Table sui-
 vante.

Nouvelle Table des réfractions Astronomiques.

Hau- teurs apa- rentes.	Réfrac- tions.	Hau- teurs apa- rentes.	Réfrac- tions.	Hau- teurs apa- rentes.	Réfrac- tions.
Deg.	Min. Sec.	D.	Min. Sec.	D.	Min. Sec.
0	33	31	1 47	61	35
1	25 20	32	1 43	62	34
2	19 47	33	1 39	63	32
3	15 50	34	1 35	64	30
4	13 1	35	1 32	65	29
5	10 58	36	1 29	66	28
6	9 25				
		37	1 26	67	27
7	8 5	38	1 23	68	26
8	7 18	39	1 20	69	25
9	6 3	40	1 17	70	24
10	5 55	41	1 15	71	22
11	5 24	42	1 12	72	21
12	4 57				
		43	1 9	73	20
13	4 35	44	1 6	74	19
14	4 15	45	1 4	75	17
15	3 58	46	1 2	76	16
16	3 43	47	1 0	77	15
17	3 29	48	58	78	13
18	3 17				
		49	56	79	12
19	3 6	50	54	80	11
20	2 56	51	52	81	10
21	2 47	52	50	82	9
22	2 39	53	48	83	8
23	2 32	54	46	84	7
24	2 25				
		55	45	85	6
25	2 18	56	43	86	4
26	2 12	57	42	87	3
27	2 6	58	40	88	2
28	2 1	59	38	89	1
29	1 56	60	37	90	0
30	1 52				

Fig. 12.

§. L V.

Il n'est pas nécessaire de s'arrêter ici à expliquer l'usage de cette Table. Tous les Pilotes un peu instruits dans la théorie de leur art, sçavent assez que les réfractions sont communes aux hauteurs mesurées par toutes sortes d'instrumens; & que puisque ces réfractions font paroître les Astres un peu plus élevez qu'ils ne sont en effet, on doit toujours retrancher la réfraction de la hauteur aparente, pour avoir la hauteur véritable. On n'insiste pas davantage sur cet article. Mais les Lecteurs seront sans doute bien-aîsés de connoître la valeur de m , afin de sçavoir le degré de l'équation $z = a^{1-m} y^m$ & de connoître quelle est l'hypothese qui sert de fondement à nôtre table.

Nous avons trouvé (§. 15.) que $\frac{1}{b}$ ou $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$:

mais cette fraction $\frac{3300}{22458}$ doit être regardée comme *négative*, parce qu'elle marque le raport de l'arc $A\odot$ à la réfraction astronomique, & que l'arc $A\odot$ est *négatif*, parce que les sinus TV ou $\odot Z$ diminuent ici à mesure que les appliquées AP , ou $AN=y$ augmentent. Ainsi au lieu de

l'équation $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$, nous avons $\frac{m}{m-1} = -\frac{3300}{22458}$;

d'où nous tirons $25758 m = 3300$ & $m = \frac{3300}{25758}$ & si nous mettons cette valeur à la place de m dans l'équation $z = a^{1-m} y^m$ de la courbe BGI des dilatations, il vien-

dra $z = a^{\frac{22458}{25758}} \times y^{\frac{3300}{25758}}$ ou $z^{25758} = a^{22458} y^{3300}$; & c'est donc là l'équation qui représente nôtre hypothese particuliere; hypothese qui est préférable à la multitude infinie d'autres renfermées dans l'équation $z = a^{1-m} y^m$. Il est vrai que quelque système qu'on embrasse sur cette matiere, il arrive presque toujours que les réfractions sont proportionnelles à un arc $A\odot$ intercepté entre deux sinus Az , $\odot Z$ qui ont entr'eux un raport cons-

tant. Mais il suffit que ce raport soit différent, ou que les deux sinus soient pris en quelqu'autre endroit du quart de cercle, pour que les réfractions suivent une autre progression, & que la Table soit différente; & enfin nôtre hypothese a toujours cet avantage singulier, d'être choisie entre une infinité d'autres. On pouvoit bien avoir fait quatre ou cinq différentes suppositions & examiné ensuite laquelle étoit la meilleure: mais ce n'est qu'en suivant une méthode semblable à celle qu'on vient d'expliquer qu'on pouvoit pousser la discussion infiniment plus loin; & choisir, non pas entre quatre ou cinq hypotheses, mais entre une infinité.

Fig. 12.

§. LVI.

Nous pouvons dire aussi à l'avantage de nos calculs, qu'ils s'accordent assez exactement avec les observations des plus sçavans Astronomes. Après que *Tycho* eut donné dans le premier livre de ses *Progymnasmata* des Tables des réfractions déduites de ses observations, personne ne toucha à cette matiere, jusqu'au tems du célèbre feu M. *Cassini*, qui l'examina le premier avec des yeux de Géometre, qui inventa une hypothese très-ingénieuse, & qui démontra que les réfractions devoient alterer, jusqu'au zénit, la hauteur des Astres. La Table de la connoissance des Tems est calculée sur cette hypothese; mais M. *Cassini* qui ne travaille pas aujourd'hui avec moins d'assiduité ni moins de succès que son illustre pere, à perfectionner l'Astronomie, a remarqué que les réfractions sont un peu plus grandes qu'elles ne sont marquées dans la table, lorsque l'Astre est tout-à-fait proche de l'horison; qu'à très-peu de hauteur, elles deviennent un peu plus petites, & qu'ensuite elles commencent de surpassez celles de la table. Il suit de là que l'hypothese ancienne ne représente pas bien la progression des réfractions; & c'est aussi ce qu'a observé feu M. *de la Hire*. Mais si on examine la nouvelle table que nous

Fig. 12. donnons ici, on reconnoitra que cette progression y est beaucoup mieux observée; & nous pourrions montrer en particulier, que nos réfractions sont effectivement plus petites que celles de la connoissance des tems depuis environ la 5^{me} minute de hauteur aparente jusqu'un peu au-dessous du 4^{me} degré, & qu'ensuite elles deviennent un peu plus grandes. Après tout notre table ne doit être principalement exacte dans ces climats-ci, que pendant l'été; & il est certain que si on vouloit en construire une autre pour l'hiver, il faudroit supposer la réfraction horizontale beaucoup plus forte, & telle qu'on l'observe ordinairement dans cette saison. On se serviroit également

pour cela des séries $1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times e^2 - f^2} + \frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times e^2 - f^2} - \&c.$ & $\frac{2aqf}{p \times e^2 - f^2} - \frac{4afsq^3}{3p^3 \times e^2 - f^2} + \&c.$: de la pre-

miere pour trouver l'exposant $1 - g$ du rapport qu'il faudroit mettre entre les sinus $A \propto \& \odot Z$; & de la seconde,

pour découvrir l'exposant $\frac{1}{b}$ ou $\frac{m}{m-1}$ du rapport de l'arc $A\odot$ à la réfraction.

CHAPITRE II.

De l'Inclinaison de l'Horison visuel.

§. LVII.

SI on s'étoit déterminé dans la premiere Partie, en faveur d'un Instrument qui portat son horison avec lui, on n'auroit simplement qu'à retrancher la réfraction astronomique de la hauteur aparente pour avoir la hauteur véritable. Mais comme on a choisi un Instrument d'une autre espece, on est obligé de faire encore une cor-

rection à la hauteur. Car lorsqu'on est élevé au-dessus de la Mer, & qu'on regarde son extrémité aparente, le raion visuel n'est pas de niveau, il est incliné du côté de la Mer; & il est plus ou moins incliné, selon qu'on est plus ou moins élevé. Or cette inclinaison doit alterer la hauteur des Astres; puisque la hauteur n'est autre chose que l'angle formé par le raion de l'Astre & par une ligne parfaitement horizontale; & qu'au lieu de cette dernière ligne on en emploie une qui est inclinée. Si (par exemple) le cercle ADM (Fig. 13.) représente la circonférence de la terre, & si un observateur est situé en B & élevé de la quantité AB au-dessus de la surface de la Mer, il n'y a qu'à tirer du point B la ligne BD qui touche la circonférence du cercle en quelque point D, & cette tangente représentera le raion de l'horison visuel: de sorte que ce sera au-dessus de cette ligne que l'observateur prendra la hauteur des Astres, faute de pouvoir la prendre immédiatement au-dessus de la ligne FBG, qui est parfaitement de niveau. Mais on voit que l'observateur se trompera de l'angle FBD dont l'horison visuel est incliné: & que pour corriger l'erreur, il faut ajouter cet angle FBD à la hauteur aparente de l'Astre, lorsqu'on observe cette hauteur ** par derriere.*

Fig. 12.

Fig. 13.

§. LVIII.

Nous disons qu'il faut ajouter à la hauteur observée de l'Astre, l'inclinaison de l'horison aparent, lorsqu'on prend hauteur *par derriere*: c'est ce qui est sensible; car si l'Astre est en I & qu'on lui tourne le dos, pour observer sa hauteur, la tangente BD sera l'horison visuel, & nôtre Instrument nous donnera l'angle IBE formé par le raion

* Prendre hauteur *par derriere*, c'est prendre hauteur en tournant le dos à l'Astre, comme nous l'avons expliqué au commencement du dernier Chapitre de l'autre Partie, & les Pilotes disent qu'ils prennent hauteur *par devant* lorsqu'ils visent à l'Astre même, comme nous l'avons expliqué à la fin du même Chapitre, en parlant de la maniere d'observer la hauteur des Etoiles,

Fig. 12.

IB de l'Astre & par le prolongement BE de la tangente BD : mais on voit que cet angle est plus petit que celui IBG de la véritable hauteur, de la quantité dont l'horizon est incliné. Ce seroit tout le contraire si on prenoit *par devant* la hauteur d'un Astre H : car on trouveroit par le moïen de l'Instrument l'angle HBD qui est trop grand ; & ainsi il faudroit alors retrancher l'angle de l'inclinaison.

§. LIX.

Au surplus il est très-facile de calculer cette inclinaison de l'horizon pour toutes les différentes élévations de l'observateur au-dessus de la Mer, aussi-tôt qu'on suppose que le raïon visuel est une ligne droite. Il est sensible que cette inclinaison est égale à l'angle fait au centre de la terre, par la ligne BC & par le semi-diametre CD qui se rend au point D où le raïon touche la surface de la Mer. Ainsi si dans le triangle rectangle BCD, on compare le raïon DC de la terre au sinus total ; BC qui est connue, puisque c'est la distance de l'observateur au centre de la terre, représentera la secante de l'angle BCD & en même-tems celle de l'angle de l'inclinaison BFD. En un mot on peut toujours faire cette proportion, le raïon de la terre est au sinus total, comme la distance BC de l'observateur au centre de la terre est à la secante de l'inclinaison, & il n'y aura qu'à renverser cette analogie pour trouver la distance de l'observateur au centre de la terre, lorsque l'inclinaison de l'horizon sera donnée. C'est de cette sorte qu'on a calculé la Table suivante.

Table

Table des inclinaisons de l'Horison sensible.

Fig. 13

Elévations au-dessus de la Mer.	Incli- naif. de l'horison visuel.	Elévations au-dessus de la Mer.	Incli- naif. de l'horison visuel.	Elévations au-dessus de la Mer.	Incli- naif. de l'horison visuel.
PiedsPouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
0 10	1	365	21	1395	41
3 4	2	401	22	1470	42
7 5	3	439	23	1534	43
13 3	4	478	24	1607	44
20 9	5	519	25	1681	45
29 11	6	561	26	1756	46
39 9	7	605	27	1833	47
53 2	8	651	28	1912	48
67 3	9	698	29	1993	49
83 0	10	747	30	2074	50
100 5	11	798	31	2159	51
119 5	12	850	32	2244	52
140 3	13	904	33	2331	53
162 8	14	960	34	2420	54
186 8	15	1017	35	2511	55
212	16	1076	36	2603	56
240	17	1136	37	2697	57
269	18	1198	38	2792	58
299	19	1262	39	2889	59
331	20	1328	40	2988	60

§. LX.

Comme les plus grands Vaisseaux ne sont pas fort éle-
vez au-dessus de la surface de la Mer, il n'y aura que
les premiers nombres de la Table précédente qui pour-
ront servir. Les autres seroient seulement d'usage, si
étant à terre sur quelque montagne proche de la Mer, on
vouloit observer la hauteur des Astres à la maniere des
Marins, en prenant pour horison l'extremité aparente de
la Mer. Mais dans ce cas la Table précédente ne seroit
pas assez exacte : car le rayon visuel BD se courbe sensu-

Fig. 13.

blement par les réfractions, dans le long trajet qu'il a à faire depuis l'œil jusques vers le point D. Le rayon visuel doit se courber sensiblement, puisqu'il est, comme nous l'avons déjà dit à la fin de la première Partie, une portion de la *solaire* ou de la ligne courbe que tracent les rayons de lumière, en traversant l'Atmosphère : & il est clair que cette courbure des rayons, doit rendre les inclinaisons de l'horison un peu plus petites que celles qui sont marquées ci-dessus. Si on étoit, par exemple, élevé au-dessus de la surface de la Mer de 2440 pieds ou de 2460, l'inclinaison de l'horison visuel seroit selon la Table d'environ $54^{\circ} 20''$: & cependant M. *Cassini* observa le 12 Mars 1701, au pied de la tour de la *Massane*, qui est proche de *Collioure*, & qui est élevé de $408 \frac{1}{2}$ Toises ou de 2451 pieds que l'inclinaison de l'horison visuel n'étoit que de $50^{\circ} 20''$. La différence étant assez considérable, nous avons cru qu'il étoit à propos de nous servir de la Théorie établie dans le Chapitre précédent, pour tâcher de découvrir les inclinaisons de l'horison avec plus d'exactitude. C'est même ce qui nous a engagé à ne traiter ce sujet qu'après avoir examiné les réfractions ; sans cela nous eussions suivi un ordre contraire. Ce que nous avons dit des réfractions nous met en effet plus en état de connoître exactement les inclinaisons de l'horison. Mais cela n'empêche pas que pour avoir la hauteur véritable d'un Astre, on ne doive toujours, à parler dans la rigueur, corriger l'inclinaison de l'horison avant de corriger la réfraction : Car les réfractions qui sont marquées dans la Table, ne sont pas calculées pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison incliné ; mais pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison parfaitement de niveau.

De l'Inclinaison de l'Horison aparent, lorsque les raïons visuels sont pris pour des lignes courbes.

§. LXI.

Fig. 14.

Considerons la Figure 14, dans laquelle $\frac{1}{2}$ AE est une partie de la surface de la terre & BG est la courbe des dilatations de l'Atmosphere; & suposons comme ci-devant (§. 43.) que cette ligne BG est tracée de sorte que sa premiere ordonnée AB soit égale au semi-diametre AC de la terre. Cette condition fera que si AP est une portion de *solaire* ou de la ligne courbe que trace dans l'Atmosphere un raïon de lumiere, & que si cette courbe touche la surface de la terre en A; les perpendiculaires CR tirées du centre C sur les tangentes PR de cette ligne, seront non-seulement proportionelles aux ordonnées correspondantes FG de la courbe des dilatations; mais elles leur seront aussi égales. C'est ce qui suit de ce qu'on a dit dans le Chapitre précédent (§. 41.) car la *solaire* AP rencontrant CA perpendiculairement en A, il doit y avoir même rapport de CA à AB que de CR à FG: mais puisque les deux premiers termes de cette proportion sont égaux entr'eux, les deux derniers CR & FG le seront aussi. Si maintenant on fait attention que la courbe AP peut être prise pour le raïon visuel d'un observateur qui seroit situé en P, & qui étendant sa vuë aussi loin que lui permettroit la rondeur de la terre, regarderoit l'extremité aparente A de la Mer, on reconnoîtroit que l'angle RPC est le complement de l'inclinaison de l'horison aparent, puisque le raïon visuel AP est dirigé lorsqu'il entre dans l'œil de l'observateur P, comme s'il venoit du point R, & qu'il fait avec la verticale PC l'angle RPC. Il doit donc y avoir par consequent dans le triangle rectangle CPR, même rapport de CP à CR que du sinus total au sinus du complement de l'inclinaison proposée de l'horison vi-

Fig. 14.

fuel. Mais pour mettre ce raport entre CP & CR, on n'a qu'à le mettre entre les deux autres lignes CF & FG qui leur sont égales; & il est clair que pour le mettre entre ces deux dernières lignes, on n'a qu'à prendre AC pour le sinus total, & faire $A\Omega$ égal au sinus de complement de l'inclinaison proposée & tirer la ligne CG par le point Ω . Ainsi voici une construction très-simple & très-générale. C'est de faire l'arc $A\varphi$ égal au complement de l'inclinaison de l'horison ou égal à l'angle RPC qu'on veut que fasse le rayon visuel AP avec la verticale CP de l'observateur; & tirant du point φ la ligne $\varphi\Omega$ parallèlement à CA, afin de faire ΩA égale au sinus $\varphi\phi$, il n'y aura qu'à tirer par le point Ω la ligne CG, jusqu'à ce qu'elle rencontre la courbe BG des dilatations en quelque point G; & menant ensuite l'ordonnée GF parallèlement à BA ou perpendiculairement à CF, le point F fera connoître combien il faut que l'observateur P soit élevé au-dessus de la Mer, pour que son horison visuel soit incliné de la quantité prescrite.

§. LXII.

Pour résoudre le même problème par le calcul, on continuera de nommer y les distances CP ou CF au centre de la terre, & z les ordonnées FG de la courbe des dilatations: & si on prend de plus r pour le sinus total, & i pour le sinus du complement de l'inclinaison qu'on veut qu'ait l'horison apparent; on aura à cause du triangle rectangle CRP cette analogie, $r \mid CP = y \parallel i \mid CR = FG = z$: D'où on tire $rz = iy$. Or il suffit, comme il est sensible, d'introduire dans cette petite formule la valeur de z en y , (valeur qu'on connoît toujours, aussi-tôt qu'on sçait la nature de la courbe des dilatations,) & il viendra une autre équation qui ne contiendra plus que y de seule inconnüe, & dont il n'y aura plus par conséquent qu'à chercher les racines. On a supposé dans l'autre Chapitre $z = a' -^m y^m$ & on a trouvé qu'entre la

multitude infinie d'hypotheses que cette équation représente, c'est $z = a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ qui est conforme aux

observations. On n'a donc qu'à introduire $a^{\frac{22458}{25758}}$ $y^{\frac{3300}{25758}}$ ou plus généralement $a^{1-m} y^m$ à la place de z

dans la formule $rz = iy$: il viendra $ra^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}} = iy$ ou $ra^{1-m} y^m = iy$; & si à cause de la trop haute dimension de ces équations, on les refond par les logarithmes, on trouvera $Ly = La + \frac{22458}{25758} \times \overline{Lr - Li}$ ou généralement $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$. Or il est

très-facile de trouver par ces formules, combien l'observateur doit être élevé au-dessus de la Mer, pour que son horizon visuel soit incliné d'une quantité donnée. Il n'y a, comme on le voit, qu'à multiplier par $\frac{22458}{25758}$ ou généra-

lement par $\frac{1}{1-m}$, l'excès du logarithme Lr du sinus total

sur le logarithme Li du cosinus de l'inclinaison proposée ; & ajoutant le produit au logarithme du semi-diametre terrestre a , il viendra le logarithme de la distance y de l'observateur au centre de la terre : & il ne restera donc plus qu'à soustraire de cette distance y , le semi-diametre a . Cette méthode nous a procuré la Table suivante.

Nouvelle Table des Inclinaisons de l'Horison visuel.

Elévations au - dessus de la Mer.	Incli- naïf. de l'horison sensiblé.	Elévations au - dessus de la Mer.	Incli- naïf. de l'horison sensiblé.	Elévations au - dessus de la Mer.	Incli- naïf. de l'horison sensiblé.
PiedsPouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
11	1	420	21	1601	41
3 9	2	459	22	1680	42
8 7	3	504	23	1761	43
15 3	4	548	24	1844	44
23 10	5	595	25	1928	45
34 3	6	645	26	2015	46
46 7	7	694	27	2103	47
60 11	8	747	28	2194	48
77 0	9	801	29	2286	49
95 2	10	857	30	2381	50
115 1	11	915	31	2477	51
136 11	12	975	32	2575	52
160 9	13	1037	33	2674	53
186 5	14	1101	34	2777	54
214	15	1166	35	2881	55
243	16	1234	36	2986	56
275	17	1304	37	3094	57
308	18	1375	38	3203	58
343	19	1448	39	3324	59
381	20	1524	40	3428	60

§. LXIII.

Il paroîtra peut-être que c'est pousser la délicatesse trop loin, de vouloir obliger les Pilotes à ne se servir que de cette seconde Table au lieu de la première. Mais cependant il suffit que l'observateur soit élevé de trente pieds, pour que la différence soit déjà de près d'une demie minute: & si on étoit obligé de monter dans la hune afin de découvrir la Mer par-dessus quelques îles ou quelques rochers, l'erreur pourroit aller à près d'une minute. Or nous sommes persuadés qu'on ne doit pres-

que rien négliger dans une semblable matiere : car quelque soin & quelque peine qu'on se donne, il arrive qu'on se trompe encore souvent d'une quantité trop sensible. D'ailleurs il étoit toujours nécessaire d'entreprendre la discussion précédente, au moins pour sçavoir, comme on l'a déjà dit, ce qu'on doit penser de l'exactitude de la Table ordinaire.

§. LXIV.

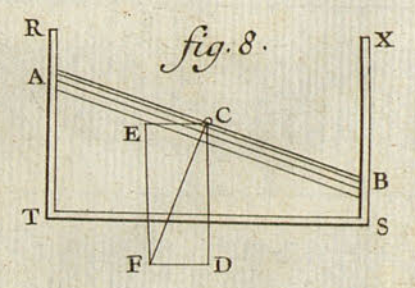
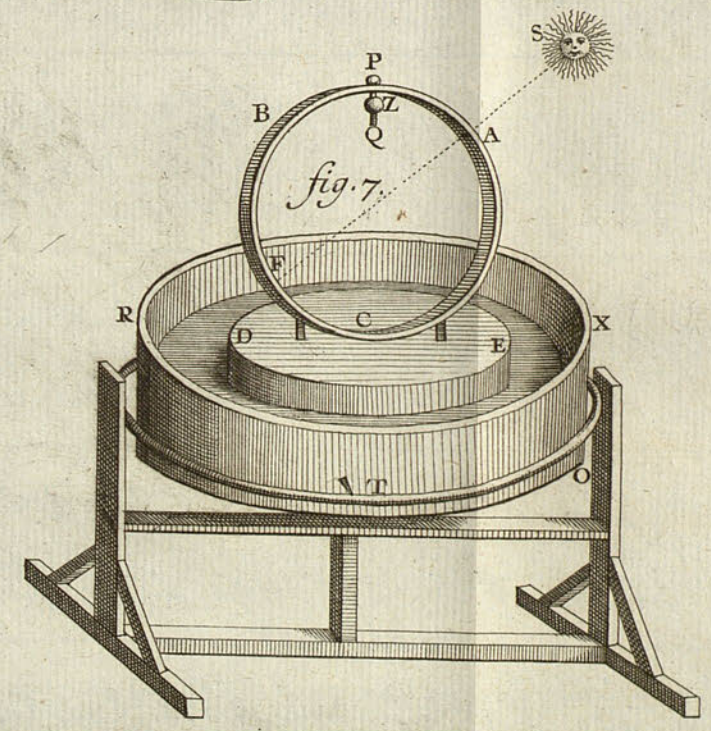
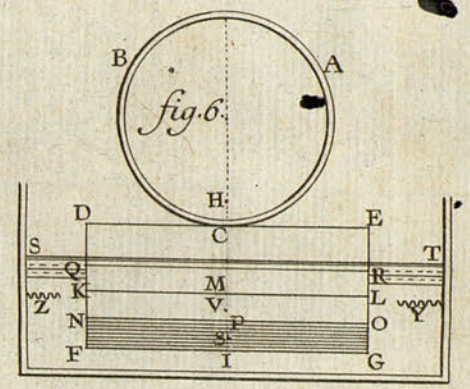
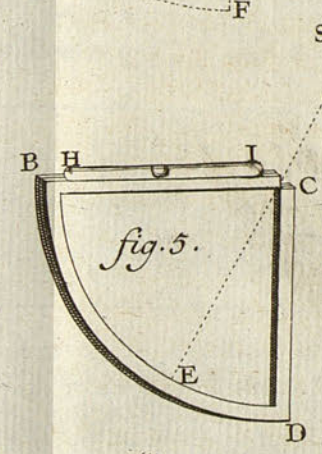
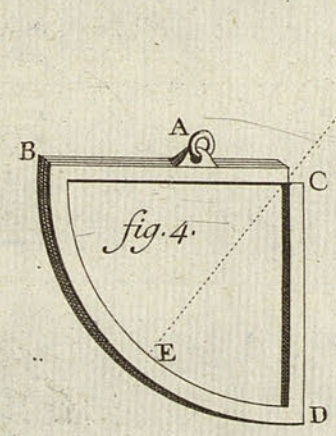
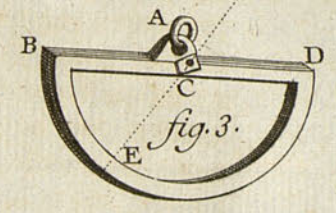
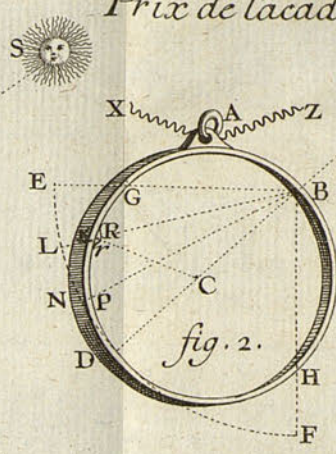
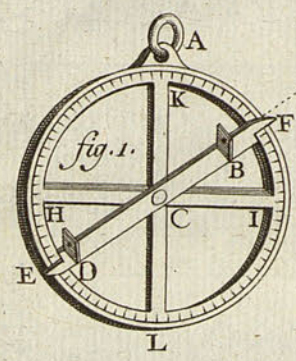
Fig. 14.

Enfin si dans la formule $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$, ou $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$, on traite le cosinus i de l'inclinaison de l'horison aparent, comme inconnu, on trouvera $Li = Lr - \frac{22458}{25758} \times \overline{Ly - La}$ ou plus généralement $Li = Lr - \frac{1}{1+m} \times \overline{Ly - La}$; & on pourra aisément par le moien de ces nouvelles formules découvrir l'inclinaison de l'horison aparent, lorsqu'on connoitra l'élévation de l'observateur au-dessus de la surface de la Mer. Après avoir pris l'excès du logarithme Ly de la distance de l'observateur au centre de la terre, sur le logarithme La du rayon même de la terre, il faudra multiplier cet excès par $\frac{22458}{25758}$ ou généralement par $1-m$, & retranchant le produit qu'on trouvera du logarithme Lr du sinus total, il viendra le logarithme Li du sinus de complement de l'inclinaison de l'horison visuel. Si on vouloit après cela trouver la distance à l'horison ou à l'extrémité aparente de la Mer, il n'y auroit qu'à multiplier le nombre de minutes & de secondes de l'inclinaison aparente, par $\frac{1}{1-m}$ ou par $\frac{25758}{22458}$; & il viendrait la distance requise en minutes & secondes de grand cercle de la terre. C'est ce qu'on ne demontre point, parce que cela n'est point nécessaire à nôtre sujet : Il suffit d'ajouter que

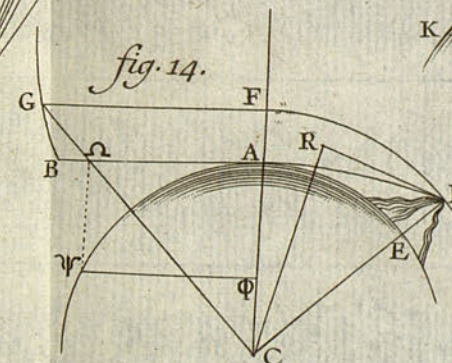
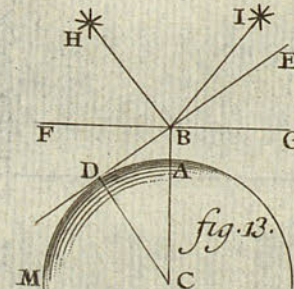
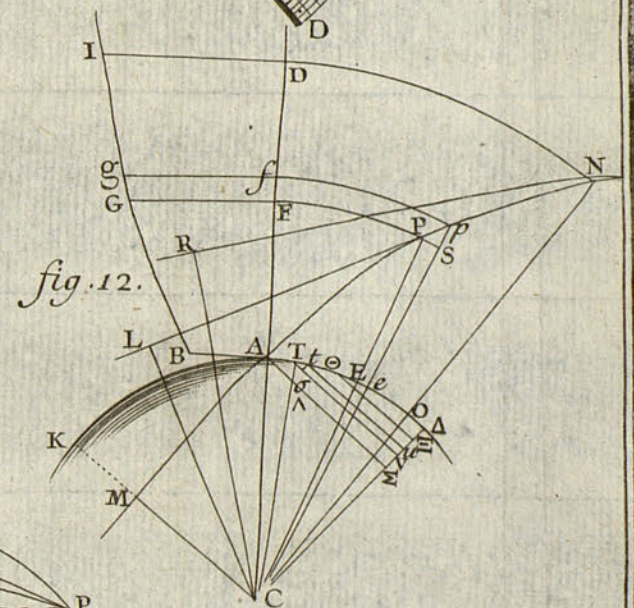
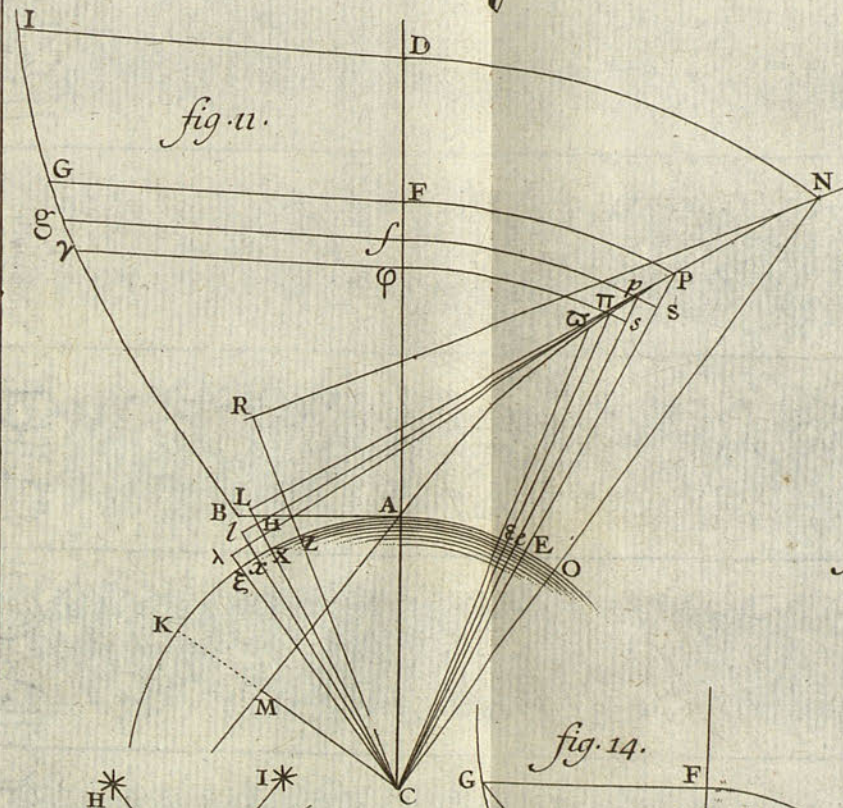
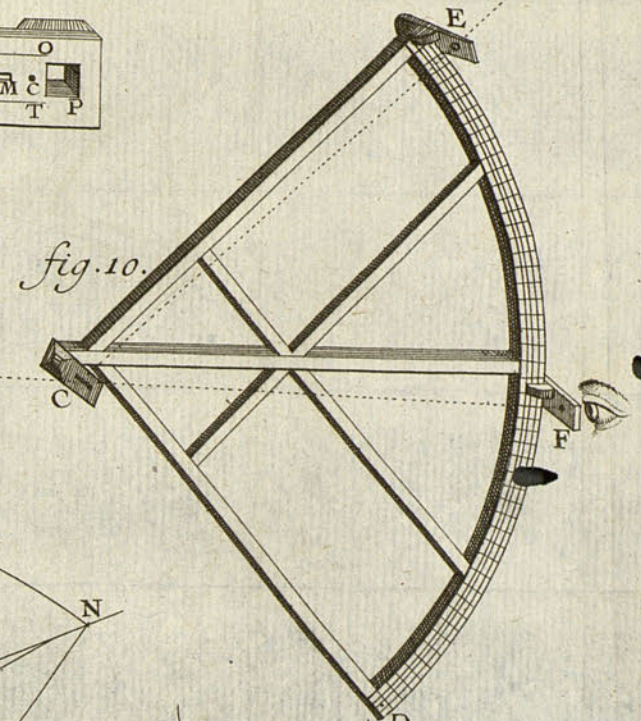
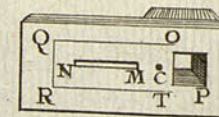
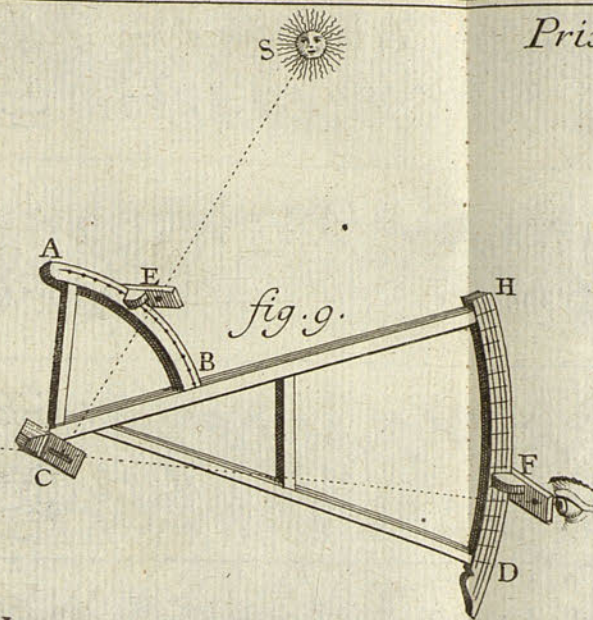
Fig. 34.

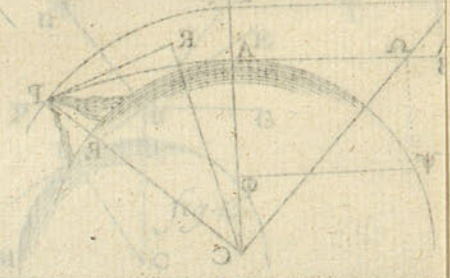
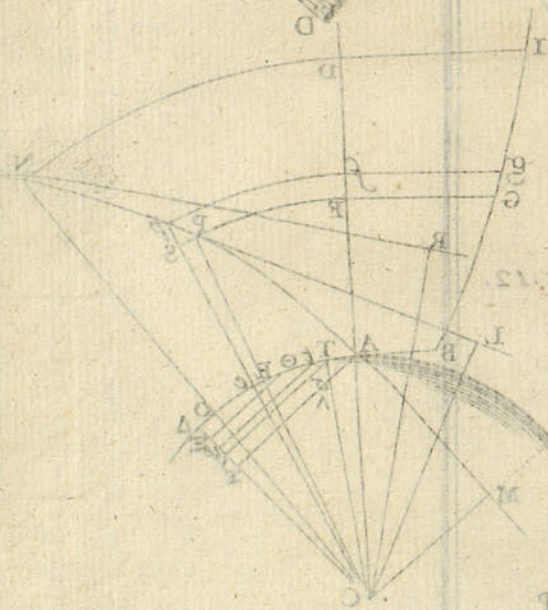
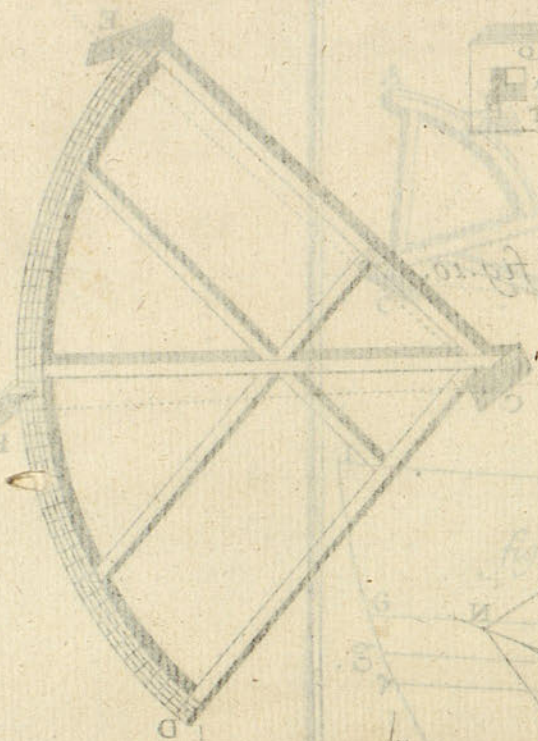
comme les réfractions sont sujettes à plusieurs irrégularitez, tant à cause de la différente quantité de vapeurs qui se soutiennent dans la partie basse de l'Atmosphère, que parce que la masse même de l'air est sujette à changer de hauteur, on ne peut pas promettre que les déterminations précédentes s'accordent toujours dans la dernière rigueur, avec les observations qu'on pourra faire. Mais les irrégularitez se faisant tantôt dans un sens & tantôt dans un autre, les raïons de lumière doivent être plus ou moins courbes; & c'est donc assez, pour que les calculs aient toute l'exactitude possible, qu'ils représentent toujours la courbure moyenne des raïons. Or nous avons lieu de croire, que si les calculs qu'on a mis en usage jusques ici n'ont point eu ce degré de perfection, & que s'ils n'ont pas dû faire trouver les quantitez moyennes, parce qu'ils n'ont toujours été faits que dans la supposition que les raïons de lumière sont des lignes droites; ce ne sera pas tout-à-fait la même chose des supputations que nous avons employées.

FIN.









NOUVELLES PENSÉES¹
SUR LE SYSTÈME^A
DE M. DESCARTES.

Et la maniere d'en déduire les Orbites
& les Aphélie des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE'
par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI Professeur des Mathéma-
tiques à Bâle, & membre des Académies Royales des
Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.



A PARIS, RUE S. JACQUES.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des
Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A V E R T I S S E M E N T.

L'ACADEMIE a trouvé cinq Pièces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui méritoient de concourir, & principalement la Piece N^o. 13. dont la Devise est :

Me vero primum dulces ante omnia Musæ

Accipiant, Cælique vias & sydera monstrent.

Les autres sont la Piece N^o. 3. dont la Devise est :

Sicut tenebræ ejus, ita & lumen ejus. La Piece N^o. 26.

dont la Devise est : *Multa contigit scire, sed non intelligere.*

La Piece N^o. 20. dont la Devise est : *Cæli enarrant glo-*

riam Dei, & opera manuum ejus annunciat firmamentum.

Et la Piece N^o. 27. dont la Devise est : *Ex minimis ma-*
xima.

NOTA. Page 16. après la ligne 22. au lieu de,

$\frac{vv}{x}$ nous donnera $x dx + \frac{vv}{x} = v v dx$ pour la force cen-
trifuge *lisez*

$\frac{vv}{x}$ nous donnera $x dx \times \frac{vv}{x} = v v dx$ pour la force cen-
trifuge

CATALOGUE

des Ouvrages contenus dans ce Recueil.

- I. **D**iscours sur le Principe, la Nature, & la Communication du Mouvement : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences proposé pour l'année 1720. Par M. de Crousas Professeur en Mathematique dans l'Academie de Laufane, 67. pages.
- II. Propositions présentées à l'examen de Messieurs de l'Academie Royale des Sciences, à l'occasion d'un second Prix proposé pour la même année 1720. & qui a pour sujet : *Quelle seroit la meilleure maniere de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une pendule, soit par la construction de la machine, soit par sa suspension.* Par M. Maffy. 32. pages & une planche qui sort hors du Livre.

Ici il y a une interruption jusqu'en 1724.

- III. Démonstration des loix du choc des corps : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1724. Par M. Mac-laurin Professeur en Mathematique dans l'Université d'Alberdeen. 26. pages & une planche en taille douce.
- IV. Discours sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, ou Sabliers: Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1725. par M. Daniel Bernoulli, fils du célèbre M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle, qui a remporté le Prix en 1730. 24. pages & une planche qui sort.
- V. Les loix du choc des corps à ressort parfait, ou imparfait : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726. Par le P. Mazieres, Prêtre de l'Oratoire. 57. pages & une planche gravée en taille douce.

- VI. Traité des petits tourbillons de la matiere subtile, pour servir d'introduction à une nouvelle Physique, & d'éclaircissement à la Piece précédente, qui a remporté le Prix en 1726. par le même Auteur, 60. pages.
- VII. Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a merité l'éloge de l'Academie Royale des Sciences, & qui a concouru aux Prix des années 1724. & 1726. par M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle. 110. pages & 5. planches qui sortent.
- VIII. De la Mâtüre des Vaisseaux : Piece qui a remporté le prix de l'Academie Royale des Sciences, l'année 1727. Par M. Bouguer Professeur Royal en Hydrographie au Croisic & Membre de l'Academie de Bordeaux, qui a remporté le Prix en 1730. le tout en 164. pages & 5. planches gravées en taille douce.
- IX. *Meditationes super problemate nautico de implantatione malorum quæ proximè accessere ad præmium anno 1727. 48 pag. cum duobus tabulis æneis, cælo incis.*
- X. De la mâtüre des Vaisseaux : Piece qui a concouru au Prix de l'année 1727. par M. Camus. 65. pages & 3. planches.
- XI. *De causa gravitatis physica generali disquisitio experimentalis, quæ præmium à Regia Scientiarum Academia, anno 1728. retulit auctore Georg. Bernh. Bulffinger, Physicæ experimentalis, & Theoreticæ Profess. Petropoli. 40. pag. cum duobus tabulis aquâ forti incis.*
- XII. De la méthode d'observer exactement sur Mer la hauteur des Astres : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1729. par M. Bouguer Professeur en Hydrographie au Croisic, & qui a remporté le Prix en 1727. pages 72. avec deux planches qui sortent.
- XIII. Nouvelles pensées sur le Systême de M. Descartes, & la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélie des Planètes : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1730. Par M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle.



NOUVELLES PENSÉES¹
 SUR LE SYSTÈME^A
 DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les
 Aphélies des Planètes.

*Virtus recludens immeritis mori
 Cælum, negata tentat iter via.*

Horat. Od. 2. Lib. 3. Carm.

§. I.



ILLUSTRE Académie des Sciences
 ayant proposé pour l'année 1730. cette
 question : Quelle est la cause de la figure
 elliptique des Orbites des Planètes, & pour-
 quoy le grand axe de ces Ellipses change de
 position, ou ce qui revient au même, Pourquoi leur Aphélie, ou

A

leur Apogée répond successivement à differens points du Ciel?
J'ai cru qu'il m'étoit permis d'essayer mes forces sur ce sujet. On sera peut-être surpris de voir que j'ose reproduire sur la scene les Tourbillons célestes, dans un tems où plusieurs Philosophes, particulièrement des Anglois, les regardent comme de pures chimeres, & n'en parlent qu'avec le dernier mépris; mais la savante COMPAGNIE à l'examen de laquelle je soumetts mes pensées, jugera si on a raison de condamner un Systême bâti sur des principes clairs & intelligibles, & de lui en substituer un autre fondé sur des principes dont on ne peut se former aucune idée; ce qui en matiere de Physique me paroît une raison suffisante pour rejeter un tel Systême, quand il seroit au reste le plus heureusement inventé pour l'explication de tous les Phénomènes, sur tout si on a les moyens en main de faire voir que par le premier Systême bien ménagé, on est en état, non seulement de rendre raison de ces mêmes Phénomènes; mais aussi de répondre aux objections les plus fortes qu'on a voulu faire valoir en Angleterre, comme des armes invincibles contre les Tourbillons. Or je montrerai dans ce petit Discours qu'on a effectivement ces moyens pour exécuter l'un & l'autre. Je vais commencer par faire une courte discussion des différentes idées que l'on a sur le Systême général du Monde; ensuite je répondrai à la prétendue impossibilité des Tourbillons fondée sur deux Propositions de M. Newton; En troisième lieu je donnerai la solution de la question proposée, par l'hypothese des Tourbillons.

§. II.

Les deux parties que contient cette Question, consistent à déterminer 1°. la cause des Ellipses que les Planètes décrivent dans le Ciel, 2°. la cause du changement de position des grands axes de ces Ellipses. On

suppose donc , comme une chose avérée , que les Orbites des Planètes ont une figure elliptique , & que les Aphélie sont mobiles.

§. III.

On a raison de le supposer ; les Phénomènes démontrent l'un & l'autre , quoique quant aux Planètes principales , le mouvement de leur Aphélie soit si lent , que plusieurs , tant Astronomes que Philosophes , ont voulu douter s'il est véritable , ou plutôt apparent ; mais je le supposerai réel & véritable , d'autant plus qu'il découle fort naturellement du Système dont j'entreprends la défense.

§. IV.

L'arrangement des parties du Monde , l'ordre & le mouvement des Astres , enfin la symmetrie entre tout ce qui compose l'Univers , est ce qu'on nomme communément le Système du Monde ; mais comme c'est une explication physique qu'on demande sur les deux points en question , on voit bien qu'il ne suffit pas de regarder ce grand édifice avec des yeux Astronomes , c'est-à-dire de se contenter de savoir le cours & les autres symptômes des Astres , suivant les règles établies par les observations & l'idée du Système qu'on adopte , sans se mettre en peine comment ni pourquoi les choses sont ainsi faites & point autrement. Il faut de plus pénétrer dans les Causes physiques , connoître les Loix du mouvement , & les prendre de la source , si on veut être en état de rendre raison des effets observés par les Astronomes.

§. V.

Cependant comme les Astronomes sont obligés de

choisir un Systême qui convienne , autant qu'il est possible , aux Phénomènes célestes dans toutes les particularités qui les accompagnent ; aussi les Physiciens ne sont pas moins obligés de s'y tenir préférablement à tout autre ; car comment pourroit-on tirer des vérités en raisonnant sur une hypothèse douteuse , ou tout-à-fait fausse ? Ainsi je ne m'arrêterai pas au Systême de Ptolomée , ni à celui de Ticho , puisqu'il y a long-tems qu'on reconnoît l'insuffisance de l'un & de l'autre , tant pour l'Astronomie que pour la Physique.

§. VI.

Le Systême de Copernic est celui qui quadre le mieux pour l'Astronomie , comme étant le plus simple. On satisfait par son moyen aux principaux Phénomènes ; & il est d'ailleurs confirmé par un grand nombre d'observations & par des découvertes nouvellement faites , depuis qu'on a trouvé moyen d'employer les grands tuyaux optiques pour observer le Ciel. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne qui font leurs révolutions autour de ces Astres , le mouvement propre de Jupiter , celui de Mars & de Venus sur leur centre , semblable au mouvement diurne de la Terre , les Phases croissantes & décroissantes de Venus , le mouvement du Soleil autour de son centre fixe & immobile , & plusieurs autres découvertes de cette nature , sont autant de preuves presque certaines de la vérité du Systême de Copernic. Aussi les Astronomes les plus habiles & de ce siècle & du passé , l'ont-ils reçu sans difficulté , comme le seul qui puisse expliquer tous ces Phénomènes d'une manière simple & naturelle.

§. VII.

Mais pour ce qui est des causes Physiques qui pro-

sur le Systême de M. Descartes. §

duisent les mouvemens des corps célestes & les variétés de ces mouvemens, il s'en faut beaucoup que les Philosophes ne soyent d'accord entre eux. Mon but n'est pas d'examiner le sentiment de chacun; on ne l'exige pas. Je me propose seulement, parce que cela me conduit à mon sujet, de confronter les deux différentes opinions qui ont fait le plus de bruit dans le monde. La première est celle de M. Descartes; la seconde qui est la plus en vogue en Angleterre, vient du fameux M. Newton.

§. VIII.

Pour parler de cette dernière, en premier lieu, on fait que M. Newton l'a bâtie sur les vûes de Kepler, dont il a emprunté le fondement pour composer son Systême. Il ne faut pas nier qu'il n'ait exécuté son dessein fort heureusement par la force centrifuge des Planètes contrebalancée par une force contraire de leur gravitation vers le centre du mouvement. Quant à la première de ces deux forces, sa nature est connue, on en conçoit clairement la cause, & personne ne fait difficulté d'accorder, qu'une pierre, par exemple, agitée en rond par une fronde, acquiert un effort continu pour s'éloigner du centre, parce qu'elle est empêchée par la fronde de se mouvoir en ligne droite, qui est la tangente du cercle en tout point où la pierre se trouve, & qui est la direction naturelle qu'elle suivroit, si elle n'étoit point retenue par la fronde: Et comme il faut une certaine force pour détourner à tout moment la pierre de son mouvement rectiligne, il est visible qu'elle doit faire une résistance égale (puisque l'action & la réaction sont toujours égales) & c'est dans cette résistance que consiste la force centrifuge. Ainsi cette force est reconnue & admise comme un principe clair & intelligible.

§. IX.

Mais quand il s'agit d'expliquer la cause de la gravitation des Planètes sur le Soleil, & la raison pourquoy elles ne trouvent point de résistance de la part du milieu dans lequel elles se meuvent, il a falu hasarder deux suppositions hardies, qui révoltent les esprits accoutumés à ne recevoir dans la Physique que des principes incontestables & évidens. La première de ces suppositions est d'attribuer aux corps une vertu ou faculté *attractive*, par laquelle ils s'attirent mutuellement, sans le secours d'aucune autre action. La seconde consiste à supposer dans le Monde un *vuide* parfait. Voilà donc *l'attraction & le vuide* (comme dit agréablement M. de Fontenelle) *bannis de la Physique par Descartes, & bannis pour jamais selon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton*, armés d'une force toute nouvelle, dont on ne les croyoit pas capables, & seulement peut-être un peu déguisés; deux principes qui tendent directement à rétablir sur le trône le Péripathétisme, qui a tyrannisé si longtems les anciens Philosophes. Aussi M. Newton a-t-il bien senti & prévu les objections qu'on lui feroit, en particulier contre la pesanteur innée des corps, c'est pour cela qu'il proteste en plusieurs endroits, qu'il n'adopte ce sentiment que comme une hypothèse, par exemple, à la page 389. de ses Principes Phil. Nat. Edit. dernière: *Attamen, dit-il, gravitatem corporibus essentialem esse minime affirmo*, plus retenu en cela que ses Sectateurs outrés, tels que M. Cottes, qui a fait la Préface devant cette Edition, où il prétend positivement & d'un air impérieux contre les Cartésiens. pag. 8. & 9. *Que la pesanteur n'est pas moins essentielle aux corps que leur étendue, mobilité & impétabilité*. On voit là le Disciple plus courageux que le Maître.

§. X.

Mais puisque cette confiance de parler ne nous oblige en aucune maniere de donner aveuglément dans ces sentimens incompréhensibles, il nous sera permis d'abandonner le Systême de M. Newton, quelque ingénieux qu'il soit, jusqu'à ce qu'il soit délivré de tout ce qui choque la saine raison, comme en effet, je crois avoir trouvé un expédient tout particulier pour expliquer la gravitation des Planètes par une cause purement mécanique, sans recourir ni à l'attraction, ni au vuide, avec cet avantage, que je me fais fort de montrer clairement, pourquoi les gravitations des Planètes sur le Soleil doivent être en raison renversée des quarrés des distances au centre du Soleil, ce que M. Newton & ses Sectateurs ont seulement supposé comme une hypothèse sans pouvoir le démontrer, pour en déduire les Ellipses, au foyer desquelles on place le Soleil, ou le centre auquel tendent les gravitations. Mais mes pensées là-dessus me donneroient matiere à une autre Dissertation, que j'aurai l'honneur de communiquer à l'illustre ACADEMIE, quand je verrai que celle-ci aura été reçûe favorablement. Je m'attache pour le présent à convaincre les Adversaires des Tourbillons, qu'ils sont beaucoup plus commodes qu'on ne l'a crû jusqu'ici, pour sauver les Phénomènes, en particulier ceux dont il est ici question, ce qui dissipera en quelque façon les difficultés, auxquelles ce Systême étoit sujet.

§. X I.

Les Tourbillons que M. Descartes a introduits, sont trop connus des Physiciens pour en faire une ample description. On sait que par ces Tourbillons il a prétendu expliquer deux effets principaux, savoir le mou-

vement des Planètes autour du Soleil, & la nature de pesanteur, qui fait descendre les corps grossiers vers le centre de la Terre ou d'une autre Planète. Mais ce Système tout spécieux qu'il est d'abord, n'a pas manqué de rencontrer ses Antagonistes : on y a trouvé à redire sur tout ; que par les Tourbillons il est très-difficile d'expliquer la Règle de Kepler, que les observations les plus exactes vérifient d'une manière admirable. En conséquence de cette Règle les Planètes décrivent au tour du centre du Soleil, non par des cercles excentriques, comme on croyoit, mais des Ellipses, quoique approchantes des cercles ; le Soleil est dans un des foyers de chacune de ces Ellipses ; le tems pour parcourir un arc d'une Ellipse est proportionel à l'aire du Secteur Elliptique formé par cet arc & les deux lignes droites tirées du foyer aux extrémités du même arc ; Les tems périodiques des révolutions entières des Planètes sont en raison sesquiquipliquée de leurs distances moyennes au centre du Soleil, c'est-à-dire, que les quarrés des tems périodiques, sont comme les cubes de ces distances. D'où il suit, que la vitesse moyenne des Planètes est réciproquement comme la racine quarrée de leur distance moyenne. Enfin tout cela s'observe aussi dans les Planètes secondaires ou Satellites au tour de leur Planète principale.

§. XII.

D'ailleurs M. Descartes a tâché de rendre quelque raison pourquoy une même Planète est tantôt plus, tantôt moins éloignée du Soleil, ce qui se fait, selon lui & ses Commentateurs, parce que le Tourbillon solaire, entouré de plusieurs autres Tourbillons inégaux, en est pressé inégalement, en sorte que l'interstice par où doit passer la matiere du Tourbillon, étant d'un côté plus étroit, & du côté opposé plus large, il faut que la Planète

Planète s'approche plus du Soleil , & marche plus vite là où elle est serrée , & qu'elle s'éloigne plus du Soleil , & aille plus lentement à l'endroit où elle est plus au large. Quand on accorderoit cela , on voit bien que les Orbites des Planètes ne seront pas des cercles , & qu'elles auront leurs Aphélies & Perihélies ; mais faut-il pour cela , dira-t-on , que les Orbites soyent justement des Ellipses ? Que le Soleil soit justement placé dans un des foyers ? Que les Planètes observent si précisément dans leur cours la loi de Kepler ? Faut-il aussi que les apsides soyent mobiles , nonobstant que l'inégalité des interstices entre le Soleil & les Tourbillons voisins paroissent par cette explication devoir occuper toujours les mêmes endroits , par raport aux étoiles fixes ? Voudra-t-on dire que Dieu a fait exprès un arrangement tout particulier par une espèce de miracle entre les Tourbillons , pour produire ces effets ? en vérité cela feroit ce qu'on appelle *Deum accersere ex machina*. On pourroit soutenir avec le même droit , que Dieu dirige immédiatement par sa Toute-puissance la machine de l'Univers , & que c'est sa pure volonté , que les Corps célestes se meuvent de la sorte , & point autrement ; ou bien on pourroit rapeller ces Génies ou ces Intelligences , que Dieu a constituées , selon la grotesque idée de certains Anciens , pour tourner éternellement les Cieux & les Astres , en observant la Règle de Kepler. Mais s'il étoit permis de raisonner sur ce pied-là en entassant hypothèses sur hypothèses , il n'y auroit aucun Phénomène dans la Nature des choses , dont on ne pût imaginer sur le champ quelque explication , semblable à celle que donne par plaisanterie M. Cottes dans sa préface que j'ai alléguée ci-dessus , où pour se rire des Tourbillons Cartésiens , il dit , quoiqu'avec un peu trop de présomption , qu'ils ne sont pas plus propres pour expliquer les mouvemens des Planètes , que feroit l'hypothèse de celui qui pour

rendre raison pourquoi une pierre jettée en l'air décrit une Parabole, voudroit soutenir, que c'est parce qu'il y a une matiere subtile qui se meut en tous sens, & toujours sur des Paraboles grandes & petites, tellement que la pierre entraînée par le cours de cette matiere, fera obligée de suivre la route de l'une ou de l'autre de ces Paraboles, selon la direction & la force avec laquelle la pierre a été jettée.

§. XIII.

Un tel usage des Tourbillons seroit, en vérité, ridicule; mais d'un autre côté on leur feroit grand tort de les rejeter tout-à-fait à cause des difficultés qui se présentent d'abord. Si on veut être équitable, il faut voir si on ne peut pas les lever par quelque tempérament ou explication raisonnable. Ce seroit une espece d'ingratitude, si nous ne reconnoissions que c'est principalement à M. Descartes que nous sommes redevables des premieres idées qu'il nous a données pour raisonner en Physique, sur des principes qu'on peut entendre clairement, au lieu de tout ce fatras de qualités occultes, de formes substantielles, de facultés, de vertus plastiques, & de cent autres chimeres semblables que l'Antiquité nous avoit laissées.

§. XIV.

Les Tourbillons se présentent si naturellement à l'esprit, qu'on ne sauroit presque se dispenser de les admettre. Mais pour dissiper les inconveniens qui résultent de la manière dont M. Descartes veut qu'ils emportent les Planètes, ne fera-t-on pas bien d'y apporter quelque remède, en montrant un autre effet auquel on n'a pas songé, qui nous mette en état d'en tirer, d'une manière simple & claire, les Phénomènes

des Astres , comme je tâcherai de faire , lorsqu'après cette discussion j'aurai l'honneur d'exposer à mes Juges la nouvelle idée que j'ajoute au Système de Descartes , qui me paroît la plus simple & la plus naturelle , tant pour obvier aux difficultés , que pour donner une réponse convenable au sujet de la question proposée par l'ACADEMIE.

§. X V.

Quoique les Tourbillons Cartésiens soyent , comme nous venons de voir , sujets à de grandes difficultés , il faut avoier aussi qu'il y en a , formées même par des Philosophes célèbres , qui ne sont qu'apparentes , & qu'on peut d'abord dissiper par des réponses solides. En effet , le Savant M. Saurin n'a-t-il pas solidement répondu dans les Mémoires de l'ACADEMIE de 1709. à l'objection de M. Huguens sur la cause de la Pesanteur ? lorsque celui-ci avoit prétendu , que si la matière céleste se mouvoit proche de la Terre en même sens , avec une vitesse qui devoit être , selon son calcul , beaucoup plus grande que la vitesse du mouvement journalier de la Terre au tour de son axe , il ne seroit pas possible que par le continuel effort d'un mouvement si rapide , elle n'entraînât avec elle tous les corps qui sont sur la surface de la Terre , ce qui n'arrive pas. La raison que M. Saurin a donnée , pourquoi ce mouvement si rapide ne doit pas se faire sentir , ni entraîner les corps qui sont sur la Terre , me paroît si bonne , qu'elle ne sauroit être meilleure , ni plus satisfaisante.

§. X V I.

Je passe donc à une autre objection , qui paroît d'autant plus importante qu'on l'a voulu fonder sur une démonstration géométrique. Elle vient du célèbre M.

Newton, qui a donné deux propositions dans ses Principes de la Phil. nat. ce sont la 51^e & la 52^e du second Livre, par lesquelles il prétend démontrer l'impossibilité des Tourbillons. Mais outre la réponse judicieuse de M. Saurin que l'on voit à la fin de son Mémoire allégué, je trouve que le raisonnement de M. Newton est un sophisme manifeste, étant fondé sur deux suppositions également fausses. Voici comme il raisonne. Il conçoit d'abord un fluide uniforme & infini en repos, dans lequel il fait tourner un Cylindre, & puis aussi une Sphère solide autour de leur axe. Il divise par la pensée le fluide en une infinité de couches d'une épaisseur égale & infiniment petite, toutes parallèles à la surface du Cylindre, ou de la Sphère. Cette surface en tournant fait une impression continue sur la première couche qui lui est contiguë, & l'entraîne peu à peu : de même cette première couche met en mouvement la seconde, celle-ci la troisième, & ainsi consécutivement chacune des couches entrainera par son frottement sa voisine ultérieure, jusqu'à ce qu'une grande partie du fluide soit mise dans une espèce de Tourbillon, qui tourne à chaque distance avec une vitesse permanente & convenable à l'éloignement de l'axe du Cylindre ou de la Sphère. Pour déterminer le tems périodique qui convient à la révolution de chaque couche, M. Newton considère les couches comme solides & d'une petite épaisseur égale, comme je l'ai déjà dit ; ensuite il parle ainsi (v. pag. 375. Ed. dernière) „ Quoniam homogeneous „ est fluidum, impressiones contiguorum Orbium in „ se mutuo factæ erunt (per hypoth.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus „ impressiones fiunt. Si impressio in orbem aliquem „ major est vel minor ex parte concava quam ex parte „ convexa, prævalebit impressio fortior, & motum orbis „ bis vel accelerabit, vel retardabit, prout in eundem

„regionem cum ipsius motu vel in contrariam diri-
 „gitur. Proinde ut orbis unusquisque in motu suo
 „uniformiter perseveret, debent impressiones ex parte
 „utraq; sibi invicem æquare & fieri in regiones con-
 „trarias. Unde cum impressiones sint ut contiguæ su-
 „perficies & harum translationes ab invicem, erunt
 „translationes inverse ut superficies (cylindricæ). h.
 „e. inverse ut superficierum distantia ab axe, &c.

§. XVII.

Or les dernières lignes de ce Raisonnement, qui ne sont qu'une répétition des premières, contiennent une double erreur. Car 1°. les impressions que se font les Couches, les unes sur les autres, consistent dans la résistance que cause le frottement, lorsque la surface convexe d'une couche se sépare de la surface concave de la couche voisine: mais on fait que cette résistance dépend uniquement de la force avec laquelle les deux surfaces sont pressées l'une contre l'autre, & point du tout de la grandeur ou de l'étendue dans laquelle elles se touchent. Nous avons sur ce sujet une excellente Dissertation de feu M. Amontons dans les Mémoires de l'Académie de 1699. où il fait voir pag. 212. *Que la résistance causée par le frottement des surfaces de différentes étendues est toujours la même, lorsqu'elles sont chargées de poids égaux, ou ce qui est la même chose, lorsque les pressions sont égales.* Cependant M. Newton considère seulement l'étendue des Couches & la vitesse relative avec laquelle elles se séparent, sans faire attention à la quantité de pression dont chacune est pressée contre sa voisine. 2°. Il néglige entièrement de faire intervenir l'action du Levier, dont la considération pourtant est ici absolument nécessaire, étant visible que la même force appliquée suivant la tangente de la Circonférence d'une grande rouë, a plus d'effi-

cace pour la faire tourner, qu'elle n'a lorsqu'on l'applique à la circonférence d'un rayon plus petit. D'où vient donc que M. Newton, qui regarde ces couches comme autant de rouës solides à tourner sur leur axe commun, ne tire pas en conséquence le raport des distances au centre, qu'observent les forces du frottement dans les couches, pour avoir leur véritable *momentum* ou efficace? D'où vient aussi qu'il ne met pas en ligne de compte la quantité de pression que chaque couche doit soutenir, puisque, sans la pression, les Couches ne feroient que glisser l'une sur l'autre sans se frotter, comme il est évident par les expériences de M. Amontons.

§. XVIII.

Voilà deux erreurs qu'on ne sauroit concevoir comment elles sont échappées à la sagacité d'un si grand Géomètre, & moins encore peut-on s'imaginer pourquoy ses zélés Partisans ne se sont point apperçûs pendant si long-tems, jusques-là même qu'ils ont laissé paroître ces fautes dans les trois différentes éditions qu'on a faites en Angleterre de l'Ouvrage de M. Newton, fort long-tems l'une après l'autre. Voyons ce qu'il faut faire pour remédier à ce double deffaut. Pour cette fin je donne la solution de ses deux Propositions dans les articles suivans; on jugera si je n'ai pas mieux réussi.

§. XIX.

Il est évident que chaque couche du fluide entre deux autres voisines, pour qu'elle puisse circuler avec une vitesse uniforme, doit recevoir autant d'efficace par le frottement de la couche inférieure, pour en être avancée ou accélérée, qu'elle en reçoit en sens con-

traire par le frottement de la supérieure pour en être retardée, de sorte que les décroissémens de vitesse étant à tous momens réparés par des accroissémens égaux, la couche conserve sa circulation uniforme. Or qu'est-ce qui produit ces deux effets égaux & contraires l'un à l'autre? C'est sans doute la force du frottement que

souffre chaque couche, en ²avant, & en ¹arriere, par les deux contiguës, la supérieure & l'inférieure; mais cette force d'où vient-elle au frottement, puisque ni le seul attouchement des surfaces, ni la vitesse relative avec laquelle elles se séparent, quelque grande qu'elle soit, ne produisent encore aucune force? Voici donc d'où je dérive cette force. Pendant qu'une couche est en circulation, il est visible qu'elle fait un continuel effort pour se dilater, à cause de la force centrifuge avec laquelle toutes ses parties cherchent à s'éloigner du centre de la circulation; mais la dilatation actuelle étant empêchée par la couche voisine supérieure, il est naturel que celle-ci en sera pressée. C'est donc ainsi que la première, ou la plus basse couche mise en circulation, presse la seconde, & la seconde aidée de la première, presse la troisième; celle-ci aidée des deux précédentes, presse la quatrième, & ainsi de couche en couche par toute l'étendue du Tourbillon. D'où il suit que pour estimer la quantité de l'impression que chaque couche exerce sur la surface concave de la suivante, il faut prendre la force centrifuge de la matiere, non de la seule couche inférieure contiguë, mais de toutes les précédentes, puisque la dernière des couches doit toujours soutenir l'effort total de la force centrifuge que toute la matiere du fluide compris sous elle acquiert par la circulation.

§. X X.

Il ne reste que le calcul à faire pour trouver com-

Fig. I. bien de pression chacune des couches précédentes contribué à presser la dernière ; la somme de toutes ces pressions donnera la pression totale. Soit donc le corps S que je suppose premièrement cylindrique , & qui par le mouvement au tour de son axe produit dans le fluide un tourbillon composé d'une infinité de couches d'épaisseur égale & infiniment petite. Prenons deux de ces couches, comme ERP & GMC éloignées l'une de l'autre de l'intervalle EG , & considérons ERP comme la dernière, dont le rayon SE soit d'abord d'une longueur déterminée & invariable $= a$, pendant que l'autre couche GMC considérée comme une des précédentes, a le rayon SG indéterminé & variable $= x$, & l'épaisseur constante $Gg = dx$. Soit V la vitesse absolue avec laquelle la couche GMC circule au tour de S . La quantité de matière contenue dans la couche GMC est proportionnelle au produit de SG par Gg ; donc cette quantité s'exprimera par $x dx$, ce qui étant multiplié par la force centrifuge absolue (qui est, comme on fait, en raison composée de la directe du quarré de la vitesse & de la réciproque simple du rayon, c'est - à - dire en raison de $\frac{vv}{x}$) nous donnera $x dx \div \frac{x}{vv} = v v dx$ pour la force centrifuge de la matière contenue dans la couche GMC .

§. XXI.

C'est donc avec cette force $v v dx$ que la couche particulière GMC sans le secours des précédentes inférieures fait un effort pour se dilater, je veux dire qu'elle presse le fluide extérieur contenu dans l'espace $RPEGCM$. Or c'est un principe d'Hydrostatique, qu'un fluide qui remplit exactement quelque espace, étant pressé d'un côté, répand également la même pression

pression sur toutes les parties des parois extérieures de l'espace qui renferme le fluide. Donc pour savoir quelle sera la pression que toute la surface concave de la Couche *ERP* reçoit de l'effort dilatatif de la seule Couche *GMC*, il faut faire cette analogie. Comme la circonférence *GMC* est à la circonférence *ERP*, ou, comme le rayon *SG* (x) est au rayon *SE* (a); ainsi la force centrifuge ou l'effort dilatatif de la Couche *GMC* que nous avons trouvée $\equiv vvd x$ est à une quatrième $\frac{avvd x}{x}$, qui montre par conséquent la pression que la surface concave de la dernière Couche *ERP* souffre de l'effort dilatatif de *GMC*. Donc la Somme ou l'Integrale de $\frac{avvd x}{x}$, c'est à dire $af \int \frac{vvd x}{x}$ désignera la pression totale que toutes les Couches inférieures comprises entre *s* & *GMC* transmettent conjointement sur la concavité de la dernière *ERP*. Faisons présentement cette Couche *ERP* variable & contiguë à *GMC*, afin que nous ayons indéterminément la pression totale sur chacune. Ainsi il n'y a qu'à mettre x pour a , & nous aurons $x \int \frac{vvd x}{x} \equiv$ à l'impression totale que le fluide du tourbillon communique à la surface concave d'une Couche quelconque, dont le rayon est x ; donc cet $x \int \frac{vvd x}{x}$ dénotant la force avec laquelle la surface convexe d'une Couche est pressée contre la concave de la plus voisine supérieure, doit, selon l'expérience & le raisonnement de M. Amontons, régler la force du frottement que se font les deux Couches contiguës l'une à l'autre, ce qui s'exécute en cette manière.

§. XXII.

Ayant tiré (Fig. II.) une ligne droite *SE* qui cou-

C

pe les circonférences des Couches A, B, C , &c. aux points L, M, N, O , &c. Que l'on conçoive les arcs LR, MT, NV, OP , &c. qui expriment les vitesses réelles avec lesquelles les Couches font leurs révolutions au tour de S . La Courbe RPF qui passe par les points R, T, V, P , &c. sera nommée la Courbe des vitesses. Considérons une de ces Couches, par exemple B entre les deux voisines A & C , & tirons les rayons ST & SV qui coupent l'arc MT aux points T & t pour avoir le petit arc Tt , élément de Translation comme M. Newton l'appelle, c'est-à-dire la vitesse relative avec laquelle la Couche B se sépare de ses voisines A & C . Soit donc comme auparavant la distance indéterminée SM ou $SN = x$, MT ou $NV = v$; nous aurons $Tt = TM - tM = TM - VN + VN - tM$; Or $TM - VN$ n'est autre chose que la différentielle de l'arc TM prise négativement, je veux dire, que $TM - VN = -dv$, & $VN - tM$ (parce que $SN.NM :: VN.VN - tM$) $= \frac{vdx}{x}$

Et partant $Tt = -dv + \frac{vdx}{x} = \frac{vdx - xdv}{x}$. La même chose se peut conclure en différentiant la vitesse angulaire, dont la mesure est l'angle TSM ou $\frac{v}{x}$; Car $VSN - TSM = -TST = -d\left(\frac{v}{x}\right) = \frac{vdx - xdv}{xx}$: Mais $TST = \frac{Tt}{TS} = \frac{Tt}{x}$, donc $Tt = \frac{vdx - xdv}{x}$ comme auparavant.

§. XXIII.

Tout cela étant ainsi trouvé, il en faut déduire le *momentum* ou l'efficace du frottement des Couches, en prenant les trois raisons, qui en doivent déterminer l'effet total. 1°. La pression des Couches exprimée par $x \int \frac{vdx}{x}$, 2°. La vitesse relative de translation ou de sé-

paration de leurs surfaces contiguës, 30. La longueur du Levier, c'est-à-dire, le rayon des Couches qui est $= x$. Ainsi la raison composée de ces trois raisons $x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times x \int \frac{vdx}{x}$, ce qui fait $vxdx - xxdv$

$\times \int \frac{vdx}{x}$ donnera le *momentum* du frottement, en vertu duquel la surface concave de chaque Couche est poussée en avant, pendant que sa surface extérieure ou convexe en est autant précisément repoussée en arrière; dont l'effet est que la Couche sera conservée dans sa circulation uniforme. Mais afin que cela arrive généralement à toutes les Couches, il n'y a qu'à faire $vxdx - xxdv \times \int \frac{vdx}{x} =$ à une quantité constante que je nommerai cdx . Ainsi j'ai cette équation

$vxdx - xxdv \times \int \frac{vdx}{x} = cdx$, qui détermine la nature de la courbe des vitesses RPF , par conséquent aussi la loi de la vitesse réelle du tourbillon pour chaque distance au centre S . Or comme je remarque que dans le facteur du premier membre $vxdx - xxdv$ les deux indéterminées v & x montent ensemble à la même dimension, savoir à la seconde, cela me fait connoître que v peut être égal à une certaine puissance de x .

Pour la trouver, supposons $v = x^n$, & partant $dv = nx^{n-1} dx$, & substituons ces deux valeurs dans notre équation $vxdx - xxdv \times \int \frac{vdx}{x} = cdx$; le premier membre $vxdx - xxdv \times \int \frac{vdx}{x}$ (après avoir pris l'Intégrale de $\frac{vdx}{x}$, ou de $x^{2n-1} dx$, qui est $\frac{1}{2n} x^{2n}$) se

change en $x^{n+1} dx - nx^{n+1} dx \times \frac{1}{2n} x^{2n}$ ou $\frac{1-n}{2n} x^{2n+1}$. Nous avons donc cette Equation $\frac{1-n}{2n} x^{2n+1} = cdx$

$dx = cdx$, laquelle doit être identique, afin qu'elle satisfasse à l'équation trouvée, c'est pourquoi il faut faire $3n+1=0$, & $\frac{1-n}{2n} = c$, ce qui donne $n = -\frac{1}{3}$ &

$c = -2$, par conséquent $x^{\frac{3n+1}{2n}} = x^0 = 1$. La valeur de n , étant ainsi déterminée, je dis que notre Equation différentielle $\frac{vxdx - xxav}{x} \times \int \frac{vvd x}{x} = cdx$ convient à cette autre algébrique $v = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$.

§. XXIV.

D'où l'on voit que la vitesse v , avec laquelle la matière du tourbillon circule, est réciproquement proportionnelle à la racine cubique de la distance au centre s . Il est présentement aisé d'en tirer aussi les tems périodiques; car puisque ces tems sont directement comme les circonferences à parcourir & réciproquement comme les vitesses, & que les circonferences sont comme les rayons, le tems d'une circulation fera proportionnel à $\frac{x}{v} = x \sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Je dis donc que les tems périodiques des parties du fluide sont en raison sesquitripliquées, ou comme les racines cubiques de la quatrième puissance des distances à l'axe cylindrique, au lieu que M. Newton les a trouvées facilement en raison de simples distances.

§. XXV.

Examinons à présent l'autre cas, où le corps s qui tourne uniformément sur son centre est une Sphère, laquelle formera autour d'elle un tourbillon sphérique, que nous diviserons par la pensée avec M. Newton en une infinité de Couches concentriques d'épaisseur égale & infiniment petite. Il s'agit de trouver la loy

des vitesses que ces Couches auront dans le plan de l'Equateur, je veux dire, dans le plan qui passe par le centre perpendiculairement à l'axe, lorsque chacune de ces Couches aura acquis son mouvement uniforme. La méthode est tout-à-fait la même que celle dont je me suis servi pour le cas précédent. On considérera seulement chaque Couche comme divisée en zones d'une largeur infiniment petite par des cercles parallèles à l'Equateur. Et d'autant que ces zones d'une même Couche doivent achever leur révolution dans le même tems, parce que les Couches sont regardées comme solides, il est visible que nous n'avons qu'à chercher la vitesse d'une seule de ces zones pour en tirer ensuite le tems d'une révolution de toute la Couche sphérique. Prenons donc la première zone contiguë à l'Equateur. (Fig. I.) D'abord il est manifeste, que si GMC représente l'Equateur ou le circuit de la zone considéré avec son épaisseur Gg infiniment petite & égale dans toutes les Couches sphériques, la quantité de matière contenuë dans la zone GMC , dont l'épaisseur est Gg , fera ici proportionnelle au produit du quarré de SG par Gg , parceque les zones semblables en différentes Couches sphériques sont comme les quarrés des rayons; & partant ladite quantité de matière sera exprimée par $xxdx$, ce qui multiplié par la force centrifuge absolüe $\frac{vv}{x}$, me donne $xxdx \times \frac{vv}{x}$

$= vvx dx$ pour la force centrifuge de la matière qui remplit la zone de l'épaisseur Gg . Ensuite pour connoître la pression que la surface concave de la zone semblable ERP prise sur la dernière Couche sphérique doit souffrir par l'effort dilatatif de la seule zone GMC sans l'aide des précédentes, il faut faire ici cette analogie. Comme le quarré de la circonférence GMC , au quarré de la circonférence ERP , ou comme le quarré du rayon SG (xx) est au quarré du rayon SE (aa), ainsi l'effort di-

latatif de la zone GMC ($v v x dx$) est à un quatrième $\frac{a a v v dx}{x}$, qui marque la pression que ce même effort exerce sur la surface concave de la zone ERP; Donc l'Integrale de cela qui est $a a \int \frac{v v dx}{x}$ donne la pression totale que toutes les zones semblables des Couches inferieures comprises entre s & GMC transferent conjointement sur la surface concave de la derniere zone ERP. En changeant presentement la determinée, a , en, x ; nous aurons pour ce cas du tourbillon spherique $x x \int \frac{v v dx}{x}$ pour la force de pression entiere que la zone dont le rayon est x doit soutenir. Et achevant le reste comme dans le cas precedent, nous aurons le *momentum* du frottement pour faire circuler les zones superieures par les inferieures $= x \times \frac{v dx - x dv}{x} \times x x \int \frac{v v dx}{x} = \overline{v x x dx - x^3 dv} \times \int \frac{v v dx}{x}$, ce qui doit être égal à une quantité constante $c dx$. Suposons ici comme ci-devant, que $v = x^n$ & $dv = n x^{n-1} dx$, nous trouverons en faisant le calcul, que $n = -\frac{2}{3}$ & $c = -\frac{5}{4}$, d'où on conclut que l'équation différentielle $\overline{v x x dx - x^3 dv} \times \int \frac{v v dx}{x}$ se réduit à cette algébrique $v = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x x}}$

§. XXVI.

Cela fait voir que, dans un tourbillon spherique, la vitesse des Couches sous l'Equateur est réciproquement comme la racine cubique du quarré de la distance au centre; ou bien, parce que chaque couche fait sa révolution avec toutes ses parties ensemble comme une Sphere solide qui tourne sur son axe, il est clair que la vitesse sous tel parallele que l'on voudra

fera reciproquement proportionnelle à la racine cubique du quarré de la distance pèrpendiculaire à l'axe. C'est pourquoi les tems périodiques de différentes Couches étant toujours proportionels à $\frac{x}{v}$, s'exprimeront dans ce cas par x^- , c'est-à-dire, que les parties d'un tourbillon formé par le tournoyement d'une Sphère font la révolution en des tems qui sont comme les racines cubiques de la cinquième puissance de leurs éloignemens du centre de la Sphère. Mais M. Newton les a trouvés par son raisonnement erroné, comme les quarrés de ces éloignemens.

§. XXVII.

On peut remarquer en passant une particularité assez curieuse, c'est que les tems périodiques trouvés par M. Newton, pour le tourbillon cylindrique en raison de x sont trop petits, devant être en raison de $x^{\frac{4}{3}}$, mais au contraire ceux qu'il trouve pour le tourbillon sphérique en raison de xx sont trop grands, puisqu'ils ne sont véritablement que comme $x^{\frac{5}{2}}$. D'où il paroît que son erreur l'a fait écarter de la Regle de Kepler, pour le premier cas dans le défaut, & pour le second dans l'excès, de part & d'autre plus qu'il n'étoit juste. En effet, chacune de nos deux proportions approche bien plus de l'exactitude de cette regle, qui veut, que les tems périodiques des Planètes soient en raison sesquipliquée des distances moyennes, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$. Or $x^{\frac{4}{3}}$ que nous avons trouvé, marque une raison un peu plus petite que celle de $x^{\frac{3}{2}}$, & $x^{\frac{5}{2}}$ en donne une un peu plus grande que $x^{\frac{3}{2}}$.

§. XXVIII.

Ne seroit-il donc pas permis de hasarder à cette occasion quelque conjecture en faveur des tourbillons

Cartésiens? On pourroit dire que puisque la figure cylindrique du Soleil donne un peu trop peu, & la figure sphérique un peu trop, il y a peut-être, une figure à donner au Soleil entre le cylindrique & la Sphère, qui produiroit au juste ce qu'il faut. Mais donnera-t-on au Soleil une autre figure que celle d'un Globe? Je répondrois, pourquoi non? Les Physiciens d'aujourd'hui ne sont-ils pas du sentiment, que la Terre, les Planètes, enfin tous les Corps célestes qui tournent sur leur centre doivent avoir une figure, non pas tout-à-fait sphérique, mais celle d'un Sphéroïde, soit oblong, comme M. de Mairan en a montré la possibilité (voy. les Mém. de l'Académie de 1720.) soit aplati fait par la conversion d'une Ellipse autour de son petit axe? Au moins, les observations des Astronomes ont vérifié cela dans Jupiter, dont la distance d'un Pole à l'autre a été observée plus petite que le diamètre de son Equateur. Pourquoi donc le Soleil qui tourne aussi sur son axe, témoin le mouvement de ses taches, en seroit-il exempt? au lieu qu'il semble qu'il devroit être le plus sujet à cet aplatissement vers ses poles, à cause qu'il est vraisemblablement composé d'une matière entièrement fluide: Il faut peut-être peu de différence entre la longueur de son axe & le diamètre de son Equateur, pour que les tems périodiques des Couches du tourbillon solaire suivent exactement la Règle de Kepler.

§. XXIX.

D'ailleurs nous avons supposé jusqu'ici avec M. Newton une parfaite uniformité dans tout le fluide du tourbillon; mais outre l'inégale fluidité qui s'y trouve selon toutes les apparences, à mesure qu'on s'éloigne du centre, ce que M. Saurin a fort bien remarqué, on peut & même on doit supposer aussi une différente densité dans la matière céleste, je parle de cette matière

tière qui compose proprement le tourbillon, & laquelle par le continuel effort de s'éloigner du centre, retient les Planètes dans leurs Orbites & les entraîne, en sorte que les Planètes occuperont chacune telle ou telle région dans le tourbillon, où la matière céleste leur est convenable en densité. Car si le tourbillon étoit, par toute son étendue, uniformément dense, & que les Planètes fussent aussi d'une même densité, il est visible qu'elles feroient toutes également éloignées du Soleil, & feroient leurs périodes en tems égaux. Voyons donc quelle loi de densité doivent observer les différentes couches du tourbillon, afin que les tems périodiques suivent précisément la Règle de Kepler. Le calcul n'en est pas trop difficile, après celui que j'ai fait pour l'uniformité de la matière du tourbillon. Le voici en considérant le Soleil de figure sphérique, qui est le cas le plus convenable; sans avoir besoin de recourir au sphéroïde oblong ou aplati.

§. XXX.

Puisque tout revient à bien supputer la pression, que les couches inférieures communiquent aux supérieures, & que nous avons montré §. 25. que si toutes les couches étoient également denses, la pression de chacune sous l'Equateur seroit proportionnelle à $xx \int vvd x$, il faut ici faire entrer la densité que je suppose proportionnelle à x^p , je veux dire à une certaine puissance de la distance x , dont je chercherai l'exposant p . Je raisonne donc ainsi. La quantité de matière contenue dans la zone $GM'C$ (Fig. I.) qui est contiguë à l'Equateur du tourbillon, ou plutôt de sa couche, dont le rayon est x , est proportionnelle au produit, non seulement du carré SG par Gg , mais encore par la puissance cherchée de SG , c'est-à-dire qu'elle est

proportionnelle à $xx \times dx \times x^p$; Donc cette quantité de matière sera exprimée par $x^{p+2} dx$. D'où l'on tire, comme j'ai fait §. 25. $xx \int v v x^{p-1} dx$ pour la pression entiere de la zone, dont le rayon est x . Ainsi le *momentum* du frottement sera $= x \times \frac{v dx - x dv}{x} \times xx \int v v x^{p-1} dx$

$dx = v x x dx - x^3 dv \times \int v v x^{p-1} dx$; faisons cela $= c dx$, & suposons (pour le réduire à une équation algébrique) que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1} dx$; Nous trouverons que $n = \frac{p-1}{p+1}$ & $c = \frac{p+1}{p+1}$; On aura donc la vitesse $v = \frac{1}{\sqrt[p+1]{x^{p+2}}}$ & le tems périodique $(\frac{x}{v}) = x \sqrt[p+1]{x^{p+2}} = x^{\frac{p+1}{p+1}}$.

Si nous voulons rendre présentement les tems périodiques conformes à la Règle de Kepler, il faut que $x^{\frac{p+1}{p+1}}$ soit $= x^{\frac{1}{2}}$, & partant $\frac{p+1}{p+1} = \frac{1}{2}$, ce qui donne $p = -\frac{1}{2}$. Donc afin que cette Règle ait lieu, il faut que la densité de la matière du tourbillon soit réciproquement comme la racine quarrée des distances au centre substituant cette valeur de $p = -\frac{1}{2}$ dans l'expression de la vitesse $v \frac{1}{\sqrt[p+1]{x^{p+2}}}$, nous aurons $v = \frac{1}{\sqrt{x^{-\frac{1}{2}+2}}} = \frac{1}{\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} = x^{-\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire que la vitesse sera aussi comme la racine quarrée des distances, conformément à la Règle de Kepler. Ainsi la vitesse & la densité sont en même raison.

§. XXXI.

On trouvera peut-être étrange que la matière soit plus dense près du centre que loin de-là, vû qu'il semble, que le fluide du tourbillon étant composé de parties hétérogènes, les plus denses ayant une plus grande force centrifuge devroient gagner le dessus, & se ranger vers la circonférence du tourbillon; mais pour obvier à cette difficulté, on peut concevoir deux sortes de densité, l'une qui consiste dans une plus grande

grosſeur des particules, l'autre dans une plus grande multitude de particules contenuës dans un volume égal, lesquelles, quoique moins groſſieres, peuvent être ſi ſerrées, que, priſes enſemble, elles feront une plus grande quantité de matiere. Or il eſt fort probable, que vers le centre du tourbillon, les particules, quoiqu'extrêmement ſubtiles, ſont auſſi beaucoup plus ſerrées que celles qui ſont vers la circonſérence, lesquelles, quoique plus groſſieres, ne laiſſent pas d'être beaucoup plus écartées les unes des autres, nageant ſans un fluide infiniment ſubtil qui paſſe librement par les plus petits interſtices des particules du tourbillon, lequel fluide, par conſéquent, ne fait que remplir le vuide, ſans faire aucune réſiſtance aux Corps céleſtes emportés par le tourbillon.

§. XXXII.

Nous voilà donc, enfin, débarraſſés de la grande objection, que l'on a fait tant valoir contre le Système des tourbillons. Les Adverſaires ne manqueroient pas, ſans doute, d'y inſiſter perpétuellement, ſi je n'avois pas démontré, une bonne fois, la fauſſeté des deux Propositions de M. Newton, qui ont fourni la matiere à cette objection. Ainſi on m'accordera que j'ai fait voir par des principes incontestables, que l'effet des tourbillons peut conſpirer merveilleuſement avec la Règle de Kepler, quant à la loi des tems périodiques des Planètes.

§. XXXIII.

Après tout ce détail, dans lequel il m'a falu entrer néceſſairement pour mettre les tourbillons à l'abri des objections, & par lequel je ne crois pas avoir fait une choſe inutile, ni déſagréeable aux Fauteurs des tourbillons, qui m'en ſauront, peut-être, bon gré, après

ce détail, dis je , je me suis frayé le chemin pour rendre raison , avec plus de succès de ce qu'on demande. C'est , sans doute , une autre difficulté , pour le moins aussi grande que celles que nous venons de dissiper , qui est de dire pourquoi les Orbites des Planètes ne sont pas des cercles exacts , mais des Ellipses ; pourquoi le Soleil ou le centre des tourbillons n'est pas aussi le centre de ces Ellipses ; Enfin la plus grande difficulté est d'expliquer la cause qui fait que les axes de ces Ellipses sont mobiles , c'est en quoi consiste précisément la question de l'illustre ACADEMIE. Je vais donc satisfaire aux deux points de notre sujet , selon l'ordre de division que j'ai faite §. 2. en montrant 1°. que la figure Elliptique des Orbites peut fort bien subsister avec les tourbillons dans toutes les circonstances qu'on remarque. 2°. Que les Apfides doivent être mobiles , ou ce qui est la même chose , que le grand axe des Orbites Elliptiques change de position par rapport aux étoiles fixes , dont je dois expliquer la cause.

§. XXXIV.

Je ne veux rien changer dans la figure sphérique des Couches du tourbillon solaire ; je les laisse même parfaitement concentrique au Soleil , au moins jusqu'à une vaste étendue au-delà de Saturne , ce qui rendra entièrement infructueuse l'objection de M. Newton qui veut prouver que les parties du tourbillon ne peuvent pas décrire des Ellipses ; (voy. le *Scholium* à la fin du second Livre de ses Principes) sa démonstration contre laquelle on pourroit faire bien des exceptions , ne nous touche pas. Il est certain qu'une Planète qui feroit d'abord placée dans une Couche , dont la matière fût avec elle de la même densité , suivroit exactement le cours de cette Couche , & décriroit par conséquent un cercle parfait au tour du centre du tour-

billon. Mais voyons ce qui doit arriver, si une Planète au commencement de son existence ne se trouve pas placée dans une Couche qui soit également dense que la Planète ; Il est naturel, que suivant ce que j'ai expliqué ci-dessus, cette Planète n'étant pas dans son point d'équilibre, elle doit ou descendre, ou monter, selon qu'elle est ou plus, ou moins dense que la matiere du tourbillon qui l'environne : Remarqués que je prends toujours le mot de densité dans le sens que je lui ai donné §. 31. Mais pendant qu'elle change ainsi de place en ligne droite, par raport au centre du tourbillon ; elle est aussi emportée au tour de ce centre par le mouvement circulaire de la matiere celeste ; il en résultera donc dans la Planète un mouvement composé, qui lui fera décrire une ligne différente de la circonférence d'un cercle. Il s'agit de faire comprendre que cette ligne sera une Ellipse, dont le grand axe ne changera sensiblement de position qu'après un grand nombre de révolutions.

§. XXXV.

Soit S le centre d'un cercle CAB . qui représente la section d'une couche sphérique, de la même densité que la Planète B placée un peu au-delà de cette couche. Si on fait abstraction du mouvement circulaire, ou que l'on suppose que la Planète P soit empêchée d'être emportée par le tourbillon ; mais en sorte qu'elle puisse pourtant descendre ou se mouvoir librement sur le rayon PS , on conçoit aisément qu'elle descendra, en effet, avec accélération, pendant qu'elle se trouve encore au-dessus de C dans une matiere moins dense, & qu'étant parvenue en C , elle aura acquis sa plus grande vitesse ; delà elle continuera de descendre, mais avec un mouvement retardé, à mesure qu'elle passe par des couches plus denses, jusqu'à ce que le mouvement de descente soit entierement détruit en D par la résistance

Fig. III.

de la matiere des couches inférieures ; Or la Planète ne pouvant subsister en D , parce qu'elle seroit dans une matiere trop dense, elle sera obligée de remonter en P avec un mouvement, d'abord accéléré, & puis retardé. De P elle redescendra en D , puis remontera, & de cette maniere, il se fera une reciprocation comme les oscillations des Pendules, ou comme les balance-mens du vif-argent dans le tuyau du Baromètre, que l'on observe quand on le secouë un peu. Il faut remarquer que CD doit être plus petit que CP , parce que les couches inférieures ayant plus de densité que les supérieures, la Planète en descendant depuis le point d'équilibre C où elle a acquis sa plus grande vitesse, rencontre plus de résistance, qu'en montant du même point C avec la même vitesse qu'elle avoit acquise en descendant.

§. XXXVI.

Donnons à présent aussi à la Planète le mouvement translatif, je parle de celui auquel elle s'accommode en entrant successivement dans une autre couche qui l'emporte au tour de S par un petit arc élémentaire. Concevons donc que la Planète entraînée par le fluide du tourbillon parte du point de sa plus grande hauteur P , en sorte que si elle ne descendoit pas, elle iroit conjointement avec la couche PHR , ne faisant autre chose qu'obéir à son mouvement & recevoir sa vitesse. Mais puisque la Planète est obligée de descendre en même tems qu'elle est emportée par le tourbillon, elle quittera à tout moment la couche où elle est, pour entrer dans une autre dont elle va prendre le mouvement de circulation. Il est manifeste, comme je l'ai déjà insinué, que la Planète pour satisfaire à ses deux mouvemens, continuëra son chemin suivant une courbe particuliere $PLEM$, dont je chercherai la figure.

§. XXXVII.

Suposons d'abord , qu'il faille précisément le même tems à la Planète pour descendre de P en D , qu'il faut à la matiere céleste pour lui faire décrire la moitié d'une révolution PLE ; il suit de cette suposition , que pour achever l'autre moitié EMP , il faut encore le même tems qui est aussi celui dans lequel la Planète remonteroit de D en P . Et puisque les vitesses accélérées & retardées de P en D sont les mêmes dans un ordre renversé , que celles de D en P , il faut que la même chose se fasse à rebours , lorsque la Planète décrit la moitié EMP , qui se faisoit en décrivant la premiere moitié PLE ; Donc ces deux moitiés PLE & PME sont deux courbes égales & semblables , ou plutôt deux branches d'une même courbe ; Donc elles font ensemble la courbe entière $PLEMP$, en forme d'Ellipse , qui a pour axe la droite PE , dont l'extrémité P est l'Aphélie & l'autre E le Périhélie. Ayant prolongé l'axe PE qui coupera les cercles PHR & CAB en E & G , nous aurons $GE = PD$, dont SE ($SG - GE$) $= SP - PD = SD$, c'est-à-dire , que la distance de l'Aphélie P au Soleil S surpasse celle du Perihélie E , de l'intervalle PD entre les deux couches extrêmes , qui sont les limites de toutes celles que la Planète traverse , en faisant chaque révolution.

§. XXXVIII.

Mais pour connoître la nature de cette courbe Elliptique $PLEM$, & afin d'être assuré que c'est une véritable Ellipse , une des sections coniques , & que le point S en est le foyer. On voit bien , sans que je le dise , que cela dépend en partie de la vitesse des couches , qui est connue , étant comme $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ou en raison soudou-

blée réciproque de leurs distances au Soleil, & en partie de la vitesse accélérée & ensuite retardée de la descente de P en D . Or la loi suivant laquelle la variation de cette vitesse se doit faire, afin que ce mouvement combiné avec la circulation des couches, oblige la Planète de décrire une telle Ellipse, cette loi, dis-je, se découvre en faisant attention, avec combien de force la Planète est poussée ou repoussée, quand elle se trouve dans une couche d'une densité différente de la sienne. Connoissant ainsi les loix de la vitesse translatrice, & de celle de la descente, on sera en état de déterminer la nature de l'Ellipse $PLEM$. Car soit N un point quelconque, auquel la Planète soit parvenue, & que l'on tire la droite SN , & une autre Sn , infiniment proche. Soit aussi décrit du centre S l'arc NI & son plus proche ni qui coupe SN au point e , il est clair que Ii ou Ne est à ne , comme la vitesse acquise en I si la Planète tomboit perpendiculairement de P en I , est à la vitesse de la couche IN ; Ainsi le rapport de Ne à en du triangle élémentaire Nen étant déterminé, on en trouvera la nature de la courbe PLM par la méthode des tangentes inverse. Ou bien on pourra proceder synthetiquement, en suposant que PLM est une Ellipse ordinaire, dont S soit le foyer, & chercher ensuite par la méthode différentielle directe le rapport de Ne à ne , pour en tirer la vitesse requise en I , afin que nôtre courbe devienne l'Ellipse suposée. Je n'ajoute pas le calcul, parce qu'il seroit long & pénible. Il suffit pour la premiere partie de la question, d'avoir indiqué la cause qui peut produire la figure Elliptique des Orbites des Planètes, les principes d'où je l'ai déduite sont clairs, intelligibles & admis de tous ceux qui entendent la Méchanique, c'est, je crois, tout ce qu'on prétend sur cet article, & je ne pense pas qu'on trouve la moindre difficulté dans la supposition que je fais, que les oscillations des Planètes perserverent sans être altérées

rées par la résistance externe que leur oppose la matière du tourbillon, comme il arrive à une Pendule agitée dans notre air grossier, où nous voyons que l'étendue des oscillations diminuë enfin sensiblement par la résistance de l'air, jusqu'à l'entière extinction du mouvement. Car l'énorme grosseur des Globes des Planètes, jointes à l'extrême rareté de la matière du tourbillon où elles nagent, fait concevoir aisément, sans le secours du calcul de M. Newton, que dans une centaine de siècle, il n'arrivera point de changement sensible, ni à la durée, ni à l'étendue des oscillations que les Planètes ont une fois commencé de faire. Passons donc à l'autre partie, où on demande pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, c'est à quoi il me sera facile de satisfaire, toute la réponse pouvant être tirée de mon explication comme un simple Corollaire, de la manière qui suit.

§. XXXIX.

Il est visible que les Apfides *P* & *E* répondroient constamment aux mêmes points du Ciel, si le tems périodique pour achever une révolution entiere *PLMP* étoit précisément égal au tems que la Planète employeroit (si elle n'étoit point emportée) à descendre de *P* en *D* & à remonter de *D* en *P*, poussée & repoussée par la seule force qui vient de l'inégalité de densité, comme je l'ai expliqué ci-dessus. Mais qu'est-ce qui empêche de suposer, que le tems périodique d'une révolution n'est pas parfaitement égal au tems des deux oscillations? d'autant plus que nous savons d'ailleurs, que dans la nature des choses il est presque impossible de trouver deux productions d'une égalité parfaite & prise à la rigueur géométrique. Il nous est donc permis de suposer que la Planète fait sa révolution un peu plutôt que deux de ses oscillations. Ainsi suposons cela

comme une chose fort naturelle, & voyons quel effet il en résultera.

§. XL.

La Planète qui quitte le point P & qui après avoir parcouru tout le Ciel, revient à la ligne SP , n'aura pas encore achevé, tout-à-fait, de remonter à la même hauteur SP , c'est-à-dire, il lui manque encore quelque chose pour revenir à son Aphélie. Donc la Planète après la première révolution, croisera la ligne SP obliquement, quoique bien après, au-dessous de P , & consumera encore un peu de tems avant que d'atteindre la circonférence PHR dans un point π qui fera le lieu de l'Aphélie après la première révolution. On voit donc une raison physique déduite du Systéme des tourbillons. 1°. Pourquoi les Orbites des Planètes sont des Ellipfes. 2°. Pourquoi le grand axe de ces Ellipfes change de position, ou pourquoi leur Aphélie répond successivement à différens points du Ciel. Ce sont les deux articles auxquels j'avois à satisfaire.

§. XLI.

Il faut suivant mon explication, que le mouvement de l'Aphélie soit uniforme, & qu'il se fasse d'Occident en Orient selon l'ordre des Signes, au moins pour les Planètes principales; mais ce mouvement est si lent, que le petit arc $P\pi$ (Fig. III.) qui est parcouru dans le tems d'une révolution, est insensible, & qu'il ne peut devenir sensible qu'après un grand nombre de révolutions: Aussi cela fait-il que les Astronomes ne pouvant pas faire des observations assez fréquentes sur ce sujet, ne sont pas d'accord combien il faut donner de mouvement à l'Aphélie de chaque Planète. M. Newton suppose comme vrai, que le progrès de l'Aphélie de Mars suivant l'ordre des signes est tel, qu'en cent an-

nées il n'avance que de 33. min. 20. secondes, en sorte qu'il faudroit 648. siècles pour une seule révolution de l'Aphélie de Mars, d'où il conclut par sa théorie fondée sur l'attraction mutuelle entre les Planètes, que les Aphélies des autres Planètes inférieures doivent avancer aussi dans l'ordre des signes en raison sesquipliquée de leurs distances au Soleil, en sorte que dans un siècle l'Aphélie de la Terre avancera de 17. min. 14. sec. celui de Venus de 10. min. 53. sec. & enfin celui de Mercure de 4. min. 16. sec. Il semble qu'il a établi cette proportion sesquipliquée sur une pure apparence & sans aucun fondement; car je ne vois pas, & je crois que bien d'autres plus clairvoyans que moi ne voyent pas non plus, comment la gravitation de l'une sur l'autre (quand on l'accorderoit) demande une telle proportion, d'autant plus que, selon lui, cette même gravitation produit sur l'Aphélie de Saturne un effet entièrement irrégulier & contre sa règle, puisqu'il veut que cet Aphélie soit tantôt avancé, tantôt reculé par l'attraction de Jupiter dans le tems de conjonction de ces deux Planètes. Ne semble-t-il pas que M. Newton devroit dire la même chose de chaque Planète inférieure? Car s'il y avoit une telle attraction, la Terre, par exemple, étant dans son Aphélie, quand elle précède Jupiter, par rapport au Zodiaque, en seroit retirée, & au contraire elle en seroit avancée, quand Jupiter la précède, c'est-à-dire, que la même force que Jupiter fait influer sur la Terre causeroit des effets entièrement opposés, avant & après la conjonction de la Terre & de Jupiter; mais on ne remarque rien de semblable, & M. Newton lui-même ne l'infère pas de son hypothèse, comme il le devroit faire.

§. XLII.

Quant au mouvement de la Lune, il est sujet à tant

d'irrégularités, qu'on a de la peine à le bien mettre en règles. Cela vient de ce que la Lune étant Satellite de la Terre, elle est emportée au tour de celle-ci par son tourbillon particulier, lequel lui-même enveloppé dans le tourbillon solaire, & entraîné au tour du Soleil, souffre de grandes variations à bien des égards, auxquelles il ne seroit pas sujet s'il étoit libre & hors d'un autre tourbillon, & que le centre de la Terre fût immobile comme celui du Soleil ou d'une autre Etoile fixe. D'où il est clair 1°. que le tourbillon de la Terre serré comme il est entre les Couches du grand Tourbillon solaire qui le terminent par en haut & par en bas, doit se rétrécir dans la ligne droite tirée par les centres du Soleil & de la Terre, & s'étendre suivant la perpendiculaire à cette ligne, à peu près comme une vessie pressée entre deux plans, se doit aplatir. 2°. Comme la matière du tourbillon terrestre, quand elle est entre la Terre & le Soleil se meut à contre sens du mouvement de la matière du tourbillon solaire; mais quand elle circule à l'opposite, où elle est le plus éloignée du Soleil, elle va de même côté avec le grand tourbillon, il est visible que la partie d'en bas du tourbillon terrestre, trouvant plus de résistance, & partant plus de pression que celle d'en haut, il faut que l'interstice entre la Terre & l'extrémité inférieure de son tourbillon soit plus étroit que l'interstice opposé, qui est entre la Terre & l'extrémité supérieure. D'où il suit 3°. que les sections des Couches qui composent le tourbillon de la Terre, sont d'une figure inégale & différente du cercle, non point pourtant comme les Ellipses ordinaires, qui ont les concavités opposées égales, telles que Descartes & quelques autres ont conçu l'Orbite de la Lune, en plaçant la Terre dans le centre de cet Orbitte. Mais je conçois la chose à peu près ainsi.

§. XLIII.

Soit T le centre de la Terre (Fig. IV.) PTS la ligne droite tirée vers le Soleil, à laquelle soit conçue la perpendiculaire ATB . Du centre T & sur AB comme sur le grand axe soient décrites deux demi-Ellipses ACB & AFB ; dont le petit demi-axe supérieur TC soit un peu plus grand que l'autre petit demi-axe inférieur TF . La courbe entière $CAFB$ représentera assez bien la section d'une couche du tourbillon terrestre; tellement que si la Lune étoit de la même densité que la matière de cette couche, & qu'elle fût d'abord placée au point C , elle feroit obligée de suivre le cours de la Couche, & décrirait par conséquent la ligne $CAFB$. Mais pour donner une idée générale des principales circonstances qui accompagnent le mouvement de la Lune, il n'y a qu'à supposer, suivant ma Théorie, que la Lune ait été mise primitivement au delà de C , savoir en P où la matière du tourbillon de la Terre est moins dense que la Lune, & où les Couches commencent à devenir d'une rondeur plus uniforme & plus approchante de la figure sphérique (car il est à remarquer qu'à mesure que la matière du tourbillon est plus éloignée du centre de son mouvement, par conséquent moins pressée par la proximité de la Terre, les Couches affecteront plus la figure sphérique). Cela étant, concevons le cercle $PHGR$ décrit du centre T & du rayon TP , qu'on pourra nommer la limite des Apogées de la Lune. Soit aussi PD l'intervalle des oscillations qu'elle feroit, si n'étant point emportée par le tourbillon, elle pouvoit descendre & remonter à cause de la différence de densité. Il est clair que la couche qui passe par D fera la limite des Périgées, qui sera plus aplatie que la couche d'équilibre $CAFB$. Ainsi elle coupera le grand axe aux points I & R plus près de A & B , que n'est le point D du point C ; C'est pourquoy

l'intervalle des oscillations HI & RR sera plus petit que l'intervalle PD ; mais puisque CD est un peu plus grand que FE & par récompense EG un peu plus grand que PC , on voit que les deux intervalles PD & GE doivent être à peu près égaux, comme le sont exactement les deux autres HI & RR .

§. XLIV.

Après tous ces préparatifs, considérons la route que doit tenir la Lune dans le tourbillon, & les Phénomènes qui en découlent. Si les oscillations par PD & GE étoient parfaitement isochrones aux oscillations par HI & RR , & que le tems de deux oscillations fût aussi parfaitement égal au tems périodique de la Lune, on voit bien qu'en combinant le mouvement translatif avec le mouvement d'oscillation, l'Orbite $PLEM$ qui en résultera, devroit être toujours la même pour chaque révolution, de sorte que l'Apogée P & le Perigée E arriveroient toujours dans les syzygies, & les points de moyennes distances dans les quadratures. Mais les intervalles PD & GE étant plus grands que les intervalles HI & RR , il est raisonnable de dire, qu'il faut plus de tems pour faire une oscillation par PD ou GE , que pour en faire une par HI ou RR . Voici les conséquences que j'en tire.

§. XLV.

Quand la Lune part de son Apogée, que je suppose être présentement dans les syzygies, par exemple en P , il faudra plus d'une révolution entière pour qu'ayant fait deux oscillations elle soit remontée à son Apogée, qui sera par conséquent avancé en π . Après une seconde révolution, l'Apogée sera avancé d'avantage en p , mais non pas autant qu'il l'étoit après la première révolution, parce que les tems des oscillations commencent

à diminuer. Et comme ils diminuent jusqu'à ce que l'Apogée soit parvenu dans la quadrature, on conçoit que le progrès de l'Apogée doit être retardé jusqu'en *H*, que delà il doit être derechef accéléré jusqu'en *G*, puis retardé jusqu'en *R*, & enfin accéléré jusqu'en *P*. L'avancement moyen sur chaque révolution de la Lune est d'environ $3\frac{1}{2}$ degrés, ce qui fait que l'Apogée principal employe à peu près 9. ans à parcourir tout le cercle *PHGR*: Je dis le principal, pour le distinguer des deux autres Apogées particuliers, qui se trouvent toujours dans les quadratures, aux extrêmités du grand axe *AB* de la Couche Elliptique *CAFB*, que l'on peut prendre pour l'Orbite moyenne que la Lune décrit au tour de la Terre, de cette maniere la Lune fera chaque mois deux fois dans l'Apogée, & deux fois aussi dans le Perigée. De plus on voit que la Lune doit avoir la plus grande vitesse dans les syzygies, parce que les couches du tourbillon terrestre étant le plus serrées dans ces endroits, doivent se mouvoir plus rapidement qu'ailleurs. Et de ces deux plus grandes vitesses, celle que prend la Lune lorsqu'elle est pleine, est moindre que quand elle est nouvelle, parce que le tourbillon est plus pressé entre *TF* qu'entre *TC*. Par la même raison, la plus grande excentricité se fait lorsque l'Apogée principal se trouve dans les syzygies. Je pourrois démontrer par cette Théorie plusieurs autres particularités, qui sont vérifiées par les observations. Aussi le mouvement annuel de la Terre environnée de son tourbillon, autour du Soleil, cause de nouvelles irrégularités dans le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais toutes ces particularités sont hors de notre sujet, & on ne prétend pas que je donne ici un *Système* complet de l'Astronomie.

§. XLVI.

Pour ce qui est des Satellites des deux Planètes supé-

rieures, je crois que si on pouvoit les observer de près, & sur les globes-mêmes de ces deux Planètes, on remarqueroit sans doute dans le mouvement des Satellites les mêmes inégalités, que l'on remarque ici-bas dans le mouvement de la Lune, il n'y auroit de différence que du plus ou moins, en ce que le tourbillon de Jupiter, par exemple, étant beaucoup plus étendu, plus rapide & plus fort que celui de la Terre, & au contraire le tourbillon du Soleil à la distance de Jupiter étant beaucoup plus foible que dans la région où nage notre Terre, il est bien naturel que le tourbillon de Jupiter ne souffre pas tant de dérangement dans la figure sphérique de ses couches, que le tourbillon terrestre. Il y auroit bien d'autres réflexions à faire sur le Sytème de la Lune, & celui des Satellites; mais puisque cette matière me meneroit hors de mon sujet, qui ne doit regarder, à ce que je crois, que les Planètes principales, je prie mes Lecteurs de prendre le peu que j'ai dit sur le mouvement de la Lune & des autres Satellites, comme une legere ébauche d'une ample Théorie, qui mériteroit d'être cultivée & perfectionnée. Mon dessein a été de faire comprendre qu'avec les tourbillons on seroit en état d'expliquer encore d'autres Phénomènes que ceux qui font le sujet de la question proposée.

§. XLVII.

Avant que de finir ce Discours, je proposerai ici par surcroit une maniere de se représenter en quelque façon à l'œil la génération des Orbites des Planètes, & l'avancement de leur Aphélie, par une expérience, moyennant un Pendule. Par les Théorèmes de M. Huguens, qu'il a mis à la fin de son excellent Ouvrage de *Horologio oscillatorio*, & qui ont été démontrés dans ses œuvres posthumes, & par plusieurs autres personnes; on sçait que les Pendules de différentes longueurs qui font des circulations

circulations coniques d'une égale hauteur, achevent leurs circulations en tems égaux, c'est-à-dire, que tous ces Pendules circulans ainsi, sont isochrones; c'est le Théorème 7^e. Mais par le 9^e Théorème, on voit que le tems périodique d'une circulation très petite, qui se fait lorsque le fil du Pendule fait un angle fort aigu avec la verticale qui passe par le point de suspension, & qui est l'axe du cone, que le Pendule décrit, on voit, dis-je, que le tems périodique est égal au tems d'une double oscillation laterale très petite, que le même Pendule fait, lorsqu'il est agité dans un plan vertical, qui passe par le point de suspension.

§. XLVIII.

Soit donc le fil du Pendule AP suspendu en A , faisant avec la verticale AC un angle quelconque PAC , & qu'on donne au poids P une vitesse convenable suivant la tangente du cercle $PDEF$ décrit du rayon CP , afin qu'avec cette vitesse le Pendule AP décrive en l'air la surface conique, dont la baze est le même cercle $PDEF$; Cette vitesse doit être (ce qu'on déduit aisément des Théorèmes 5^e & 7^e de M. Huguens) à la vitesse que le poids P pourroit acquérir en tombant de la moitié de la hauteur AC , comme le rayon PC est à la hauteur entière AC . Avec une telle vitesse une fois imprimée, le poids P continuera de circuler toujours sur la circonférence $PDEF$, supposé que l'air ne fasse point de résistance: Car dans ces circonstances le poids P est retenu sur l'Orbite circulaire $PDEF$ par deux forces qui se contrebalancent, l'une qui est la centrifuge du poids P , cherchant à dilater l'angle PAC , & l'autre force est sa propre pesanteur, qui tendant à descendre, fait effort pour diminuer le même angle PAC . Mais dès qu'on donne au poids P une vitesse un peu plus petite, ou qu'il perd quelque chose de celle qu'on lui avoit d'abord.

Fig. V.

imprimée, il ne circulera plus sur l'Orbite circulaire $PDEF$, mais il la changera en une autre qui aura la figure d'une Ellipse $PGEH$ décrite sur la surface sphérique, dont le centre est A , & le rayon AP . Cependant cette Ellipse pourra être regardée comme plane, pourvu que l'angle PAC soit médiocrement aigu par ex. de 12. ou 15. degrés.

§. XLIX.

En observant ce mouvement, on verra avec plaisir, que le grand axe de cette Ellipse PE change de position après chaque révolution, tellement qu'après la première, les deux extrémités de l'axe P & E , se trouveront avancées en π & λ en même sens que se fait la circulation, & les avancemens de ces deux points continueront ainsi, jusqu'à ce qu'après plusieurs révolutions du Pendule ils aient parcouru toute la circonférence $PDEF$, pourvu que durant ce mouvement la résistance de l'air ne trouble pas sensiblement cet effet. Ainsi voilà le poids P représentant une Planète qui fait ses révolutions sur l'Orbite Elliptique $PGEH$, dont l'Aphélie P ou E avance peu à peu, jusqu'à faire tout le tour du cercle $PDEF$, & cela du même côté que se font les révolutions, il n'y a guères de différence dans cette comparaison avec le mouvement des Planètes, sinon qu'ici les Apfides P & E sont tous deux des Aphélies par rapport au centre C considéré comme le Soleil, & la comparaison conviendrait parfaitement, si les forces centrales avec lesquelles les Planètes sont poussées vers le Soleil étoient directement comme leurs distances; car les Orbites des Planètes seroient des Ellipses, dont le centre & non pas le foyer seroit la place du Soleil. Quant au reste la mobilité & l'avancement de l'Aphélie P dans notre expérience, vient évidemment de la cause que j'ai indiquée en expliquant la mobilité de l'Aphélie des Planètes.

§. L.

Pour en être assuré, on considerera que le poids P n'ayant pas assés de vitesse initiale pour décrire un cercle, la force de sa pesanteur prévaudra à la force centrifuge; Donc il sera obligé de se rapprocher du centre pendant qu'il circule en même tems, ce qui lui fait décrire l'arc PG entre PC & PD , jusqu'à ce que la distance CG soit assés petite, & la vitesse assés grande; (car il doit s'accelerer à cause de ce surplus de force qui le pousse vers le centre) pour que la force centrifuge reprenant le dessus, repousse le poids à la distance CE égale à CP , & ainsi le poids continuera à décrire l'Ellipse $PGEH$. Or c'est ce surplus de force qui feroit faire au Pendule AP des oscillations laterales très petites dans le plan vertical, & puisque AP est γ AC , le tems d'une de ces oscillations doit être un peu plus grand que le tems d'une oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur AC . Donc le tems d'une circulation conique du Pendule AP (lequel tems est égal par le Théorème 9°. au tems d'une double oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur AC) sera un peu plus petit que le double du tems qu'il faut au poids P pour parvenir en G où il est le plus près du centre C , & pour s'en éloigner à sa plus grande distance en E .

§. L I.

D'où il paroît que quand le poids P a achevé une révolution entiere sur l'Ellipse $PGEH$, il ne sera pas encore revenu tout-à-fait à son premier plus grand éloignement; il se trouvera donc un peu plus avant en π lorsqu'il aura atteint ce point du plus grand éloignement. C'est ainsi que le point P qui représente un des Aphélies paroîtra parcourir la circonférence $PDEF$ après un bon

nombre de révolutions du Pendule, & cela dans le même sens que se font les révolutions elles-mêmes, tout comme on l'observe dans le mouvement des Planètes principales, avec cette différence seulement, que les Planètes ne passent en chaque révolution qu'une fois par l'Aphélie, & une fois par le Périhélie, au lieu qu'ici le Pendule a deux Aphélies en P & E , & deux Perihélies en G & H , par lesquels on le voit passer en chaque révolution.

§ LII.

Si l'angle PAC est fort aigu, en sorte que la longueur du Pendule AP ne diffère pas sensiblement de la hauteur verticale AC , alors la force centrale qui pousse continuellement le poids P vers le centre C , est par tout proportionnelle à sa distance PC , comme il seroit aisé de le prouver, ce qui fait que la Courbe $PGEH$ devient une véritable Ellipse, conformément à la proposition X du premier Livre des Principes de M. Newton, & l'axe des Aphélies PE ne change plus de position. En effet, on remarque que le mouvement du Pendule commençant à s'affoiblir par la résistance de l'air, les petites Ellipses continuent de se décrire pendant plusieurs révolutions, sans que les Aphélies P & E avancent sensiblement.

FIN.

1730.

Fig I.

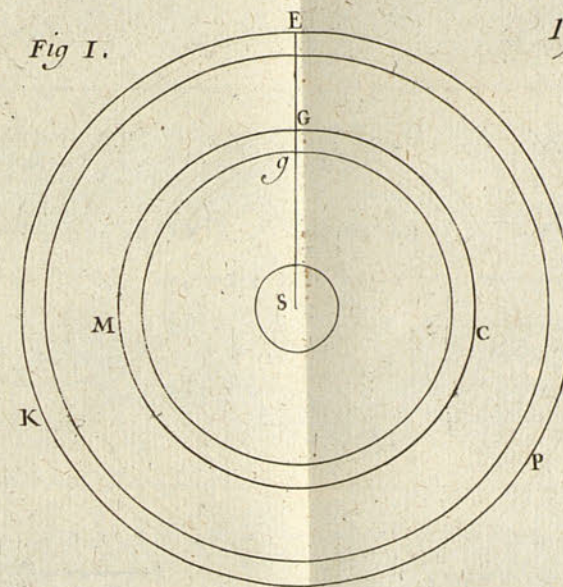


Fig II

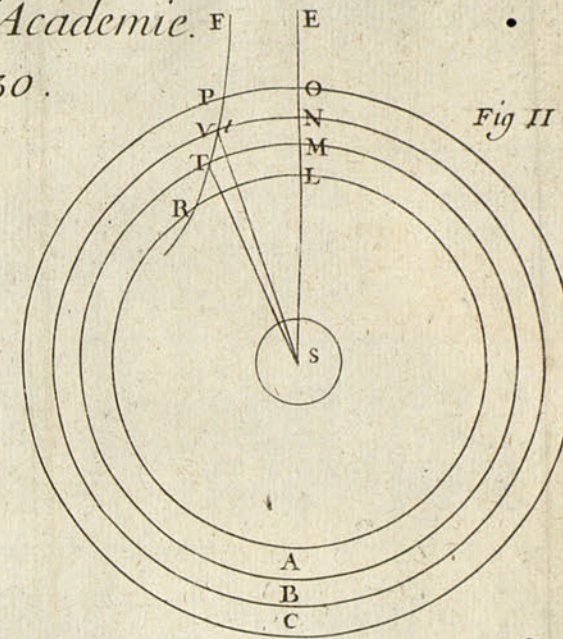


Fig. III.

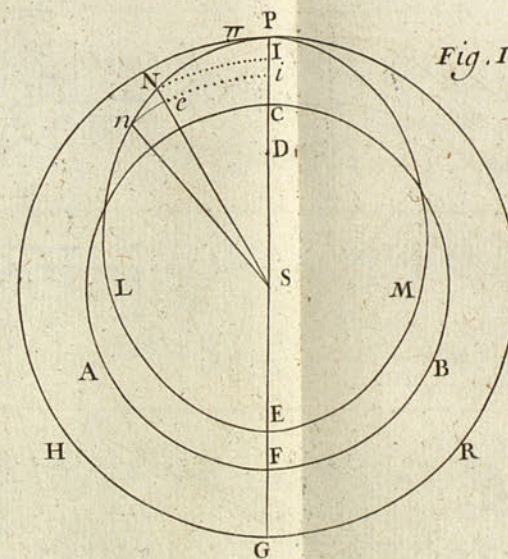


Fig. IV.

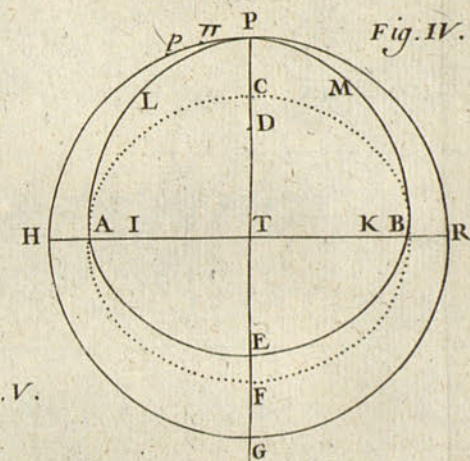
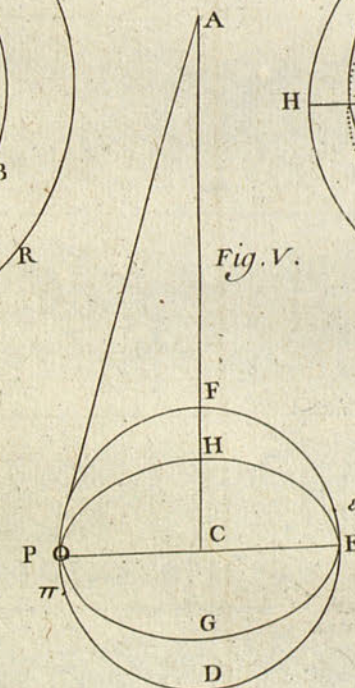
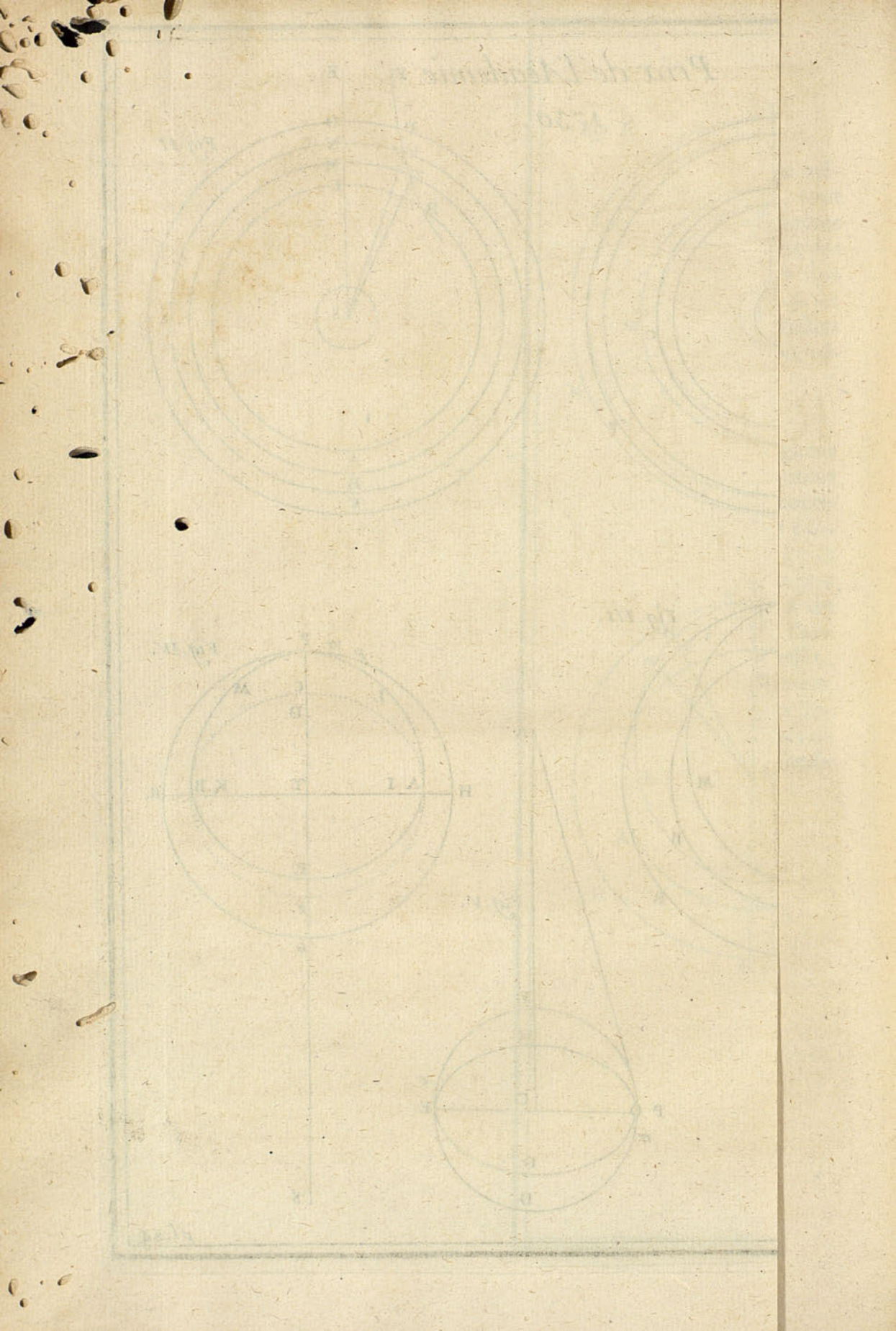
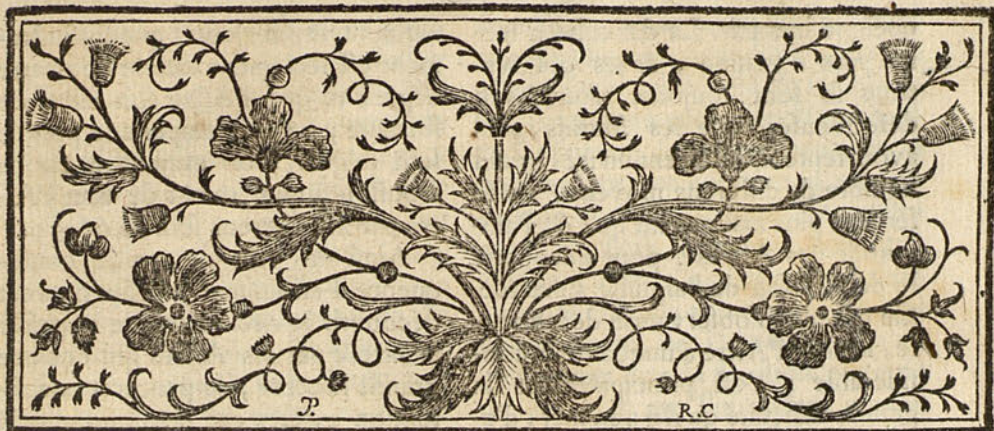


Fig. V.







REMARQUES SUR LE MÉMOIRE DE M^R MEYNIER.

*Touchant la meilleure Méthode d'observer sur mer la
déclinaison de l'aiguille aimantée.*



R Meynier souhaite qu'on compare le Mémoire qu'il vient de publier sur la méthode d'observer en mer la déclinaison de la Bouffole, avec la piece sur le même sujet, qui a remporté le dernier prix donné par l'Académie Royale des Sciences. Quoique cette comparaison soit très-facile à faire, j'ai cru que je devois la rendre encore plus aisée, en me chargeant de l'emploi de faire quelques remarques sur le Mémoire de M. Meynier. Je le considère comme divisé en deux parties : dans l'une il s'agit d'observer sur la Bouffole dans

quel azimuth ou à quel rumb de vent paroît un Astre ; dans l'autre il s'agit de voir par le calcul si l'Astre est effectivement dans cet azimuth.

REMARQUES.

Sur l'instrument dont se sert M. Meynier pour observer l'azimuth d'un Astre qui est élevé.

I.

Il est très facile d'observer à quel rumb de vent paroît une Astre qui est dans l'Horison : mais ce n'est pas la même chose aussi-tôt que l'Astre a

A

quelque hauteur. La difficulté a même paru si grande , & les observations se sont toujours trouvées si défectueuses , que les Marins après avoir tenté inutilement un très grand nombre de differens moyens , ne se servent plus maintenant que de l'amplitude des Astres , pour découvrir la déclinaison de l'aiguille aimantée. Ce qui rend l'observation défectueuse , lorsque l'Astre a une hauteur considérable ; c'est principalement la grande difficulté qu'il y a en mer , d'avoir une ligne exactement verticale. Les Anglois ont voulu se servir pour cela d'un stile élevé sur le bord de la Boussole , comme on le peut voir dans le *Traité Pratical Navigation* de M. Seller ; Stevin après Regnier Sieterzoon a voulu mettre un quart de cercle à la place du stile , afin de pouvoir observer tout-à-la-fois l'azimuth de l'Astre & sa hauteur , M. Meynier propose à present de mettre un cercle presque entier. Mais pour peu que l'instrument se trouve incliné d'un côté ou d'autre , on doit toujours se tromper considérablement dans l'observation ; & l'erreur sera d'autant plus grande , que l'Astre sera plus élevé.

Il est démontré dans la pièce qui a remporté le prix (art. VIII. de la premiere Partie) que l'erreur est sensiblement en raison composée des raisons directes de l'inclinaison de l'instrument & du Sinus de la hauteur de l'Astre , & de la raison inverse du Sinus complement de cette hauteur : C'est-à-dire qu'elle est égale au produit de l'inclinaison & de la tangente de la hauteur de l'Astre divisé par le Sinus total. On voit aisément que cette expression revient à l'autre , & je démontrerai , s'il est besoin , qu'elle est generale & qu'elle convient à tous les instrumens possibles. Ici je

me contente d'ajouter que si l'instrument est seulement incliné de quatre degrés & que l'Astre soit élevé de soixante ; on se trompera de près de sept degrés , en examinant sur la Boussole à quel rumbs de vent l'Astre paroît : l'erreur sera de $6^{\circ}.55$.

Ainsi on voit de quelle consequence il est en mer , lorsqu'on veut découvrir la déclinaison de l'aiguille aimantée par les Astres qui ont une grande hauteur , de procurer une situation exactement horisontale à la Boussole. On voit que cette condition est si essentielle qu'il n'est jamais permis de la perdre de vuë , & qu'on est même toujours intéressé à sçavoir si on réüssit à la remplir avec assez d'exactitude. Cependant M. Meynier se sert d'une suspension qui est non seulement très-défectueuse , mais qui ne permet point encore au Pilote de s'apercevoir des erreurs qu'il commet. Il suspend la Boussole de deux manieres ; ou bien il l'attache par le haut en forme de pendule dans un cadre verticale , qui est appliqué au haut d'une espece de Pieux ; ou bien il la pose immédiatement au-dessus de ce Pieux , en suprimant le cadre. Il n'est pas nécessaire d'expliquer cecy en détail : il suffit qu'on sçache que toute l'attention de notre Auteur se borne à recommander au Pilote de tenir le Pieux le plus verticalement qu'il est possible ; comme si cela suffisoit pour empêcher la Boussole qui est suspendue par le haut de faire sans cesse des vibrations. On veut bien croire que le Pilote réüssira à réparer dans la situation du Pieux presque tous les changemens que pourroit y apporter les diverses inclinaisons du vaisseau : mais la vitesse du fillage reçoit en même tems diverses alterations , elle est sans cesse ou retardée ou accélérée par le choc des

vagues, & le Navire se meut presque toujours par elans. Or il est clair que l'instrument ne pouvant pas suivre sur le champ tous les mouvemens du point de suspension, sera sujet à des balancemens continuels, & que ces balancemens qui ne peuvent pas manquer d'être fort irréguliers, causés qu'ils sont par l'agitation du vaisseau & par l'impulsion immédiate du vent sur la Bouffole, ils altereront la situation verticale dans divers sens & ne permettront point au Pilote d'appliquer l'œil à la fente par laquelle il doit viser à l'Astre.

Si d'un autre côté la Bouffole est posée immédiatement au haut du Pieux, l'observation deviendra plus facile, mais elle se trouvera en même tems plus défectueuse. Lorsqu'on est à terre, on peut en tenant le Pieux entre les mains, voir de quel côté il tend à tomber; on peut le redresser, & faire en sorte qu'il se tienne de bout presque tout seul, ce qui le rendra à peu près vertical. Je dis à peu près: car il est évident qu'on commettra toujours quelque erreur, peut-être d'un ou deux degrés, & qu'on ne doit jamais employer à Terre un moyen si imparfait pour avoir une ligne verticale dans les observations astronomiques, ou dans les Opérations du nivellement. Mais supposons à présent que le plancher qui nous soutient, soit agité; supposons que le sol soit exposé à des secousses en toutes sortes de sens, qui soient assez grandes, pour que le Pieux, quoique vertical, tende à nous échapper des mains: & dites-moi si vous croyez alors pouvoir réussir à le mettre verticalement à deux ou trois degrés près; & si vous ne vous tromperez pas le plus souvent de 4. & de 5. degrés; de 7. & de 8. & encore d'une plus grande quantité;

supposé que vous usiez de la liberté que M. Meynier vous donne, de vous asseoir sur le tillac, afin de faire l'observation plus à votre aise. Il faut lorsqu'il a fait une semblable proposition qu'il ne sçut pas combien il est nécessaire que l'instrument soit exactement vertical. Sçavoit-il bien que lorsque l'Astre a 45. degrés de hauteur, on commet autant d'erreur dans l'observation de l'azimuth, qu'on en commet dans la situation verticale du Pieux & que l'erreur est encore plus grande, lorsque l'Astre est plus élevé?

Il est vrai qu'entre les inclinaisons ce ne sont que celles qui se font vers la droite & vers la gauche de l'observateur, qui sont dangereuses; & qu'il pourra arriver quelquefois qu'on ne se trompera point: mais ce ne sera toujours que par hazard. Outre cela le Pilote ne peut distinguer à aucune marque les observations exactes de celles qui ne le sont pas; & il arrivera, peut-être, encore que lorsqu'il répétera l'opération, il se trompera toujours dans le même sens, parce que quelques irrégulières que soient les premières causes de l'erreur, comme l'agitation de la mer & l'impulsion du vent; il se peut faire que toutes ces causes aient pendant un certain temps quelque espèce de régularité.

Mais on sentira encore mieux toute l'imperfection de l'instrument dont il s'agit, si on se donne la peine d'en comparer l'usage avec la méthode que j'ay proposée, * pour observer l'azimuth du Soleil lorsque cet Astre est élevé. Les compas de variations ordinaires ont deux pinnules à l'opposite l'une de l'autre: j'éleve un style au-dessus d'une de ces pinnules; mais

* Voy. l'art. V. de la première Partie de la Pièce qui a remporté le prix.

pour ne me point tromper à mettre la Bouffole de niveau pendant l'observation, j'appliqué l'œil à la pinnule qui est au-dessous du stile & visant à l'extrémité apparente de la mer, par le bord de la boîte le plus éloigné, en faisant en sorte que ce bord paroisse comme tangente à l'Horison sensible, je tourne le dos au soleil, jusqu'à ce que l'ombre du stile tombe sur la pinnule opposée; ce que je vois en même tems que je vise à l'extrémité apparente de la mer. Il est évident que je dois réussir par cette attention à rendre la Bouffole parfaitement horizontale, ou à faire au moins qu'elle ne panche ni vers la droite ni vers la gauche; & il est également clair que le stile & le fil qui est tendu d'une pinnule à l'autre, sont alors exactement dans le vertical du Soleil. On peut donner une infinité de différentes formes à cette observation: on peut observer tout à la fois, si on le veut, l'azimuth & la hauteur de l'Astre, * comme je l'ai expliqué dans l'article suivant: mais il est clair que la condition essentielle est de se servir toujours de l'Horison sensible pour donner à l'instrument la situation qu'il doit avoir. Il faut remarquer après tout, que ceci n'occupe que peu de pages dans ma pièce, parce qu'il me suffisoit de me faire entendre & que j'avois d'autres réflexions à faire. Je n'avois d'ailleurs nulle envie d'ériger en inventions des choses aussi simples; malgré toute l'utilité qu'elles pouvoient avoir, & quoique je sçusse que personne n'y avoit encore pensé. Pour M. Meynier, il fait un si long détail de toutes les parties de son instrument, dont il pouvoit nous donner une notion distincte en peu de mots, qu'il en remplit les deux tiers de son Memoire. C'est ce qui

* Voy. l'art. VI. de la Première Partie.

lui a fait dire qu'il s'attachoit principalement à perfectionner la Pratique: mais bon Dieu! quelle est cette Pratique, qu'il est à souhaiter qu'on ne mette jamais en usage, & qui exposeroit presque tous nos vaisseaux à périr?

REMARQUES.

Sur la maniere dont M. Meynier calcule le vrai azimuth.

II.

Cependant, comme si ce n'étoit point assez de nous avoir donné un instrument dont on ne peut se servir qu'avec danger, puisque l'usage n'en est jamais bon que par hazard, M. Meynier se trompe encore dans le calcul qu'il indique pour trouver le vrai azimuth des Astres. Il s'agit ici d'une chose traitée une infinité de fois, & sçue de la plupart de nos Pilotes. Notre Auteur se propose dans le Problème II. (pag. 24.) de trouver les degrés de la déclinaison horizontale d'une étoile; c'est-à-dire de son azimuth, en connoissant la latitude de l'endroit où l'on est, la distance de l'étoile au Pole, & l'angle horaire dont cette même étoile est éloignée du méridien. La question se réduit à résoudre un triangle sphérique obliqu'angle dont un angle est au Zenith & c'est celui qu'on cherche, l'autre est au Pole, & le troisième est à l'Astre. M. Meynier partage comme à l'ordinaire ce triangle en deux autres, qui sont rectangles. Je compte pour peu que dans un de ces triangles qui est marqué AIO (pag. 25.) il mette deux fois l'hypothénuse AO à la place du sinus de cet Arc, quoiqu'il ne confonde pas de même les arcs IO & AI avec leurs sinus qui sont plus petits.

Mais dans ce même triangle , il cherche l'arc AI par cette analogie , le sinus total est à l'arc AO, ainsi le sinus de complement de l'angle horaire A est au sinus de l'arc AI ; comme si dans un triangle sphérique qui a un angle droit , les deux autres angles étoient le complement l'un de l'autre. J'ai fait tout mon possible pour me persuader qu'une faute de cette espece, ou plutôt qu'un si grand nombre de fautes devoient être attribuées à l'Imprimeur , mais il m'a fallu abandonner cette pensée , aussi-tôt que j'ai vu que la même méprise étoit répétée à la page 31. où on en fait même un point de Theorie ; & que j'ai remarqué que le feuillet des pages 25. & 26. qui contient les erreurs dont il s'agit , est un carton ; c'est-à-dire un feuillet imprimé une seconde fois qu'on a substitué à un autre qui contenoit quelque faute * d'Impression qu'on a voulu corriger. Pour le dire en un mot , si M. Meynier n'avoit pas eu pendant assez long-tems le Titre de Professeur, nous croirions voir par tout ici un homme qui étant à peine initié dans la Trigonometrie spherique, ne veut employer qu'un certain nombre de Théoremes qu'il sçait ou qu'il croit sçavoir , & qui ne prend un si grand détour que pour se tromper. Car il faut remarquer que le Probleme qu'il resout si mal par le moyen de trois analogies , se pouvoit résoudre avec deux , comme le sçavent toutes les personnes qui sont un peu versées dans ces matieres.

Mais nous voulons bien regarder toutes ces méprises , comme de simples inadvertances ; quoiqu'il s'agisse ici d'une matiere dans laquelle on

* Le mot de la hauteur au Pole , au lieu de celui de distance au Pole. dans le Titre du Probl. IV. page 26.

n'excuse pas les moindres fautes ; Nous voulons bien croire que l'Auteur est en état, sur ce que nous venons de dire , de rectifier son second Probleme de même que le dernier dans lequel il calcule encore l'azimuth : nous soutenons que malgré toutes ces corrections , la methode sera encore extremement dangereuse dans la plûpart des rencontres ; parce qu'on ne connoit point avec assez d'exactitude en mer la distance horaire des Astres au méridien, distance que M. Meynier prend cependant toujours pour un des elemens de son calcul. La connoissance de cette distance suppose qu'on sçache l'heure de l'observation ; & l'Auteur n'explique point dans son Memoire à la trouver. Il est vrai qu'il y supplée dans l'addition qu'il a mise après coup , mais il veut (pag. 62.) qu'on se serve pour cela d'un fil à plomb ; ne se ressouvenant pas d'en avoir rejeté l'usage auparavant (pag. 8.) à cause de l'agitation continuelle du vaisseau. Or un moyen si imparfait de trouver l'heure , fera qu'on se trompera au moins de 15. ou 20. minutes de temps ; ce qui produira ensuite des erreurs excessives dans l'azimuth. Si l'Auteur ne se servoit toujours que de l'étoile polaire pour découvrir la variation , il auroit raison de regarder comme donnée la distance horaire de cette étoile au méridien , parce que la petitesse de sa révolution est cause qu'elle ne change de situation que très lentement. Mais puisqu'il nous offre non seulement toutes les étoiles de la premiere & de la seconde grandeur, qui sont vers le Pole , qu'il nous invite encore à observer l'azimuth du Soleil , nous ne sçaurions trop le repeter, qu'on ne doit point alors regarder la distance horaire de l'Astre au méridien comme connue ; parce que si on se trom-

poit d'un seul demi quart d'heure dans cette distance , on commettrait une grande erreur dans la situation de l'Astre ; & on se tromperoit par conséquent aussi beaucoup dans l'azimuth , en supposant même les Problemes de M. Meynier bien résolus. Ainsi au lieu d'employer comme il le fait toujours l'angle horaire qu'on ne peut pas connoître en mer d'une manière assez immediate , il faut dans le cas dont il s'agit , supposer que la hauteur du Pole & la hauteur de l'Astre sont données , & résoudre le Triangle sphérique par le moyen de ses trois côtés ; la distance de l'Astre au zénith , la distance de l'Astre au Pole & la distance du Pole au zénith. La résolution de ce même triangle fournira aussi , si on le veut , l'angle horaire , en cherchant l'angle au Pole , au lieu de chercher l'angle au zénith : mais encore une fois il ne faut pas se servir au contraire de l'angle pour résoudre le triangle.

C'est à ce même genre de faute de ne pas distinguer les circonstances dans lesquelles on peut appliquer chaque méthode , que nous devons rapporter ce que l'Auteur avance , en finissant son mémoire ; qu'un des tems propres pour observer en mer la variation , c'est lorsqu'un Astre passe par le Méridien. C'est dans la remarque de la page 27. où il dit qu'on réussira à observer la déclinaison de l'aiguille aimantée à l'étoile polaire , *surtout lorsque cette étoile est au dessus du Pole vers sa plus grande distance du Meridien , tant du côté de l'Est que du côté du Ouest , parce que pour lors elle est assez long-tems sans changer de vertical bien sensiblement ; ou en observant la hauteur de l'étoile sur l'Horison lorsqu'elle est vers le méridien , parce que dans ce tems la elle est assez long-tems sans changer d'almicanta-*

rath bien sensiblement. La seconde partie de cette réflexion , nous sommes fâché de le dire , montre que la première n'a été faite que par hazard : car il est évident que la circonstance la moins favorable , pour observer en mer la déclinaison de la Boussole , est toujours lorsque l'Astre est proche du méridien , puisque c'est alors qu'il change le plus subitement de vertical. Il n'importe point en effet qu'on puisse avoir dans ce cas la hauteur de l'Astre avec plus de précision , puisque malgré la connoissance plus précise de cet élément , on se trompe toujours beaucoup plus dans la situation de l'azimuth , qui est l'objet de toute la recherche.

Nous nous contentons au surplus de relever les méprises qui tirent à conséquence , & celles encore simplement qui se présentent les premières ; car si nous voulions rapporter toutes les autres , nous serions obligés de donner beaucoup plus d'étendue à cet écrit. L'Auteur ne pense pas , par exemple , que ce qui détermine plutôt un certain point de l'Horison qu'un autre à servir de Septentrion , c'est que le Pole du Nord est incliné d'un certain côté , & que s'il étoit précisément sur notre tête , il n'y auroit plus de point sur l'Horison qu'on pût prendre pour vrai Nord , ni de cercle horaire qu'on pût regarder plutôt qu'un autre pour le méridien du lieu. M. Meynier qui ne fait point attention à tout cela s'imaginer (pag. 23. & 24.) que la plus grande digression d'un Astre ne se trouve de 90 degrés que lorsque le Pole est au Zénith. Il est cependant bien sensible que dans ces pays-cy , si une étoile en décrivant son parallèle passe par le Zénith , elle aura en arrivant à ce point du côté de l'Orient , & en s'éloignant du côté de l'Occident une digression

de 90 degrés, puisque son parallèle se confond dans ce point avec le premier vertical, qui fait un angle droit avec le méridien. Supposé d'ailleurs qu'il ne s'agisse pas dans la prétendue démonstration de M. Meynier de la digression proprement dite; mais de toute distance de l'Astre au méridien à mesurer sur l'Horison, cette distance se trouve encore ici deux fois le jour de 90 degrés à toutes les étoiles qui comprennent le Zénith dans le parallèle qu'elles décrivent; & cette distance va même jusqu'à 180 degrés, supposé qu'on prenne pour terme de la distance, la moitié du méridien qui est du côté du septentrion.

Après être tombé dans toutes ces fautes, M. Meynier ne devoit certainement pas prétendre au Prix; & il ne paroît que trop que l'accident qui lui est arrivé, ne lui a rien fait perdre. Il y a d'ailleurs long-temps que la méthode de déterminer la variation par l'Azimuth des Astres qui sont élevés, a été proposée la première fois; on la trouve dans presque tous nos livres de Marine; & le Mémoire que nous venons d'examiner, se réduiroit à expliquer cette seule méthode, supposé qu'on le purgeât de toutes les erreurs qu'il contient: c'est - à - dire qu'il n'enseigneroit rien qu'on ne sçût déjà, & qu'il laisseroit les choses précisément dans l'état où elles étoient. Il s'en faut néanmoins extrêmement que ce soit là l'intention du Fondateur du Prix, ou celle de l'Académie Royale des Sciences, qui veut que si on n'explique que des choses connues, on le fasse au moins avec

choix & qu'on éclaire les Marins sur l'usage qu'ils doivent faire de chaque operation. Il est vrai que pour réussir dans une pareille entreprise, il faut emprunter beaucoup de lumières de la Théorie; car ce n'est que de cette sorte qu'on perfectionne la pratique: Et il importe peu d'ailleurs que les discussions dans lesquelles on est obligé d'entrer, soient compliquées & difficiles, aussi-tôt que les Maximes ou les Assertions qui en résultent, soient à la portée des Pilotes. Mais enfin on sçait de quelle conséquence il est en mer de connoître exactement la variation de la Boussole: M. Meynier rapporte lui-même qu'on croit en Angleterre, que c'est par le défaut de cette connoissance, que l'Escadre commandée par l'Amiral Chawel, fit naufrage. L'erreur n'étoit, peut-être cependant que de quelques degrés: au lieu que si les Pilotes, abusés par la manière dont notre Auteur parle de ses découvertes, avoient le malheur de se conformer le moins du monde à ses préceptes, ils seroient sujets à se tromper, non pas d'un ou deux degrés; mais de 8. & de 10, quelquefois de 15. & de 20, & quelquefois de tout le Ciel. Ne cherchons point ici à nous allarmer, en nous ressouvenant que celui qui enseigne toutes ces erreurs, a occupé pendant plusieurs années une Chaire d'Hydrographie dans un des plus fameux Ports de France; mais ajoutons qu'il est au moins très-nécessaire d'arrêter les mauvaises suites que doit avoir la publication d'une Doctrine si dangereuse.

Vol. 12
C. C. 12

12
12
12

12
12
12

12
12
12

DE LA METHODE
D'OBSERVER EN MER
LA DECLINAISON
DE LA BOUSSOLE.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1731.

*Par Monsieur BOUGUER, Hydrographe du Roy au Havre
de Grace, & Membre de l'Académie Royale
de Bordeaux.*



A PARIS, RUES. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXI.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

AVERTISSEMENT.

L'Academie a jugé qu'après la piece qui a remporté le Prix, celle qui en a le plus approché, est celle qui a pour Devise, *Omnibus oblatum, cunctis acquirere fas est.* num. 3. & ensuite la piece Latine, num. 8. qui a pour Devise, *Nova si nigri videas miracula saxi* &c. Claudian. Epigr. XIV.

PRIVILEGE DU ROT.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôts de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plu donner à notredite Académie, par un Règlement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui sont l'objet de ses exercices; enforte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au *Sieur Exposant* toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre & débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera, toutes ses *Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées*; comme aussi les *Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le tems de quinze années consecutives, à compter du jour de la datte desdites presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages imprimez par l'imprimeur de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux: à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de fondit Imprimeur: de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers audit Dénonciateur, & de tous dépens, dommages &

intérêts , à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris , & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs , & ce en bon papier & en beaux caracteres , conformément aux Réglemens de la Librairie , & qu'avant que de les exposer en vente , il en sera mis de chacun deux exemplaires dans notre Bibliothèque publique , un dans celle de notre Château du Louvre , & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquels vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie , ou ses ayans cause , pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes , qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages , soit tenue pour dûement signifiée , & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires , foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles , tous actes requis & nécessaires , sans demander autre permission , & nonobstant clameur de Haro , Charte Normande & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29. jour du mois de Juin , l'an de grace 1717. & de notre Regne le deuxième. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 23. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

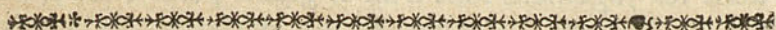
Signé, DELAULNE, Syndic.

Nous soussigné President de l'Académie Royale des Sciences , déclarons avoir en tant que besoin cédé le présent Privilege à ladite Académie , pour par elle & les différens Académiciens qui la composent , en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717.

Signé, J. P. BIGNON.



DE LA METHODE
D'OBSERVER EN MER
LA DECLINAISON
DE LA BOUSSOLE.



Nec frustra signorum obitus speculamur & ortus.

Virg. Mar. G. 1.



I les Modernes n'ont fait quelquefois par leurs plus grands travaux qu'ajouter quelques degrez de perfection aux connoissances qu'ils avoient reçûes des Anciens, ils ont fait bien davantage dans l'Art de naviger, en inventant la Bouffole, & en l'employant avec méthode dans les voyages de long cours. Heureux de vivre dans un siècle où l'on jouit de cette admirable découverte,

& où l'on sçait s'en servir avec plus de succès qu'on ne faisoit d'abord; nous traversons sans crainte les plus vastes Mers, dont nous oserions à peine perdre les rivages de vûë. L'usage de cet instrument a comme rapproché de nous toutes les parties de la Terre; il nous a appris qu'il y a des hommes au-delà de l'Océan dans des endroits où nous n'en soupçonnions pas; & il a établi de la communication entre eux & nous, quoique la Nature, nous eût, ce semble, destinés à n'en point avoir. Il s'agit cependant encore d'assurer la Navigation par une connoissance plus exacte de la route que suivent les Vaisseaux, en perfectionnant, s'il est possible, la méthode d'observer en Mer la déclinaison à laquelle la Boussole est sujette. Invité par l'importance de cette recherche, & par l'avantage qui peut en revenir au Public, j'ai l'honneur de présenter mes Réflexions à l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES; en même temps, je l'avoue, que j'y suis aussi fort excité, non pas par la récompense attachée au Prix, mais par la gloire qu'il doit y avoir, à le recevoir des mains d'une Compagnie, dont les jugemens sont d'un si grand poids chez toutes les Nations sçavantes. Je me renferme dès à présent dans mon sujet; & m'interdisant toutes discussions physiques sur les proprieté de l'aiman, & sur la cause générale de la déclinaison de l'aiguille, quoiqu'elles pussent être de quelque utilité, je divise mes Remarques en trois parties. Je parle dans la première de la construction des Boussoles; je tâche dans la seconde de rendre plus exacts & plus commodes les moyens d'observer la déclinaison ou variation de ces instrumens, & j'entreprends dans la troisième de choisir entre ces divers moyens, ou de déterminer ceux qu'on doit employer préféablement dans chaque rencontre.



PREMIERE PARTIE.

De la construction des Bouffoles & des Compas de variation.

Comme la Bouffole est un instrument assez connu, il seroit très-inutile de nous arrêter à en faire une description entiere, & à parler de la construction de toutes ses parties; d'autant plus qu'on peut presque toujours dans les choses de pratique, s'en rapporter sur plusieurs points à l'expérience des Ouvriers. Notre principal objet doit être, sans doute, d'examiner la disposition qu'on doit donner au morceau de fer qui anime cet instrument, & la maniere de l'aimanter. Cet examen nous interesse; puisqu'il est de la derniere consequence que toutes les Bouffoles ayent exactement la même variation, & qu'il arrive très-souvent qu'elles en ont de differentes.

I.

De la figure qu'on doit donner à l'aiguille.

Plusieurs causes peuvent mettre de l'inégalité dans la vivacité où la force avec laquelle l'aiguille aimantée tend à se diriger: mais il semble que cet instrument ne devroit toujours affecter que la seule situation, qui est conforme au cours de la matiere magnétique, de cette matiere dont la Physique nous apprend l'existence, & qui circule continuellement d'un Pole à

l'autre de la Terre. La différence ne peut venir que de la disposition des pores du morceau de fer ou d'acier qu'on aimante : La matiere magnétique trouvant , selon toutes les aparences , plus de facilité à se mouvoir dans le fer que dans tous les autres corps , se meut selon la longueur du morceau ; mais elle ne la suit exactement que lorsqu'elle peut suivre en même temps le fil du fer , ou que c'est dans ce sens que les pores ont le plus de rectitude. Plusieurs expériences que je me dispense de rapporter , établissent cette plus grande facilité que trouve la matiere magnétique à traverser le fer dans un sens que dans un autre. Je me contenterai de dire qu'ayant fait faire plusieurs aiguilles de ce fer battu qu'on nomme *tole* , j'ai remarqué que celles dont la longueur n'avoit pas été prise selon le fil , étoient sujettes à une variation différente , & qu'elles s'écartoient toujours du Méridien magnétique du côté que je l'avois prévu.

La figure premiere represente une de ces aiguilles , & les hachures dont elle est couverte , marquent les especes de fibres que forment par leur arrangement les parties du fer forgé. Le mouvement de la matiere magnétique se faisoit selon la longueur *AB* , mais il s'accommodoit aussi un peu à la disposition des especes de fibres , & c'est ce qui étoit cause que cette aiguille ne se dirigeoit pas exactement selon *DE* , comme le faisoient les autres , qui avoient été prises de fil dans la *tole*. Outre cela cette aiguille avoit peu de vertu , quoiqu'elle eût été touchée à l'un des meilleurs aimans qu'on ait en Europe ; ce qui montre que la disposition des pores empêchoit non seulement la matiere magnétique de se mouvoir exactement le long de la ligne *AB* , mais qu'elle étoit cause encore que cette matiere ne couloit pas en si grande quantité dans l'aiguille.

Il suit de-là qu'il n'est point à propos de donner aux morceaux de *tole* qu'on veut aimanter , la figure d'un

lozange vuïdé par le milieu, comme dans la figure 2; puisque la matiere magnétique tend à se mouvoir selon les côtez de ce lozange, à cause de leur longueur, & qu'elle y trouve beaucoup de difficulté, parce que le plus grand nombre des pores n'est pas disposé dans ce sens. Ainsi ces sortes d'aiguilles ne doivent apporter que peu de vivacité dans leur mouvement; & il vaut mieux, comme on le fait dans la Marine, former le lozange avec du simple fil d'archal, parce que toutes les parties de ce fer sont assujetties à un certain arrangement qui s'accorde avec la longueur. Cependant il s'en faut encore beaucoup que ces dernieres boussoles soient dans un état parfait. Car la matiere magnétique est obligée d'abandonner son cours naturel ou la direction qu'elle a sur la surface de la Terre, pour suivre les côtez du lozange. De plus les deux moitiés se contrarient, & tendent à détruire leur vertu en se touchant en *A* & en *B*, par des extrêmitéz qui ont de l'antipatie l'une pour l'autre. Et enfin au lieu qu'une bonne aiguille n'est pas plus sujette à avoir une déclinaison irreguliere, lorsqu'elle a perdu de sa vertu qu'auparavant, & qu'elle ne fait simplement que se mouvoir avec plus de lenteur; celle-ci en perdant de sa force, prend souvent une situation plus ou moins différente du Méridien; & cela même sans que le frottement du pivot y ait aucune part.

C'est que chaque partie *DA*, *EA*, &c. du fil de fer fait effort pour se placer en particulier sur le Méridien magnétique, & que si chacune ne s'y place pas, ce n'est que parce qu'elle en est empêchée par les autres: De sorte que le lozange ne reste dans une certaine situation que lorsque les quatre efforts sont en équilibre. Mais si la vertu d'une des parties vient à recevoir quelque altération, ce qui peut arriver par plusieurs causes, l'équilibre ne subsistera plus, & il faudra que l'aiguille prenne une autre situation par raport au cours de la

matiere magnétique. Suposé, par exemple, que les trois côtes AD , DB , BE , perdent toute leur vertu, pendant que le côté EA conserve encore quelque chose de la sienne, rien ne s'opposera ensuite à l'effort que fera ce côté pour se placer sur le Méridien magnétique & on sera donc sujet à se tromper d'une quantité excessive dans la déclinaison, si on continuë, comme on ne peut pas manquer de le faire, de prendre toujours la diagonale AB pour la ligne Nord & Sud de la Bouffole. Ainsi on voit que ces sortes d'aiguilles ne se gâtent pas simplement en perdant peu à peu de leur vivacité, mais en passant aussi par une infinité d'états dans lesquels elles ne sont propres qu'à en imposer aux Marins; puisqu'elles leur indiquent, dans la variation ou dans le cours de la matiere magnétique, des changemens qui n'y sont point arrivés.

On peut expérimenter d'une maniere très-simple ce que nous disons ici, en aimantant un lozange $ADBE$ (fig. 3.) formé de quatre morceaux de fil de fer, & en remarquant la situation qu'il prend lorsqu'il a la liberté de tourner sur un pivot C . Si on ôte ensuite un des quatre morceaux, par exemple AE , les deux DA & BE qui sont paralleles, & qui tendent à se diriger également selon le cours de la matiere magnétique, n'en seront plus empêchés que par le fil BD qui tend aussi à se mettre dans la même situation; mais qui ayant moins de force, parce qu'il est seul, doit céder un peu: De sorte que le point A passant en a , & le point B en b , les deux morceaux de fer AD & EB prendront une situation plus aprochante de la direction de la matiere magnétique, pendant que DB prendra une situation un peu plus differente. J'en ai fait l'expérience plusieurs fois. Mais il est évident que si la rouille ou quelqu'autre cause trouve plus de facilité à détruire la vertu d'un des quatre morceaux de fer AE , que des trois autres, cela produira à peu près le même effet

que si on ôtoit ce morceau. C'est ce qui montre qu'il vaut infiniment mieux ne faire l'aiguille que d'une seule piece, comme dans la figure 1, & être attentif en même temps à prendre sa longueur, selon le fil de la tole. Alors l'aiguille aimantée ne sera point sujette à avoir différentes variations, à mesure qu'elle perdra la qualité que lui a communiqué l'aiman; & outre cela elle pourra conserver sa vertu plus long-temps; Car on sçait qu'un morceau de fer disposé selon le Méridien, peut en acquérir une nouvelle lorsqu'il demeure un tems considérable dans la même situation: au lieu que ce n'est pas la même chose dans la figure 3, où il n'y a aucune partie située selon le cours de la matiere magnétique. Il est vrai qu'une pareille aiguille n'est pas si propre à soutenir la rose sur laquelle les rumbz sont tracés: Mais on peut mettre un lozange de fil de leton à la place de celui de fer, & on ne doit pas craindre que l'aiguille construite comme nous le disons, & faite d'acier non trempé, n'ait toujours assez de force pour animer l'instrument.

II.

De la maniere d'aimanter la Boussole.

Quant à la qualité de la pierre d'aiman & à la maniere de *toucher*, il n'y a pas lieu de croire, malgré ce qu'en ont dit quelques Auteurs, qu'elles puissent apporter de la différence dans la variation. Aussitôt que l'aiguille sera faite d'une seule lame terminée en pointe, & que ses pores seront bien dirigés selon sa longueur; on ne peut en se servant d'une pierre d'une moindre ou d'une meilleure qualité, communiquer que plus ou moins de vertu à cette aiguille, sans qu'il y ait pour cela de changement dans sa dé-

clinaison ; puisqu'elle doit toujours se placer selon le cours de la matiere magnétique. C'est l'obliquité du cours de cette matiere qui est la cause générale de la variation des Bouffoles : Notre Globe étant extrêmement hétérogène , la matiere magnétique est détournée du plan des Méridiens , & suit quelquefois des lignes très-différentes. Comme nous ne pouvons pas changer la direction de ce cours nous ne devons pas prétendre aussi pouvoir garantir nos Bouffoles de variation : mais il suffit au moins que nous prenions les précautions que nous avons marquées , pour que dans le même tems & dans le même lieu , les aiguilles ne déclinent toutes que de la même quantité. Il est cependant toujours à propos de leur communiquer le plus de vertu qu'il est possible , afin qu'elles puissent surmonter plus aisément le frottement du pivot , qui les empêche quelquefois de se diriger.

On sçait que lorsqu'on touche l'aiguille , c'est la dernière partie touchée qui acquere la plus grande vertu : mais on ne fait pas , ce me semble , toujours assez attention à disposer l'aiguille pendant l'attouchement selon le cours de la matiere magnétique , qui forme le tourbillon particulier de la pierre. Si *NCS* (fig. 4) est un aimant , & que *S* soit le Pole qui se tourne vers le Sud , on sçait que c'est sur ce Pole qu'on doit toucher la partie de la Bouffole qui est destinée à indiquer le Nord ; mais il ne faudroit pas disposer l'aiguille *ns* comme dans la figure 4 , & la faire glisser sur l'armure , en commençant par l'extrémité *s* du Sud , & en finissant par celle *n* du Nord : Cette dernière extrémité n'acqueroit de cette sorte que peu de vertu ; parce que la matiere magnétique qui passe de l'armure dans l'aiguille , est beaucoup plus disposée à couler de *s* en *N* , qu'à couler en sens absolument contraire. C'est pourquoi il vaut mieux placer l'aiguille perpendiculairement à l'axe de la pierre ; mais il est encore beaucoup plus

plus avantageux de la placer comme dans la figure *S*, & de la faire glisser, jusqu'à ce que son extrémité *s* touche l'autre armure *N*. Ici presque toute la matiere magnétique qui sort du Pole *s* de la pierre coule le long de l'aiguille, pour aller se rendre à l'autre Pole *N*; & si quelque partie de cette matiere coule de *a* en *n*, la disposition qu'elle donne à la portion *an* de l'aiguille, ne peut être que foible, & doit être détruite sur le champ, lorsque tous les points de *an* passent aussi à leur tour sur le Pole *s*, & qu'ils avancent vers le milieu de la pierre. En effet comme la matiere magnétique se meut en plus grande quantité ou de *s* en *N*, ou de *N* en *s*, elle est beaucoup plus en état de se frayer un chemin dans l'aiguille, & d'y faire des traces profondes.

Ainsi la longueur la plus convenable que doit avoir une aiguille pour pouvoir s'aimanter d'une maniere parfaite, c'est la distance qui se trouve entre les deux armures; & il est à propos qu'elle ne soit pas plus longue, afin que son extrémité *s* vienne simplement toucher l'armure *N*, & qu'elle ne glisse point dessus. Ce mouvement donneroit occasion à la matiere magnétique de couler en sens contraire dans la portion de l'aiguille qui iroit au-delà, & de détruire la qualité déjà communiquée. Tout ce qu'il y a, c'est que les armures ordinaires ne sont faites que pour donner à l'aiman une plus grande force pour soutenir des poids: Au lieu qu'on pourroit, peut-être, leur donner une autre figure qui seroit plus avantageuse, lorsqu'on veut toucher de longues aiguilles. Il n'y auroit vraisemblablement qu'à faire terminer l'armure *s* par un plan incliné en dehors, au lieu qu'elle est terminée par un plan parallele à l'axe de la pierre, & il faudroit en même temps donner plus de longueur à l'armure *N*, afin que l'aiguille pût venir la toucher, lorsque l'extrémité *n* seroit rendue en *s*. Rien n'empêcheroit aussi

d'avoir différentes armures, pour pouvoir aimanter les aiguilles de toutes sortes de longueurs.

III.

Que la maniere qui est en usage d'observer sur le Compas de variation, l'azimuth des Astres qui sont dans l'Horison, est aussi parfaite qu'il est possible.

JUSQUES ici il n'a été question que de la principale partie de la Bouffole; mais il nous faut maintenant parler des autres parties, ou plutôt de l'usage qu'on est obligé d'en faire, lorsqu'on veut découvrir la variation. On se sert pour cela d'une Bouffole particulière (fig. 6) qu'on nomme *Compas de variation*, qui a deux pinnules *L* & *H* sur les deux côtes opposées de la boîte *AQCB*. un fil *LH* est tendu horizontalement d'une pinnule à l'autre, & la circonférence de la Bouffole est divisée en degrés. Pour observer avec cet instrument dans quel azimuth ou dans quel rumb paroît un astre qui se leve ou qui se couche, un Pilote vise à cet astre par les deux pinnules, & un autre Pilote ne fait simplement qu'examiner combien le fil qui est tendu d'une pinnule à l'autre, diffère de la ligne Est & Ouest. On a de cette sorte avec facilité l'azimuth ou l'amplitude qu'on peut nommer *observée* ou *magnétique*, pour la distinguer de l'autre que fournit le calcul, qui est la distance du lever ou du coucher de l'astre aux vrais points de l'Est ou de l'Ouest. Cette observation se feroit cependant encore plus aisément à Terre; une seule personne en viendroit à bout, parce que rien ne l'empêcheroit de remarquer la situation du fil, après qu'elle auroit visé à l'astre par les pinnules. Mais en Mer ce n'est pas la même chose: comme le Vaisseau

change continuellement d'état, on est obligé de faire ces deux choses absolument à la fois, de diriger la boussole & de compter sur la circonference de la rose les degrez de l'amplitude; ce qui exige de la maniere dont les Compas sont construits, l'attention actuelle de deux personnes. Il seroit inutile d'un autre côté de changer la forme des Boussoles: car on feroit perdre à ces instrumens toute leur simplicité, & cela empêcheroit que l'operation devint plus exacte.

IV.

Que ce n'est pas la même chose des moyens d'observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont à une hauteur considerable.

Mais si les Pilotes observent avec autant de précision qu'il est possible, l'azimuth des astres qui sont dans l'Horison, on peut assurer qu'il n'y a rien de plus défectueux que les moyens qu'ils employent, lorsque les astres sont à quelque hauteur. On auroit de la peine à le croire si on ne le sçavoit que trop, par le témoignage que forment tous les Traitez de Marine, que quoique le fil *LH* (fig. 6.) qui est tendu d'une pinnule à l'autre, ne soit élevé tout au plus que d'un demi ponce au-dessus de la rose, & qu'il ne soit gueres possible de le mettre plus haut, à cause de la difficulté qu'il y auroit ensuite de le faire toujours répondre exactement au-dessus du centre, les Marins se contentent pour le diriger ou pour le mettre dans le vertical du Soleil, de faire en sorte que son ombre *NO* passe par le milieu de la *chape G* qui occupe le centre. Je laisse à penser si un pareil moyen doit être bon dans la pratique, & si lorsque l'astre est considérablement élevé,

on ne doit pas être exposé à se tromper de 3 ou 4 degr. ou même de 5 à 6 dans son azimuth. Il suffit en effet que le Soleil soit à 45 degr. de hauteur, pour que le point M dont l'ombre doit tomber sur la chape, ne soit éloigné du milieu D du fil, que de la distance MD d'un demi ponce, égale à l'élévation DG du fil au-dessus de la rose. Mais quand même on se tromperoit alors assez considérablement dans la disposition de la Boussole, pour que le fil LH prît la situation lh différente de 3 degr. de celle qu'il devrait avoir, l'erreur ne seroit point encore assez grande pour se manifester. Car le point M ne changeroit de place que de la petite quantité Mm qui ne seroit pas d'un tiers de ligne, & il ne s'en manqueroit donc aussi que cette même quantité, qui n'est pas sensible dans cette rencontre, que l'ombre du fil ne passât toujours par le centre. Lorsque la hauteur du Soleil sera plus grande, le point M sera cependant encore moins éloigné du milieu de la Boussole, & il est clair que s'il en est deux ou trois fois plus proche, on pourra commettre des erreurs encore deux ou trois fois plus fortes, sans qu'elles se fassent sentir davantage. En un mot l'observation se fait toujours avec aussi peu d'exactitude que si on ôtoit à la Boussole presque toute sa grandeur, & qu'on ne lui donnât que DM pour rayon, ou qu'un ponce ou un ponce & demi de diamètre, au lieu de 7 à 8 qu'elle a ordinairement dans les Compas de variation.

On ne peut pas compter davantage sur les autres moyens proposés par quelques Auteurs, du moins de la manière dont il les ont expliqués; de se servir de l'ombre d'un fil à plomb ou de quelque stile élevé verticalement sur le bord de la Boussole. Ces Auteurs, faute d'avoir assez examiné la cause de l'agitation des instrumens qu'on porte en Mer, ont crû que parce qu'on réussit à terre à faire qu'un fil à plomb demeure

dans une situation verticale, lorsqu'on le charge d'un poids considérable, il n'y a qu'à faire aussi la même chose sur un Vaisseau. On réussit à terre, parce que les vibrations des instrumens n'y sont ordinairement causées que par la seule agitation de l'air; au lieu que les vibrations dont il s'agit ici, n'étant produites que par le défaut d'uniformité qui se trouve toujours dans la vitesse du Navire, il est fort inutile de donner une plus grande charge à l'instrument; car il ne sera pas plus disposé à prendre sur le champ tous les mouvemens du point de suspension, lorsque le choc de quelques vagues accélérera ou retardera tout à coup la marche du Vaisseau. Ce n'est donc pas en Mer par l'action de la pesanteur ni par quelque suspension particuliere qu'on peut procurer à un fil ou à un stile, une situation exactement verticale. Il vaut infiniment mieux que ce soit l'Observateur qui soutienne lui-même son instrument, & qui le dispose en se servant de l'Horison sensible ou visuel, à peu près comme il dispose déjà son Arbalestrille ou son Quartier Anglois, lorsqu'il observe la hauteur des Astres. De cette sorte la Boussole ne sera point sujette à des balancemens irreguliers, comme le seroit en Mer un instrument qui n'affecteroit une certaine situation, que parce qu'il y seroit nécessité par une cause purement physique. Si le Pilote est obligé de changer sans cesse de postures pour se tenir debout & pour s'empêcher de tomber, il prendra toujours précisément les mêmes attitudes que s'il ne pensoit & ne travailloit qu'à conserver à la Boussole une situation constante.



V.

Moyen plus exact d'observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont élevés.

A Insi pour observer l'azimuth du Soleil lorsque cet astre est à une hauteur considérable, il n'y a qu'à se servir encore d'un Compas qui ait un stile, qu'on mettra au-dessus de la pinnule *H*. Ce stile ne sera si on le veut, qu'un simple fil de leton, & il sera toujours facile de le situer de maniere qu'il soit perpendiculaire au côté *CE*. Mais après cela il ne faudra pas s'arrêter, comme on l'a fait jusqu'à present, à la situation à peu près horizontale que prendroit l'instrument par sa propre pesanteur, puisqu'il est certain que le plus leger défaut dans cette situation peut causer des erreurs tout à fait grandes dans l'observation de l'azimuth. Pour faire donc la chose avec plus de précision, on appliquera l'œil à la pinnule *H*, & tournant ensuite le dos vers le Soleil, on fera en sorte que l'ombre du stile tombe sur l'autre pinnule, & qu'on voye en même temps l'horison sensible par le bord *AF* du Compas. Cette opération n'a rien de plus difficile que lorsqu'on prend la hauteur d'un astre par derriere. Dans l'une comme dans l'autre, on n'est toujours obligé de faire attention qu'à deux choses; qu'à viser à l'Horison, & qu'à faire tomber l'ombre d'un marteau ou d'un stile sur un certain endroit. Or en observant ici ces deux conditions, en regardant l'extrémité aparente de la Mer par le bord opposé *AF* de la Boussole, lorsque l'œil est appliqué à la pinnule *H*, & en faisant tomber en même temps sur la pinnule *L* l'ombre du stile que nous supposons élevé en *H*, il est

clair que quoique ce stile puisse pancher considérablement à cause de l'inclinaison de l'Horison visuel, son ombre ne laissera pas d'être toujours exactement dans le plan du vertical du Soleil, de même que le fil *LH*; parce que l'inclinaison ne se fera que dans le plan même de ce vertical. Ainsi un second Observateur n'aura donc qu'à examiner sur la circonférence de la Bouffole qui est divisée en degrez, combien le fil *LH* differe de la ligne Est & Ouest, pour avoir l'azimuth magnétique.

VI.

Moyen d'observer en même temps l'azimuth & la hauteur d'un astre.

AU lieu d'élever un stile sur un des côtez de la Bouffole, on pourroit se servir aussi d'un quart de cercle de 18 ou 20 pouces de rayon, qu'on mettroit au-dessus, comme nous l'avons représenté dans la figure 7; & alors on auroit l'avantage de pouvoir observer l'azimuth de l'astre & sa hauteur tout à la fois. La Bouffole & le quart de cercle seroient attachés par des vis, & il seroit facile de faire en sorte que le tout ne pesât pas plus qu'un quartier Anglois ordinaire, puisqu'il ne seroit point nécessaire que la Bouffole fût renfermée dans une double boîte, ni qu'elle fût entourée de ces cercles de cuivre qu'on nomme balanciers, qui servent à la suspendre. Après tout si l'instrument pesoit un peu trop, pour qu'on pût en y appliquant les deux mains, le soutenir à la hauteur de l'œil, il n'y auroit qu'à l'appuyer sur quelque chose qui supportât son poids, sans empêcher qu'on pût le diriger aisément. Enfin on mettroit sur le quart de cercle,

entre les deux pinnules *G* & *H*, la hauteur apparente qu'on voudroit qu'eût l'astre au temps de l'observation ; & lorsque cet astre seroit sur le point d'y parvenir, le Pilote viseroit à l'horison par les pinnules *G* & *F*, en attendant le moment que l'ombre de la pinnule *H* tombât sur la pinnule *F* du centre ; & un autre Observateur compteroit en même temps les degrez de l'azimuth sur la circonference de la Bouffole. Il faut remarquer que les trois pinnules *G*, *H* & *F*, doivent être construites comme celle du quartier Anglois ; mais qu'il est bon que la dernière ait une fente de 28 à 30 lignes de longueur, au lieu d'une de 15 à 16 qu'on lui donne ordinairement ; & cela afin qu'en découvrant une plus grande partie de l'Horison sensible, on soit plus en état de mettre avec exactitude le quart de cercle verticalement. On pourra aussi se servir la nuit de ce même instrument pour observer l'azimuth des étoiles, pourvu qu'elles ne soient point trop élevées, & qu'en regardant par la pinnule *F* du centre, on puisse voir du même coup d'œil l'Horison par la pinnule *G* d'en bas, & l'astre par celle *H* d'en haut. Tout cela est désormais trop simple pour que nous nous y arrêtions davantage : Nous allons maintenant traiter des moyens de découvrir la variation.





SECONDE PARTIE.

Des moyens de déterminer en Mer la déclinaison de l'aiguille aimantée.

I.

Que toutes les methodes de trouver la variation de la Bouffole se réduissent à comparer la vraye situation qu'à l'astre par raport aux régions du Monde , avec la situation qu'il a par raport aux rumbs du Compas.

IL est sensible qu'on doit toujours avoir recours à quelques observations astronomiques pour découvrir la déclinaison de la Bouffole , & que les observations qu'on doit employer , sont celles qui peuvent servir à déterminer la ligne Méridienne ; puisque la variation ou déclinaison de l'aiguille n'est autre chose que la quantité dont elle differe de cette ligne. En général , il faut toujours connoître la situation exacte & précise de quelque astre par raport aux Regions du Monde , & observer en même temps si l'astre est situé de la même maniere par raport aux principaux points du Compas ; afin de pouvoir comparer ces deux diverses situations. C'est à cela que se réduisent infailiblement toutes les méthodes. Ainsi sans nous mettre en peine d'en faire un dénombrement inutile , nous n'avons , pour tâcher de répandre par nos réflexions

quelque nouveau jour sur cette matière ; qu'à travailler à rendre plus exacts ou plus faciles les moyens de trouver la distance des astres aux vrais points de l'Orient ou de l'Occident ; puisque nous avons déjà assez parlé de la manière d'observer leurs distances aux points de l'Est ou de l'Ouest de la Boussole.

 II.

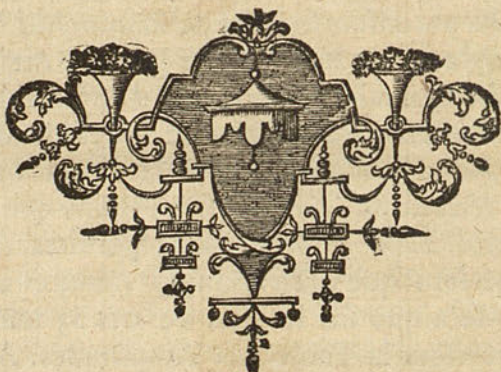
De l'équation qu'il faut appliquer à la Table des Amplitudes , lorsqu'on observe les astres dans l'horison sensible & visuel.

Nous pouvons considérer les astres dans deux cas différens, ou lorsqu'ils sont dans l'horison, ou lorsqu'ils sont à une certaine hauteur. Quelques personnes zelées pour le Public, ont déjà dispensé les Pilotes de faire aucun calcul dans le premier cas : Elles ont construit des Tables des Amplitudes qui marquent la distance du lever ou du coucher des astres au vrai Est ou au vrai Ouest, pour toutes les différentes déclinaisons, & pour tous les degrez de hauteur polaire des endroits où l'on peut se trouver. Ces Tables sont trop communes, pour que nous les inserions ici ; elles sont imprimées dans presque tous les Livres de Pilotage. Tout ce qu'il y a, c'est qu'elles sont ordinairement construites dans la seule supposition que les astres sont exactement dans l'horison rationnel ; & cependant on n'observe presque toujours l'amplitude en Mer que lorsque les astres sont dans l'horison sensible, & beaucoup au-dessous du terme dans lequel la Table les suppose. C'est sur cette disconvenance que nous nous proposons d'insister un peu ; afin de faire en sorte, s'il

est possible, qu'elle ne cause aucune erreur dans les Observations.

Le premier moyen est d'appliquer une équation ou correction à l'amplitude des Tables, afin de la rendre propre au temps précis du lever ou du coucher apparent : & comme la principale difference qu'il y a entre l'horison sensible & le rationel, vient de la réfraction horisontale qui est dans ces climats ci de 32 ou 33 minutes, quelques personnes ont cru qu'il suffisoit de régler l'équation sur cette quantité. Mais outre que la réfraction est differente selon les endroits de la terre où l'on est situé, vers l'équateur ou vers les poles, & qu'elle change par les saisons ; l'horison sensible se trouve aussi plus ou moins incliné, selon qu'on est plus ou moins élevé au-dessus de la surface de la Mer ; ce qui contribué encore à faire que les astres sont plus ou moins abaissés au-dessous de l'horison rationel, lorsqu'ils nous paroissent se lever ou se coucher. Si l'on est, par exemple, vers le milieu de la zone torride, la réfraction horisontale ne fera que d'environ 20. minutes, & si on est dans un Navire élevé de 8 pieds, le rayon visuel conduit de l'œil à la séparation apparente de la Mer & du Ciel, ne fera incliné que d'environ 3 minutes. Ainsi lorsque l'astre paroîtra dans l'horison, il ne fera que d'environ 23 minutes au-dessous, & ce ne fera que sur le pied de ces 23 minutes qu'il faudra corriger la Table des Amplitudes. Au lieu que si on étoit à l'extrémité de la zone tempérée vers le cercle polaire où la réfraction est de 59 ou 60 min. & qu'on fût outre cela à 25 ou 30 pieds de hauteur au-dessus de la surface de la Mer, l'astre paroîtroit se coucher, lorsqu'il seroit déjà descendu de 65 ou 66 min. au-dessous de l'horison ; & son amplitude differe-roit donc alors beaucoup plus, par cette seule raison, de celle qui lui est attribuée dans la Table. S'il est vrai d'un autre côté que les réfractions horisontales soyent

tellement irregulieres , qu'on ne puisse jamais les bien connoître , il n'est pas moins constant que les corrections qu'il faut appliquer à l'amplitude , doivent être au moins toujours réglées sur ce qu'on sçait avec certitude sur cette matiere , & que rien n'est moins excusable que de supposer que l'astre est toujours abaissé de la même quantité , lorsqu'on sçait qu'il est abaissé d'une quantité très-différente. C'est pourquoi les équations ou corrections dont il s'agit , doivent être calculées nécessairement comme dans la Table suivante , pour divers nombre de minutes d'abaissement ; afin de pouvoir servir dans tous les lieux & dans toutes les saisons , & de pouvoir servir aussi à des Observateurs plus ou moins élevés au-dessus de la surface de la mer.



TABLE

Des Equations qu'il faut appliquer aux vraies amplitudes , lorsque les astres sont au-dessus de l'horison.

AMPLITUDES.

		AMPLITUDES.										
		0	10	20	30	25	40	45	50	55		
		D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.		
Hau- teurs Pelai- res.	Minutes dont les Autres sont au- dessous de l'Horizon											
	Degrés.	20	0.	4	0.	4	0.	4				
	10	30	0.	5	0.	5	0.	6				
		40	0.	7	0.	7	0.	8				
20		20	0.	7	0.	7	0.	8				
		30	0.	11	0.	11	0.	12				
		40	0.	15	0.	15	0.	16				
30		20	0.	11	0.	11	0.	12				
		30	0.	17	0.	17	0.	18				
		40	0.	23	0.	23	0.	24				
35		50	0.	29	0.	29	0.	30				
		20	0.	14	0.	14	0.	15				
		30	0.	21	0.	21	0.	22				
40		40	0.	28	0.	28	0.	30				
		50	0.	35	0.	35	0.	37				
		60	0.	42	0.	43	0.	45				
45		30	0.	25	0.	25	0.	27	0.	29	0.	30
		40	0.	33	0.	33	0.	36	0.	39	0.	40
		50	0.	41	0.	42	0.	45	0.	48	0.	51
50		60	0.	50	0.	51	0.	54	0.	58	1.	1
		30	0.	30	0.	30	0.	32	0.	34	0.	37
		40	0.	40	0.	40	0.	42	0.	46	0.	49
55		50	0.	50	0.	50	0.	53	0.	58	1.	1
		60	1.	0	1.	1	1.	4	1.	9	1.	14
		30	0.	36	0.	36	0.	38	0.	41	0.	43
60		40	0.	48	0.	48	0.	50	0.	55	0.	58
		50	1.	0	1.	0	1.	3	1.	9	1.	13
		60	1.	12	1.	13	1.	16	1.	23	1.	28
65		30	0.	43	0.	43	0.	45	0.	49	0.	52
		40	0.	57	0.	58	1.	1	1.	7	1.	10
		50	1.	11	1.	12	1.	16	1.	23	1.	28
70		60	1.	26	1.	27	1.	32	1.	40	1.	46
		30	0.	52	0.	53	0.	55	1.	0	1.	4
		40	1.	10	1.	11	1.	14	1.	21	1.	25
75		50	1.	27	1.	28	1.	32	1.	41	1.	47
		60	1.	44	1.	46	1.	51	2.	1	2.	9
		30	0.	52	0.	53	0.	55	1.	0	1.	4
80		40	1.	10	1.	11	1.	14	1.	21	1.	25
		50	1.	27	1.	28	1.	32	1.	41	1.	47
		60	1.	44	1.	46	1.	51	2.	1	2.	9

Pour rendre sensible l'usage de cette Table, nous supposerons que la hauteur polaire est de 55 degrez, que la réfraction jointe avec l'inclinaison de l'horison visuel fait 40 min. & que la vraie amplitude est de 45. degrez. Nous chercherons les 40 min. dans la seconde colonne proche de 55. degr. de hauteur polaire qui sont marqués dans la premiere; & les faisant convenir avec l'amplitude marquée au haut, nous aurons 1. deg. 22. min. & 1. deg. 20. min. pour les deux équations qu'il faut appliquer à l'amplitude, selon qu'elle est du côté du Pole élevé ou du Pole abaissé. La premiere doit être ajoutée, & la seconde soustraite; de sorte que l'amplitude sera de 46. deg. 22. min. ou de 43. degr. 40. min. non pas pour l'instant que l'astre touche à l'horison rationel, puisque nous avons supposé qu'elle est alors de 45 degr. mais dans le moment que l'astre paroît se lever ou se coucher, & qu'il est 40 min. au-dessous du vrai horison. Il nous étoit facile d'étendre cette Table: mais il nous paroît qu'au lieu de modifier ainsi la vraie amplitude, & de n'observer l'astre sur la Bouffole qu'à son lever ou à son coucher, il vaut mieux se servir de la vraie amplitude même; mais avoir aussi le soin d'observer l'astre, lorsqu'ayant quelque hauteur aparente, il est exactement dans l'horison rationel. Il n'y aura de cette sorte point tant à craindre des irregularitez de la réfraction, non plus que de la diversité des distances de l'Observateur à l'extrémité apparente de la Mer. Car on peut démontrer que ce n'est pas dans la rigueur, l'inclinaison de l'horison visuel; mais la distance à l'extrémité apparente de la Mer, réduite en minutes de grand cercle, qu'il faut ajouter à la refraction horizontale, pour avoir la quantité dont les astres sont réellement au-dessous de l'horison, lorsqu'ils paroissent se lever ou se coucher.

III.

Qu'au lieu d'aporter, comme nous venons de le faire, quelque modification à la Table des amplitudes, il vaut mieux tâcher d'observer les astres lorsqu'ils sont exactement dans l'horison rationel.

Pour se convaincre que ce second expédient est préférable au premier, on n'a qu'à remarquer que la réfraction horizontale est sujette à des irrégularitez de 17 ou 18 min. pendant qu'à un demi degré de hauteur apparente, la réfraction souffre à peine des variétez de 9 ou 10 min. On peut consulter sur cela les Observations du sçavant M. Cassini, qui trouva le 19 de Décembre 1712. à 2 min. 40 sec. de hauteur, que la réfraction étoit de 51 min. 4 sec. plus grande de 18 ou 19 min. que celle qu'on trouve ordinairement : Au lieu qu'on peut regarder comme les deux réfractions les plus différentes qu'on ait observées à 31 min. de hauteur, celle de 36 min. 9 sec. & l'autre de 27 min. l'une le 19 Novembre 1712, & l'autre le 24 Aoust de l'année suivante. Or lorsqu'on observe les astres sur la Boussole dans l'instant qu'ils paroissent se lever ou se coucher, & qu'on apporte pour cela quelque modification à l'amplitude qui est marquée dans la Table, on s'expose à se tromper beaucoup ; puisqu'il se peut faire qu'on employe l'équation qui convient à 32. min. de réfraction, quoiqu'elle soit alors effectivement de 40 ou 50 min. Mais ce n'est pas la même chose, si on laisse l'amplitude des Tables dans l'état où elle est, & qu'on soit exact en même temps à n'observer l'astre que lorsqu'il est dans l'horison rationel ; car il faut pour cela qu'il soit à près d'un demi

degré de hauteur apparente, & les anomalies de la réfraction sont alors environ deux fois plus petites. Ainsi au lieu d'alterer les amplitudes pour les accommoder au temps de l'observation, il vaut beaucoup mieux accommoder l'observation au moment préfix pour lequel la Table est construite.

Mais comme on se dispense souvent dans les choses de pratique de suivre rigoureusement les regles, sans que les opérations en deviennent pour cela moins exactes, il suffit ici d'observer le Soleil lorsque le bord inférieur de son disque paroît élevé au-dessus de l'horison, à la vûe simple, d'environ la moitié de son diamètre apparent; & alors cet astre sera à peu près dans l'horison rationel. Quand on voudra faire les choses dans la dernière précision, & ne rien négliger, il n'y aura qu'à se servir de l'instrument représenté dans la figure 7, pour mesurer la hauteur. La réfraction qui élève en Eté de 32 ou 33 min. les astres, lorsqu'ils sont au-dessous de l'horison rationel de cette même quantité, ne les élève que d'environ 28 min. lorsqu'ils sont dans l'horison rationel même. Ainsi c'est à cette hauteur apparente qu'il faut les observer, pour qu'ils n'ayent point effectivement de hauteur; après cependant y avoir ajoûté l'inclinaison de l'horison visuel, qui contribuë encore à les faire paroître un peu plus haut. Suposé donc qu'on fût à 20 pieds d'élévation au-dessus de la surface de la Mer, ce qui donne environ 5 min. d'inclinaison à l'horison visuel, il faudroit mettre environ 33 min. entre les deux pinnules *G* & *H* du quart du cercle, & appliquant ensuite l'œil à la pinnule *F* du centre, il faudroit attendre qu'on pût voir l'horison par la pinnule *G* & l'astre par la pinnule *H*. L'astre seroit alors exactement dans l'horison rationel, & auroit l'amplitude que lui attribué la Table. C'est pourquoi il n'y auroit donc plus, pour découvrir la déclinaison de l'aiguille, qu'à comparer cette amplitude

plitude avec celle qu'on observeroit sur la Bouffole.

IV.

Que comme on ne peut pas toujours trouver la variation de la Bouffole par la comparaison des amplitudes, il est absolument nécessaire de se servir quelquefois des astres qui ont quelque hauteur.

Mais si cette méthode de trouver la variation est toujours assez exacte, il arrive d'un autre côté, qu'on n'a pas toujours la liberté de l'employer, parce que le Ciel n'est pas assez pur proche de l'horison. Quelquefois le Soleil paroît tout le jour dans tout son éclat, & que ce n'est qu'à son coucher où il est attendu par le Pilote impatient, qu'il se couvre de nuages, qui ne permettent plus de le voir: de sorte qu'il n'est pas sans exemple que pendant un mois de la plus belle saison, on n'ait pû l'observer que deux ou trois fois. Il seroit cependant à souhaiter qu'on pût le faire tous les jours; car le Navire qui singe à pleine voile, & qui avance en 24. heures quelquefois de cent lieues, passe continuellement dans des endroits où la déclinaison de l'aiguille est différente, & tant qu'on ne pourra pas la découvrir très-souvent, on connoîtra non seulement avec moins d'exactitude le rumbs sur lequel on fait route; mais on laissera encore dans le même état, & sans en retirer aucune utilité, la partie de la science magnétique, qui peut avoir un raport plus immédiat au Problème des longitudes Hydrographiques. Il est donc absolument nécessaire d'avoir quelquefois recours aux astres, lorsqu'ils sont à une hauteur considérable au-dessus de l'horison. On sçait que nous le pouvons faire avec quelque apparence de succès; puisque nous avons vû dans la premiere partie une maniere assez exacte de trouver alors sur la Bouffole l'azimuth ou le rumbs dans lequel les astres répondent. Je sçai bien que le calcul qu'il faut faire en même tems pour

découvrir le vrai azimuth ou la situation de l'astre par rapport au vrai Est ou au vrai Oüest, paroîtra toujours trop long à quelques Pilotes, pour qu'ils l'entreprennent volontiers: Mais ce ne sera point là au moins un obstacle pour ceux de cette profession, qui aiment à remplir leur devoir, & qui ne se dispensoient de se servir en Mer de cette méthode, que parce qu'ils la trouvoient défectueuse

V.

Moïen, en se servant d'une Table, de trouver la variation, par les astres qui sont dans le cercle horaire de 6 heures.

C'Est pour en faciliter encore l'usage, que nous avons calculé l'azimuth des astres qui sont dans le cercle horaire de six heures; ce qui mettra les Marins en état d'observer beaucoup plus souvent la déclinaison de l'aiguille, puisque le Ciel est presque toujours plus serein & plus pur à une certaine hauteur, qu'il ne l'est à l'horison. La Table que nous inserons ici est construite pour toutes les hauteurs polaires jusqu'à 80 degr. & s'étend à tous les astres qui ne sont pas éloignés de l'équateur de plus de 24 degr. Elle indique deux choses; la hauteur à laquelle doit être l'astre, lorsqu'il faut l'observer, & l'angle que fait alors son azimuth avec le premier vertical; ou ce qui revient au même, la distance de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest, à mesurer sur l'horison. Si on est, par exemple, par 62 degrez de hauteur polaire, & que l'astre ait 9 degr. de déclinaison, on trouvera dans la Table 7 degr. 56 min. & 4 degr. 15 min. Le premier de ces nombres nous apprend la hauteur vraie à laquelle il faut observer l'astre pour qu'il soit dans le cercle horaire de six heures, & le second 4 degr. 15 min. exprime la distance au vrai Est ou au vrai Oüest. De sorte que si l'astre se trouve à cette même distance de l'Est ou de l'Oüest de la Boussole & du même côté, ce sera une marque que les rums du compas répondent à ceux du Monde, & qu'il n'y a par conséquent point de variation.

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical ;
lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

DE CLINAISONS

D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 2	0. 4	0. 6	0. 8	0. 11	0. 13	0. 15	0. 17	0. 19	0. 21	0. 23	0. 25
	1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	10. 0	11. 0	12. 0
4	0. 4	0. 8	0. 13	0. 17	0. 21	0. 25	0. 29	0. 33	0. 38	0. 42	0. 46	0. 50
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 59	5. 59	6. 59	7. 59	8. 59	9. 58	10. 58	11. 58
6	0. 7	0. 13	0. 19	0. 25	0. 32	0. 38	0. 44	0. 50	0. 57	1. 3	1. 9	1. 15
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 58	5. 58	6. 58	7. 57	8. 57	9. 57	10. 56	11. 56
8	0. 9	0. 17	0. 26	0. 34	0. 43	0. 50	0. 58	1. 6	1. 15	1. 23	1. 31	1. 39
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 58	4. 57	5. 56	6. 55	7. 55	8. 54	9. 54	10. 53	11. 53
10	0. 11	0. 20	0. 32	0. 41	0. 52	1. 2	1. 13	1. 23	1. 34	1. 43	1. 54	2. 4
	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 54	7. 53	8. 5	9. 51	10. 50	11. 49
12	0. 13	0. 24	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 28	1. 40	1. 52	2. 4	2. 17	2. 29
	0. 58	1. 57	2. 56	3. 55	4. 54	5. 52	6. 51	7. 50	8. 48	9. 47	10. 46	11. 45
14	0. 14	0. 29	0. 44	0. 59	1. 12	1. 27	1. 42	1. 56	2. 10	2. 25	2. 39	2. 53
	0. 58	1. 56	2. 55	3. 53	4. 51	5. 49	6. 47	7. 46	8. 44	9. 42	10. 41	11. 39
16	0. 16	0. 34	0. 50	1. 7	1. 22	1. 39	1. 56	2. 12	2. 28	2. 45	3. 1	3. 17
	0. 57	1. 55	2. 53	3. 51	4. 48	5. 46	6. 44	7. 42	8. 39	9. 37	10. 35	11. 33
18	0. 19	0. 38	0. 56	1. 15	1. 32	1. 51	2. 10	2. 28	2. 46	3. 5	3. 23	3. 41
	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 46	5. 42	6. 39	7. 37	8. 34	9. 31	10. 28	11. 26
20	0. 21	0. 42	1. 2	1. 23	1. 42	2. 3	2. 24	2. 44	3. 4	3. 25	3. 45	4. 5
	0. 56	1. 53	2. 49	3. 46	4. 42	5. 38	6. 35	7. 31	8. 28	9. 25	10. 21	11. 18
22	0. 23	0. 46	1. 8	1. 31	1. 52	2. 1	2. 37	2. 59	3. 21	3. 44	4. 6	4. 28
	0. 56	1. 51	2. 47	3. 43	4. 38	5. 34	6. 30	7. 25	8. 2	9. 17	10. 13	11. 9
24	0. 25	0. 50	1. 14	1. 39	2. 2	2. 27	2. 50	3. 14	3. 38	4. 3	4. 27	4. 51
	0. 55	1. 50	2. 44	3. 39	4. 34	5. 29	6. 24	7. 19	8. 14	9. 9	10. 4	10. 59
26	0. 27	0. 54	1. 20	1. 46	2. 11	2. 38	3. 3	3. 29	3. 55	4. 22	4. 48	5. 14
	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 12	8. 6	9. 0	9. 54	10. 49
28	0. 29	0. 57	1. 25	1. 53	2. 21	2. 49	3. 16	3. 44	4. 12	4. 41	5. 8	5. 26
	0. 53	1. 46	2. 40	3. 32	4. 25	5. 18	6. 11	7. 4	7. 57	8. 51	9. 44	10. 38
30	0. 31	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 0	3. 29	3. 59	4. 29	4. 59	5. 28	5. 58
	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	4. 20	5. 12	6. 4	6. 56	7. 48	8. 41	9. 33	10. 26
31	0. 32	1. 3	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 36	4. 6	4. 37	5. 8	5. 38	6. 9
	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 52	7. 44	8. 36	9. 27	10. 20
32	0. 32	1. 5	1. 36	2. 8	2. 40	3. 12	3. 43	4. 13	4. 45	5. 17	5. 48	6. 20
	0. 51	1. 42	2. 33	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 48	7. 39	8. 30	9. 21	10. 13
33	0. 33	1. 7	1. 39	2. 12	2. 43	3. 17	3. 49	4. 20	4. 53	5. 26	5. 58	6. 31
	0. 51	1. 41	2. 31	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 44	7. 34	8. 25	9. 15	10. 7
34	0. 34	1. 8	1. 42	2. 15	2. 49	3. 22	3. 55	4. 27	5. 1	5. 35	6. 8	6. 41
	0. 50	1. 40	2. 29	3. 19	4. 9	5. 59	6. 49	7. 39	8. 29	9. 19	9. 9	10. 0
35	0. 35	1. 10	1. 44	2. 18	2. 53	3. 27	4. 1	4. 34	5. 5	5. 44	6. 18	6. 52
	0. 49	1. 39	2. 27	3. 16	4. 6	5. 56	6. 45	7. 34	8. 24	9. 14	9. 4	10. 5
36	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 57	3. 32	4. 7	4. 41	5. 17	5. 53	6. 27	7. 1
	0. 48	1. 37	2. 25	3. 14	4. 4	5. 52	6. 40	7. 29	8. 18	9. 8	8. 56	9. 45
37	0. 36	1. 12	1. 48	2. 24	3. 1	3. 37	4. 13	4. 48	5. 25	6. 1	6. 36	7. 11
	0. 48	1. 36	2. 23	3. 12	4. 0	5. 48	6. 36	7. 24	8. 13	9. 2	8. 50	9. 38
38	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 55	5. 32	6. 9	6. 44	7. 21
	0. 47	1. 35	2. 22	3. 9	4. 56	5. 44	6. 31	7. 19	8. 7	9. 55	8. 43	9. 31
39	0. 38	1. 16	1. 54	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 2	5. 39	6. 17	6. 53	7. 31
	0. 46	1. 34	2. 20	3. 7	4. 53	5. 41	6. 27	7. 14	8. 1	9. 48	8. 36	9. 23
40	0. 39	1. 17	1. 56	2. 34	3. 13	3. 52	4. 30	5. 8	5. 46	6. 25	7. 2	7. 41
	0. 46	1. 32	2. 18	3. 4	4. 50	5. 38	6. 22	7. 9	7. 55	8. 41	8. 28	9. 15
41	0. 39	1. 19	1. 58	2. 37	3. 17	3. 57	4. 35	5. 14	5. 53	6. 33	7. 11	7. 51
	0. 45	1. 31	2. 16	3. 5	4. 47	5. 35	6. 18	7. 4	7. 49	8. 35	8. 21	9. 7
42	0. 40	1. 20	2. 0	2. 40	3. 21	4. 1	4. 40	5. 20	6. 1	6. 41	7. 20	8. 0
	0. 44	1. 29	2. 13	3. 58	4. 39	5. 28	6. 13	7. 58	8. 43	9. 28	8. 13	8. 59
43	0. 41	1. 22	2. 3	3. 44	4. 25	5. 6	5. 36	6. 17	7. 8	7. 49	8. 29	9. 9
	0. 44	1. 28	2. 12	3. 56	4. 37	5. 26	6. 11	7. 56	8. 41	9. 26	8. 11	8. 57

HAUTEURS POLAIRES.

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

DE CLINAISONS.

HAUTEURS POLAIRES.

D.	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 27	0. 29	0. 31	0. 33	0. 35	0. 37	0. 39	0. 41	0. 43	0. 45	0. 47	0. 49
	12. 59	13. 59	14. 59	15. 59	16. 59	17. 59	18. 59	19. 59	20. 59	21. 59	22. 59	23. 59
4	0. 54	0. 58	1. 2	1. 6	1. 10	1. 14	1. 18	1. 22	1. 26	1. 30	1. 34	1. 38
	12. 58	13. 58	14. 58	15. 58	16. 58	17. 58	18. 57	19. 57	20. 57	21. 57	22. 57	23. 57
6	1. 21	1. 27	1. 34	1. 40	1. 46	1. 52	1. 58	2. 2	2. 8	2. 14	2. 20	2. 26
	12. 56	13. 56	14. 55	15. 55	16. 55	17. 54	18. 54	19. 54	20. 54	21. 54	22. 53	23. 53
8	1. 48	1. 56	2. 4	2. 12	2. 20	2. 28	2. 36	2. 44	2. 52	3. 0	3. 8	3. 16
	12. 52	13. 52	14. 52	15. 51	16. 51	17. 50	18. 50	19. 49	20. 49	21. 48	22. 48	23. 47
10	2. 15	2. 25	2. 35	2. 45	2. 54	3. 4	3. 14	3. 24	3. 34	3. 44	3. 54	4. 3
	12. 48	13. 48	14. 47	15. 46	16. 45	17. 44	18. 44	19. 43	20. 42	21. 42	22. 41	23. 41
12	2. 41	2. 53	3. 5	3. 17	3. 29	3. 41	3. 52	4. 4	4. 16	4. 28	4. 40	4. 51
	12. 44	13. 42	14. 41	15. 40	16. 39	17. 38	18. 37	19. 36	20. 35	21. 34	22. 33	23. 32
14	3. 7	3. 21	3. 35	3. 49	4. 3	4. 17	4. 30	4. 44	4. 58	5. 12	5. 26	5. 39
	12. 37	13. 36	14. 34	15. 33	16. 31	17. 30	18. 28	19. 27	20. 25	21. 24	22. 23	23. 22
16	3. 33	3. 49	4. 5	4. 21	4. 37	4. 53	5. 8	5. 24	5. 40	5. 56	6. 11	6. 26
	12. 31	13. 29	14. 27	15. 24	16. 23	17. 21	18. 19	19. 17	20. 15	21. 13	22. 11	23. 10
18	3. 59	4. 17	4. 35	4. 53	5. 11	5. 29	5. 46	6. 4	6. 22	6. 39	6. 56	7. 13
	12. 23	13. 20	14. 17	15. 15	16. 12	17. 10	18. 8	19. 6	20. 3	21. 1	21. 59	12. 57
20	4. 25	4. 45	5. 5	5. 25	5. 45	6. 5	6. 24	6. 44	7. 3	7. 22	7. 41	8. 0
	12. 14	13. 11	14. 8	15. 5	16. 2	16. 59	17. 56	18. 53	19. 50	20. 47	21. 44	22. 42
22	4. 50	5. 12	5. 34	5. 55	6. 17	6. 39	7. 0	7. 22	7. 43	8. 4	8. 24	8. 45
	12. 5	13. 1	13. 57	14. 53	15. 49	16. 46	17. 42	18. 39	19. 35	20. 32	21. 28	22. 26
24	5. 15	5. 39	6. 2	6. 25	6. 49	7. 13	7. 36	8. 0	8. 22	8. 45	9. 7	9. 30
	11. 54	12. 50	13. 45	14. 41	15. 36	16. 32	17. 28	18. 24	19. 20	20. 16	21. 12	22. 8
26	5. 39	6. 5	6. 30	6. 55	7. 21	7. 47	8. 12	8. 37	9. 1	9. 36	9. 50	10. 15
	11. 43	12. 38	13. 32	14. 27	15. 22	16. 17	17. 12	18. 7	19. 1	19. 57	20. 52	21. 48
28	5. 3	6. 31	6. 58	7. 25	7. 53	8. 20	8. 47	9. 14	9. 40	10. 17	10. 33	11. 0
	11. 31	12. 25	13. 18	14. 12	15. 6	16. 0	16. 54	17. 49	18. 43	19. 38	20. 33	21. 28
30	6. 27	6. 57	7. 26	7. 55	8. 25	8. 54	9. 22	9. 51	10. 19	10. 48	11. 16	11. 44
	11. 18	12. 11	13. 4	13. 57	14. 50	15. 43	16. 36	17. 30	18. 23	19. 17	20. 11	23. 5
31	6. 39	7. 10	7. 40	8. 9	8. 40	9. 10	9. 39	10. 9	0. 38	11. 8	11. 37	12. 5
	11. 11	12. 4	12. 56	13. 49	14. 41	15. 34	16. 26	17. 20	18. 13	19. 6	20. 0	20. 53
32	6. 51	7. 22	7. 53	8. 23	8. 55	9. 26	9. 56	10. 27	10. 57	11. 27	11. 56	12. 26
	11. 4	11. 56	12. 48	13. 40	14. 32	15. 24	16. 16	17. 9	18. 2	18. 55	19. 48	20. 41
33	7. 3	7. 34	8. 6	8. 38	9. 10	9. 42	10. 13	10. 45	11. 16	11. 46	12. 16	12. 47
	10. 57	11. 49	12. 40	13. 31	14. 23	15. 15	16. 6	16. 58	17. 51	18. 43	19. 36	20. 29
34	7. 14	7. 46	8. 19	8. 52	9. 25	9. 57	10. 30	11. 2	11. 34	12. 5	12. 36	13. 8
	10. 50	11. 41	12. 31	13. 22	14. 13	15. 5	15. 56	16. 47	17. 39	18. 31	19. 23	20. 16
35	7. 25	7. 58	8. 32	9. 5	9. 40	10. 13	10. 46	11. 19	11. 52	12. 24	12. 56	13. 29
	10. 42	11. 33	12. 23	13. 13	14. 4	14. 55	15. 45	16. 36	17. 28	18. 19	19. 10	20. 3
36	7. 36	8. 10	8. 45	9. 19	9. 55	10. 28	11. 2	11. 36	12. 10	12. 43	13. 16	13. 50
	10. 34	11. 24	12. 14	13. 4	13. 54	14. 44	15. 34	16. 25	17. 15	18. 6	18. 57	19. 49
37	7. 47	8. 22	8. 58	9. 33	10. 9	10. 43	11. 18	11. 53	12. 28	13. 2	13. 36	14. 10
	10. 27	11. 16	12. 5	12. 54	13. 45	14. 33	15. 23	16. 13	17. 3	17. 53	18. 44	19. 35
38	7. 58	8. 34	9. 11	9. 46	10. 23	11. 58	11. 34	12. 9	12. 45	13. 20	13. 55	14. 30
	10. 19	11. 7	11. 55	12. 44	13. 33	14. 23	15. 11	16. 0	16. 50	17. 40	18. 30	19. 20
39	8. 9	8. 46	9. 23	9. 59	10. 37	11. 13	11. 49	12. 26	13. 2	13. 38	14. 14	14. 50
	10. 11	10. 58	11. 46	12. 34	13. 22	14. 11	14. 59	15. 48	16. 37	17. 26	18. 16	19. 5
40	8. 19	8. 57	9. 35	10. 12	10. 51	11. 28	12. 5	12. 42	13. 19	13. 56	14. 33	15. 2
	10. 2	10. 49	11. 36	12. 23	13. 11	13. 59	14. 47	15. 35	16. 23	17. 12	18. 2	18. 50
41	8. 29	9. 8	9. 47	10. 25	11. 4	11. 43	12. 20	12. 58	13. 36	14. 14	14. 51	15. 29
	9. 53	10. 40	11. 26	12. 13	13. 0	13. 47	14. 34	15. 22	16. 9	16. 58	17. 46	18. 34
42	8. 39	9. 19	9. 59	10. 38	11. 17	11. 57	12. 35	13. 14	13. 52	14. 31	15. 8	15. 46
	9. 44	10. 30	11. 16	12. 2	12. 48	13. 35	14. 21	15. 8	15. 55	16. 43	17. 30	18. 18
43	8. 49	9. 30	10. 11	10. 51	11. 30	12. 11	12. 50	13. 30	14. 9	14. 48	15. 27	16. 5
	9. 35	10. 20	11. 5	11. 51	12. 36	13. 22	14. 8	14. 54	15. 41	16. 28	17. 15	18. 2

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

DE CLINAISONS

HAUTEURS POLAIRES.

D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	D. M.
D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
44	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 10	4. 52	5. 33	6. 15	6. 57	7. 37	8. 28
	0. 43	1. 26	2. 9	2. 53	3. 36	4. 20	5. 3	5. 46	6. 30	7. 14	7. 58	8. 42
45	0. 42	1. 24	2. 7	2. 50	3. 32	4. 15	4. 57	5. 39	6. 22	7. 4	7. 45	8. 27
	0. 42	1. 25	2. 7	2. 50	3. 33	4. 16	4. 58	5. 41	6. 24	7. 7	7. 50	8. 33
46	0. 43	1. 25	2. 9	2. 53	3. 36	4. 19	5. 2	5. 45	6. 29	7. 11	7. 53	8. 36
	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 11	4. 53	5. 35	6. 17	6. 59	7. 41	8. 24
47	0. 44	1. 27	2. 12	2. 56	3. 40	4. 23	5. 7	5. 51	6. 35	7. 18	8. 1	8. 45
	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 47	5. 29	6. 10	6. 51	7. 32	8. 15
48	0. 45	1. 29	2. 14	2. 59	3. 43	4. 27	5. 12	5. 57	6. 41	7. 25	8. 9	8. 54
	0. 40	1. 20	2. 0	2. 41	3. 21	4. 1	4. 41	5. 22	6. 3	6. 44	7. 25	8. 6
49	0. 45	1. 30	2. 16	3. 1	3. 46	4. 31	5. 17	6. 2	6. 47	7. 32	8. 17	9. 2
	0. 39	1. 19	1. 58	2. 38	3. 17	3. 57	4. 36	5. 16	5. 56	6. 36	7. 16	7. 57
50	0. 45	1. 31	2. 17	3. 3	3. 49	4. 35	5. 21	6. 7	6. 53	7. 39	8. 24	9. 10
	0. 38	1. 17	1. 55	2. 34	3. 13	3. 52	4. 31	5. 10	5. 49	6. 38	7. 7	7. 47
51	0. 46	1. 33	2. 20	3. 6	3. 53	4. 39	5. 26	6. 13	6. 59	7. 46	8. 32	9. 18
	0. 37	1. 16	1. 53	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 4	5. 42	6. 20	6. 58	7. 37
52	0. 46	1. 35	2. 22	3. 9	3. 57	4. 43	5. 31	6. 19	7. 5	7. 53	8. 39	9. 26
	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 57	5. 34	6. 12	6. 49	7. 27
53	0. 47	1. 37	2. 24	3. 12	4. 0	4. 47	5. 36	6. 24	7. 11	8. 0	8. 46	9. 34
	0. 36	1. 13	1. 49	2. 25	3. 1	3. 37	4. 13	4. 50	5. 27	6. 4	6. 40	7. 17
54	0. 48	1. 38	2. 26	3. 15	4. 3	4. 51	5. 41	6. 29	7. 17	8. 6	8. 53	9. 41
	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 56	3. 32	4. 7	4. 43	5. 19	5. 55	6. 31	7. 7
55	0. 49	1. 39	2. 28	3. 17	4. 6	4. 55	5. 45	6. 34	7. 23	8. 12	9. 0	9. 48
	0. 34	1. 9	1. 43	2. 18	2. 52	3. 27	4. 2	4. 37	5. 12	5. 47	6. 22	6. 57
56	0. 50	1. 40	2. 30	3. 20	4. 9	4. 59	5. 49	6. 39	7. 28	8. 18	9. 7	9. 55
	0. 33	1. 7	1. 40	2. 14	2. 48	3. 22	3. 56	4. 30	5. 4	5. 38	6. 12	6. 47
57	0. 51	1. 41	2. 32	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 43	7. 33	8. 24	9. 13	10. 2
	0. 32	1. 6	1. 38	2. 11	2. 44	3. 17	3. 50	4. 23	4. 56	5. 29	6. 3	6. 37
58	0. 51	1. 42	2. 34	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 47	7. 38	8. 29	9. 19	10. 9
	0. 32	1. 4	1. 35	2. 7	2. 39	3. 11	3. 43	4. 15	4. 47	5. 20	5. 53	6. 26
59	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 51	7. 43	8. 34	9. 25	10. 16
	0. 31	1. 2	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 37	4. 8	4. 39	5. 11	5. 43	6. 15
60	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	4. 20	5. 12	6. 4	6. 55	7. 47	8. 39	9. 31	10. 22
	0. 30	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 1	3. 31	4. 1	4. 31	5. 2	5. 33	6. 4
62	0. 53	1. 46	2. 39	3. 32	4. 25	5. 18	6. 11	7. 5	7. 56	8. 49	9. 42	10. 34
	0. 28	0. 56	1. 24	1. 53	2. 21	2. 50	3. 18	3. 46	4. 15	4. 44	5. 13	5. 42
64	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 11	8. 5	8. 58	9. 52	10. 46
	0. 26	0. 53	1. 19	1. 45	2. 11	2. 38	3. 5	3. 32	3. 58	4. 25	4. 52	5. 19
66	0. 55	1. 50	2. 44	3. 39	4. 34	5. 29	6. 24	7. 18	8. 13	9. 7	10. 2	10. 57
	0. 24	0. 49	1. 13	1. 38	2. 2	2. 27	2. 51	3. 16	3. 41	4. 6	4. 31	4. 56
68	0. 56	1. 52	2. 47	3. 42	4. 38	5. 34	6. 30	7. 25	8. 20	9. 15	10. 11	11. 7
	0. 22	0. 45	1. 7	1. 3	1. 52	1. 15	1. 38	2. 1	2. 24	2. 47	3. 10	3. 33
70	0. 56	1. 53	2. 49	3. 45	4. 42	5. 38	6. 36	7. 31	8. 27	9. 23	10. 20	10. 16
	0. 20	0. 41	1. 1	1. 2	1. 42	2. 3	2. 24	2. 45	3. 6	3. 27	3. 48	4. 9
72	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 45	5. 42	6. 40	7. 36	8. 33	9. 30	10. 27	11. 24
	0. 18	0. 37	0. 55	1. 14	1. 33	1. 52	2. 10	2. 29	2. 48	3. 7	3. 26	3. 45
74	0. 58	1. 55	2. 53	3. 50	4. 48	5. 46	6. 44	7. 41	8. 38	9. 36	10. 34	11. 31
	0. 16	0. 33	0. 49	1. 6	1. 23	1. 40	1. 56	2. 13	2. 30	2. 47	3. 4	3. 21
76	0. 58	1. 56	2. 54	3. 52	4. 51	5. 49	6. 47	7. 45	8. 43	9. 41	10. 40	11. 38
	0. 14	0. 29	0. 43	0. 58	1. 12	1. 27	1. 42	1. 57	2. 12	2. 27	2. 42	2. 57
78	0. 59	1. 57	2. 56	3. 54	4. 53	5. 52	6. 50	7. 49	8. 48	9. 47	10. 45	11. 44
	0. 12	0. 25	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 27	1. 40	1. 53	2. 6	2. 19	2. 32
80	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 53	7. 53	8. 51	9. 50	10. 49	11. 49
	0. 10	0. 21	0. 31	0. 42	0. 52	1. 3	1. 13	1. 24	1. 34	1. 45	1. 56	2. 7

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

DE CLINAISONS.

HAUTEURS POLAIRES.

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
44	8. 59	9. 41	10. 22	11. 3	11. 43	12. 24	13. 5	13. 45	14. 25	15. 5	15. 45	16. 24
	9. 26	10. 10	10. 54	11. 39	12. 24	13. 9	13. 54	14. 40	15. 26	16. 12	16. 59	17. 46
45	9. 9	9. 51	10. 33	11. 15	11. 56	12. 37	13. 19	14. 0	14. 41	15. 22	16. 3	16. 43
	9. 17	10. 0	10. 44	11. 28	12. 12	12. 56	13. 41	14. 26	15. 11	15. 57	16. 43	17. 29
46	9. 19	10. 1	10. 44	11. 27	12. 9	12. 50	13. 33	14. 15	14. 57	15. 38	16. 20	17. 1
	9. 7	9. 50	10. 33	11. 16	11. 59	12. 43	13. 27	14. 11	14. 56	15. 41	16. 26	17. 11
47	9. 28	10. 11	10. 55	11. 39	12. 21	13. 3	13. 47	14. 29	15. 12	15. 54	16. 37	17. 18
	9. 39	10. 22	11. 4	11. 47	12. 30	13. 13	13. 56	14. 40	15. 25	16. 9	16. 53	
48	9. 37	10. 21	11. 6	11. 50	12. 33	13. 16	14. 0	14. 43	15. 27	16. 10	16. 53	17. 35
	8. 47	9. 28	10. 10	10. 52	11. 34	12. 16	12. 58	13. 41	14. 24	15. 7	15. 51	16. 35
49	9. 46	10. 31	11. 16	12. 1	12. 45	13. 29	14. 13	14. 57	15. 42	16. 26	17. 10	17. 53
	8. 37	9. 17	9. 58	10. 40	11. 21	12. 2	12. 44	13. 26	14. 8	14. 51	15. 33	16. 17
50	9. 55	10. 41	11. 26	12. 12	12. 57	13. 42	14. 26	15. 11	15. 57	16. 42	17. 26	18. 9
	8. 26	9. 6	9. 46	10. 27	11. 7	11. 48	12. 29	13. 10	13. 52	14. 34	15. 16	15. 58
51	10. 4	10. 50	11. 36	12. 23	13. 8	13. 54	14. 39	15. 24	16. 1	16. 56	17. 4	18. 25
	8. 16	8. 55	9. 34	10. 14	10. 54	11. 34	12. 14	12. 54	13. 35	14. 16	14. 58	15. 39
52	10. 12	10. 59	11. 46	12. 33	13. 19	14. 6	14. 42	15. 37	16. 15	17. 10	17. 56	18. 41
	8. 5	8. 44	9. 22	10. 1	10. 40	11. 19	11. 58	12. 38	13. 18	13. 58	14. 39	15. 20
53	10. 20	11. 8	11. 56	12. 43	13. 30	14. 18	14. 54	15. 50	16. 38	17. 24	18. 11	18. 57
	7. 54	8. 33	9. 10	9. 48	10. 26	11. 4	11. 42	12. 21	13. 1	13. 40	14. 20	15. 0
54	10. 28	11. 17	12. 5	12. 53	13. 41	14. 29	15. 16	16. 3	16. 51	17. 38	18. 26	19. 13
	7. 43	8. 20	8. 57	9. 3	10. 11	10. 49	11. 26	12. 4	12. 43	13. 22	14. 1	14. 40
55	10. 36	11. 25	12. 14	13. 3	13. 52	14. 40	15. 28	16. 16	17. 4	17. 52	18. 40	19. 28
	7. 32	8. 8	8. 44	9. 21	9. 57	10. 34	11. 10	11. 47	12. 25	13. 3	13. 41	14. 20
56	10. 44	11. 33	12. 23	13. 13	14. 2	14. 51	15. 39	16. 28	17. 17	18. 5	18. 54	19. 42
	7. 21	7. 56	8. 31	9. 7	9. 42	10. 18	10. 54	11. 30	12. 7	12. 44	13. 21	13. 59
57	10. 52	11. 41	12. 32	13. 22	14. 13	15. 1	15. 50	16. 40	17. 29	18. 18	19. 8	19. 56
	7. 10	7. 44	8. 18	8. 53	9. 27	10. 2	10. 37	11. 13	11. 49	12. 25	13. 1	13. 28
58	11. 0	11. 49	12. 41	13. 31	14. 22	15. 11	16. 1	16. 51	17. 41	18. 31	19. 21	20. 10
	6. 59	7. 33	8. 7	8. 38	9. 12	9. 46	10. 20	10. 55	11. 30	12. 5	12. 40	13. 16
59	11. 7	11. 57	12. 49	13. 40	14. 31	15. 21	16. 12	17. 2	17. 53	18. 44	19. 34	20. 24
	6. 47	7. 19	7. 52	8. 24	8. 57	9. 30	10. 3	10. 37	11. 11	11. 45	12. 20	12. 55
60	11. 14	12. 5	12. 57	13. 49	14. 40	15. 31	16. 22	17. 13	18. 5	18. 56	19. 47	20. 37
	6. 35	7. 6	7. 38	8. 10	8. 42	9. 14	9. 46	10. 19	10. 52	11. 25	11. 59	12. 33
62	11. 26	12. 19	13. 12	14. 5	14. 58	15. 49	16. 41	17. 33	18. 26	19. 18	20. 10	21. 1
	6. 11	6. 41	7. 10	7. 40	8. 10	8. 40	9. 11	9. 42	10. 13	10. 44	11. 16	11. 48
64	11. 38	12. 33	13. 27	14. 20	15. 13	16. 7	17. 0	17. 53	18. 47	19. 40	20. 33	21. 25
	5. 46	6. 14	6. 42	7. 16	7. 38	8. 6	8. 35	9. 4	9. 33	10. 3	10. 32	11. 1
66	11. 52	12. 46	13. 41	14. 35	15. 29	16. 24	17. 18	18. 13	19. 7	20. 1	20. 55	21. 49
	5. 22	5. 48	6. 13	6. 39	7. 5	7. 32	7. 58	8. 25	8. 52	9. 20	9. 48	10. 16
68	12. 2	12. 57	13. 53	14. 48	15. 43	16. 39	17. 34	18. 29	19. 24	20. 19	21. 14	22. 9
	4. 56	5. 20	5. 44	6. 8	6. 32	6. 56	7. 21	7. 46	8. 11	8. 36	9. 2	9. 28
70	12. 12	13. 38	14. 5	15. 1	15. 57	16. 53	17. 49	18. 45	19. 41	20. 37	21. 3	22. 28
	4. 30	4. 52	5. 14	5. 36	5. 58	6. 21	6. 43	7. 6	7. 29	7. 52	8. 16	8. 0
72	12. 21	13. 17	14. 15	15. 12	15. 8	17. 5	18. 2	18. 58	19. 56	20. 53	21. 49	22. 45
	4. 4	4. 23	4. 44	5. 4	5. 24	5. 44	6. 4	6. 25	6. 46	7. 7	7. 28	7. 50
74	12. 29	13. 26	14. 24	15. 22	15. 19	17. 16	18. 14	19. 11	20. 9	21. 7	22. 4	23. 1
	3. 38	3. 56	4. 13	4. 3	4. 49	5. 7	5. 25	5. 44	6. 2	6. 21	6. 40	7. 0
76	12. 36	13. 34	14. 32	15. 31	16. 29	17. 27	18. 25	19. 23	20. 21	21. 19	22. 17	23. 15
	3. 12	3. 27	3. 42	3. 58	4. 14	4. 30	4. 46	5. 2	5. 18	5. 35	5. 52	6. 9
78	12. 42	13. 41	14. 39	15. 39	16. 37	17. 35	18. 34	19. 33	20. 31	21. 30	22. 28	23. 27
	2. 45	2. 58	3. 11	3. 25	3. 38	3. 52	4. 6	4. 20	4. 34	4. 48	5. 2	5. 17
80	12. 48	13. 47	14. 46	15. 45	16. 44	17. 43	18. 42	19. 41	20. 40	21. 39	22. 38	23. 37
	2. 18	2. 29	2. 40	2. 51	3. 2	3. 14	3. 25	3. 37	3. 49	4. 1	4. 13	4. 25

VI.

Moyen de se servir de la Table ordinaire des amplitudes pour trouver la variation de la Boussole, par les astres qui sont dans le premier vertical.

Nous pouvons encore fournir aux Marins une autre occasion de trouver la déclinaison de l'aiguille, par l'azimuth d'un astre qui est élevé, & cela sans qu'ils soient obligés d'entrer dans aucun calcul. C'est lorsque les astres passent dans le premier vertical; & pour les prendre dans le moment précis de ce passage, il n'y a qu'à les observer à une certaine hauteur qu'on trouvera par le moyen des Tables ordinaires des amplitudes. Après avoir pris le complément de la hauteur polaire, on le fera convenir dans la Table comme si c'étoit une hauteur polaire même, avec la déclinaison de l'astre, & au lieu d'avoir l'amplitude, on trouvera la hauteur de l'astre, lorsqu'il passe dans le premier vertical. Cette pratique est fondée sur ce que cette hauteur qu'on veut découvrir, est l'hypothénuse d'un triangle sphérique rectangle, dont on connoît un des angles obliques, & le côté opposé, & sur ce qu'on peut se servir dans une pareille circonstance, de toutes les Tables qui sont déjà construites pour donner l'hypothénuse de quelque autre triangle sphérique, dont on connoît également un des angles obliques, & le côté opposé. Supposé donc qu'on soit par 40 degr. de hauteur polaire, & que l'astre soit éloigné de l'équateur de 6 degr. il n'y a qu'à chercher dans la Table ordinaire des amplitudes, dans celle qui est insérée, par exemple, dans le Livre de la Connoissance des temps de 1729, & des

années précédentes ; il n'y a , dis-je , qu'à chercher 50 degr. au haut , & 6 degr. dans la premiere colonne , & on apprendra que l'astre est élevé de 9 deg. 22 min. lorsqu'il passe dans le premier vertical. Ainsi lorsqu'on l'observera à cette hauteur , il indiquera le point du vrai Est ou du vrai Oüest , & il n'y aura donc qu'à examiner en même temps la situation de la Bouffole. Lorsque le Soleil est du côté du Pole abaissé , on ne le voit point passer par le premier vertical ni par le cercle horaire de six heures ; ce qui empêche de se servir alors de cet astre dans les deux cas marqués : mais il y a toujours du côté du Pole élevé plusieurs étoiles qui sont propres à ces sortes d'observations.

VII.

Qu'il est assez difficile de trouver exactement la variation par des instrumens qu'on orienteroit à peu près comme on dispose certains cadrans portatifs.

ENfin si on n'a point eu la commodité de découvrir la variation de la Bouffole dans l'une de ces trois occasions , ou lorsque l'astre se levoit ou se couchoit , ou lorsqu'il passoit par le cercle horaire de 6 heures , ou lorsqu'il passoit par le premier vertical , il faudra avoir recours au calcul pour trouver par la trigonometrie sphérique le vrai azimuth. C'est ce qui est expliqué trop au long dans plusieurs Traitez de Marine , pour que nous soyons obligés d'insister sur la maniere de faire ce calcul. Nous nous contenterons de dire qu'il n'y a gueres lieu d'espérer qu'on puisse éviter la longueur de l'opération , en se servant de quelques figures , ou en employant quelques instrumens particuliers : On ne peut toujours parvenir par
tous

tous ces moyens qu'à une détermination trop grossière & trop éloignée d'une certaine exactitude. Nous ne sçaurions croire, par exemple, qu'on puisse se servir avec succès de l'anneau astronomique universel, placé au-dessus d'une boussole ainsi qu'on le voit représenté dans quelques Livres, comme dans le *Traité, Pratical Navigation, or an introduction to the wol Art* de M. Seller Hydrographe Anglois. On oriente cet instrument, comme pour observer l'heure, & l'anneau situé alors selon les Régions du Monde, rend sensible la variation de la Boussole qui est placée au-dessous. Mais outre qu'on n'a point de cette sorte égard à la réfraction, & qu'on ne peut pas d'un autre côté donner une grandeur suffisante à l'anneau; quelle difficulté ne doit-il pas y avoir encore à l'orienter sur un Navire, où il n'est pas possible qu'un instrument prenne de lui-même une situation exactement verticale?

Puisqu'il est comme décidé que ce n'est qu'en se servant de l'horison sensible ou visuel qu'on peut entretenir un instrument dans un état constant, il faut que ce soit le Pilote qui le soutienne, & afin qu'il l'orienté en même temps sans avoir besoin du secours d'aucune autre personne, il faut qu'en visant à l'horison, il puisse examiner si le rayon de l'astre tombe précisément dans l'endroit convenable. Voilà les deux conditions qui doivent, avec une construction exacte, caractériser un instrument parfait dans ce genre: Et cela supposé, on ne peut gueres lui donner que la forme que nous avons représentée dans la figure 8. *AC* est une regle de 18 ou 20 pouces de long, qu'on dispose horizontalement, en appliquant l'œil à la pinnule *B*, & en regardant l'extrémité apparente de la Mer par la fente de la pinnule *D*. Cette regle porte un demi cercle *EFG* divisé en degrez, qui sert à donner à la regle mobile *CH* attachée au centre *C*, la même situation qu'à l'axe du Monde. On fait glisser le long de cette

derniere regle le demi cercle KNM qui est situé perpendiculairement au reste de l'instrument, & qui représente un parallele à l'équateur, & on éloigne ce demi cercle du centre C , ou on l'en approche, en comptant depuis C jusqu'en L sur la regle CH que nous supposons graduée, la déclinaison du Soleil. On voit assez qu'il sera facile de graduer cette regle; car si on prend le semidiametre NL du demi cercle KNM pour sinus total, les diverses parties CL seront les tangentes des différentes déclinaisons du Soleil, ou des angles, comme CNL formés par les rayons de cet astre, & par le plan du demi cercle KNM , qui est parallele à l'équateur. Enfin la construction entiere de l'instrument ne sera pas plus difficile; & son usage sera aussi tout-à-fait simple, puisqu'il suffira de viser à l'horizon par les pinnules B & D , & de faire tomber le bord de l'ombre du demi cercle KNM sur le point C ; pour que la regle AC se trouve disposée dans le plan du méridien, & qu'elle puisse faire connoître la variation des Boussoles qu'on mettra à côté. Cependant il nous paroît encore que quoique cet instrument ait, peut-être, toute la perfection qu'on puisse lui donner, il s'en faut beaucoup qu'il doive faire trouver la variation avec la même exactitude que lorsqu'on se sert du calcul. Car on est toujours exposé à commettre ces erreurs inevitables qui se trouvent dans toutes les opérations, & elles doivent être ici à peu près les mêmes que lorsqu'on cherche la hauteur d'un astre & son azimuth par le moyen de l'instrument de la figure 7. On observe en effet les mêmes choses, quoiqu'on le fasse d'une maniere implicite. Mais la hauteur de l'astre & son azimuth étant ou déterminés ou comme déterminés, il vaut infiniment mieux déduire le reste par supputation, que de le vouloir trouver par la seule construction de l'instrument; puisque cet instrument sera toujours sujet à quelques défauts dans sa disposi-

tion particuliere , & que ces défauts produiront de nouvelles erreurs que ne produiroit pas le calcul.

VIII.

Du choix que nous avons à faire dans la partie suivante.

IL nous resteroit à parler encore de quelques autres moyens proposés par differens Auteurs : Mais comme ils se réduisent tous aux mêmes élémens , & qu'ils suposent à peu près les mêmes principes , il n'est pas nécessaire d'étendre davantage cette seconde partie , que nous avons bien moins destinée à l'explication de plusieurs moyens déjà assez connus , qu'à tâcher de leur conferer à tous quelques nouveaux degrez de facilité ou d'exactitude , en perfectionnant les différentes opérations dont ils peuvent être formés. Il est évident d'ailleurs qu'il n'y a point de méthode qui soit d'un usage plus étendu que celle de trouver la variation par une seule observation. Ainsi le choix que nous nous proposons de faire dans la partie suivante , ne doit pas tant tomber sur les divers moyens qu'on peut employer , que sur les deux différentes applications qu'on peut faire du même. Il s'agit de déterminer en quel endroit du Ciel il faut que l'astre soit , pour que toute l'opération se trouve plus exacte : Il faut marquer si l'astre doit être dans l'horison ou à une certaine hauteur. On verra aussi qu'il suffit de faire ce choix avec connoissance de cause , pour pouvoir prononcer sur le mérite de toutes les autres méthodes de trouver la variation , & pour reconnoître dans quelles circonstances on peut principalement les employer. Nous pourrions , peut-être , encore promettre davantage ; car nous sommes per-

36 *Des moyens de terminer la variation.*

suadés qu'on ne peut pas résoudre la question présente; en entrant dans le dernier détail de la chose, & en se conduisant d'une manière un peu rigoureuse, sans répandre en même temps quelques lumières sur divers points d'Astronomie. Il est toujours certain que nous ne pouvons pas réussir dans notre entreprise, sans fournir une méthode réglée de distinguer toujours entre plusieurs constructions ou opérations qui servent de solutions au même problème, celles qui sont les meilleures dans la pratique; ce qui ne peut pas manquer de contribuer à promouvoir une science comme l'Astronomie, qui est toute fondée sur le choix & sur l'usage des observations.





TROISIÈME PARTIE.

*Du choix entre les divers moyens d'observer la
variation.*

I.

*De la maniere dont on peut choisir entre plusieurs
méthodes qui sont également bonnes dans la théorie.*

LEs défauts des instrumens dont nous sommes obligés de nous servir , & l'imperfection de nos sens, sont cause que nous nous trompons toujours de quelque chose dans nos opérations. On doit sans doute se proposer la plus grande justesse ; on doit agir avec une attention aussi scrupuleuse que si on prétendoit ne se point tromper du tout : Mais après cela il faut se contenter de l'exactitude qu'on peut obtenir. Il suffit ici, par exemple, de commettre quelque erreur, ou en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique, ou en prenant la hauteur de l'astre, qui sert à trouver le vrai azimuth, pour se tromper dans la déclinaison de l'aiguille. On ne doit pas attendre du hazard que ces erreurs se corrigent mutuellement, quoique cela puisse arriver quelquefois : Mais on peut examiner dans quelles rencontres elles tirent moins à conséquence. Il n'y a pour cela qu'à les considérer dès leurs origines, examiner leurs effets dans chaque partie de l'opération, & les suivre jusques dans le dernier résultat : à peu près de la même maniere que dans le calcul des fluxions, on trouve le changement qu'ap-

porte à une expression algébrique la variabilité de quelqu'une des quantités dont elle est formée. Toutes les méthodes qu'il s'agit de comparer, sont, si on le veut, parfaitement légitimes, elles sont rigoureusement géométriques, *αριθμῶς γεωμετρικαί*: Mais il n'est pas surprenant que les mêmes erreurs commises dans les observations dont on a besoin, & qu'on prend pour fondement du calcul, mettent dans la pratique, en se compliquant de diverses manières, une grande différence entre des méthodes qui sont également bonnes dans la spéculation.

Ce que nous venons de dire qu'on doit considérer les erreurs dès leurs origines, & voir à quoi elles se réduisent en les suivant dans leur propagation; à peu près comme on cherche dans le calcul différentiel l'augmentation ou la diminution que reçoit un polynome ou une quantité algébrique, par le changement infiniment petit que souffre quelqu'un de ses facteurs; cela, dis-je, suffit pour donner une idée aux Géomètres, de la manière dont nous devons nous conduire dans le choix que nous nous proposons de faire. Comme les erreurs dont nous voulons découvrir le résultat, sont toujours très-petites en comparaison des quantités qu'elles altèrent, que ces erreurs ne sont ici que de petits arcs de 10, de 15 ou de 20 minutes, qui sont sensiblement de petites lignes droites, nous pouvons employer le calcul différentiel même, & considérer ces erreurs comme si elles étoient des fluxions ou des différentielles; parce que si elles sont effectivement plus grandes, elles suivent au moins toujours sensiblement les mêmes rapports. On n'avoit, peut-être, point encore donné cet usage au calcul différentiel: Il faut convenir qu'il n'y a pas grand mérite à y avoir pensé; mais on ose cependant assurer, qu'on peut tirer de très-grands avantages de cette nouvelle application.

II.

Moyen de découvrir les erreurs produites dans le calcul de l'azimuth, par les petites quantités dont on est toujours sujet à se tromper dans l'observation de la hauteur de l'astre.

AU lieu de nous servir de la Trigonometrie sphérique, nous employerons la projection Orthographique de la Sphere : Nous supposerons qu'on ait représenté tous les cercles sur le plan du Méridien, en abaissant sur ce plan des perpendiculaires de tous leurs points. *A* & *B* (fig. 9 & 10) sont les deux Poles du Monde ; *H* & *I* le Zénith & le Nadir ; *DE* l'horison ; *FG* l'équateur ; *KQ* le parallèle à l'équateur sur lequel est l'astre *s* ; *MSN* est son almicantarath, & l'ellipse *HS LI* représente son azimuth. Nous désignerons le rayon *DC*, le sinus total, par la lettre *a* ; le sinus de la hauteur polaire par *b* ; & le sinus de complément de cette hauteur par *c*. Nous nommerons *h* le sinus de la hauteur *DM*, ou *NE* de l'astre *s* ; c'est-à-dire, que $CV = h$, & nous aurons en même temps $\sqrt{a^2 - h^2} = \sqrt{CM^2 - CV^2}$ pour le sinus *MV* de complément. x marquera le sinus *LC* de l'angle que fait l'azimuth de l'astre avec le premier vertical, ou le sinus de la distance de cet astre au vrai Est ou au vrai Ouest, à mesurer sur l'horison. Et enfin *e* sera l'erreur, commise dans l'observation de la hauteur *LS*, ou ce qui revient au même, *e* désignera le petit intervalle *Mm* ou *Nn* qu'il y a entre l'almicantarath *MSN* sur lequel l'astre est effectivement, & l'almicantarath *msn* sur lequel on croit qu'il est situé, parce qu'on

s'est trompé de la petite quantité e , en observant sa hauteur.

Il est clair que supposé, comme nous le faisons d'abord ici, qu'on connoisse exactement la latitude du lieu où l'on est, & qu'on connoisse aussi dans la dernière précision la déclinaison de l'astre, cette erreur e sera cause qu'on croira l'astre en s , pendant qu'il sera effectivement en S . Ainsi le calcul fera trouver la situation de l'azimuth HSI , au lieu de donner celle de l'azimuth $HS LI$; & c'est donc la différence qu'il y a entre ces deux verticaux qu'il s'agit de découvrir. Or si après avoir tiré les deux petites lignes mZ & sP parallèlement à HC , & avoir conduit le rayon MC , on considère que la ressemblance du petit triangle MmZ & du grand CMV , fournit cette proportion $MC (a) . MV (\sqrt{a^2 - b^2}) :: Mm (e) . mZ$, on aura $\frac{e \sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ pour la valeur de mZ , & on trouvera

$\frac{eh}{a}$ pour celle de MZ par cette autre proportion; $MC (a) . CV (b) :: Mm (e) . MZ$. Dans le petit triangle rectangle sPs , où l'angle s est égal à celui de la hauteur polaire, & l'angle S au complément, on pourra ensuite trouver Ps par cette analogie; le sinus c de ce dernier angle est au côté $Ps = mZ = \frac{e \sqrt{a^2 - b^2}}{a}$,

comme le sinus b de l'angle s égal à la hauteur polaire est à $Ps = \frac{be \sqrt{a^2 - b^2}}{ac}$. Et si d'un autre côté on fait

attention que toutes les ordonnées comme MV du demi cercle $HMDI$ sont aux ordonnées correspondantes RV de l'ellipse $HR LI$, comme DC est à IC , ou à LC , & qu'il y a aussi le même rapport des élémens MZ des ordonnées du cercle aux élémens correspondans RP des ordonnées de l'ellipse, on pourra trouver RP par cette analogie; $DC (a) . IC = LC$
(z)

(\propto) :: $MZ \left(\frac{eb}{a} \right) \cdot RP = \frac{ebz}{a^2}$; & si on ajoute RP à PS dont nous avons déjà trouvé la valeur, nous aurons $RS = \frac{eb \sqrt{a^2 - b^2}}{ac} + \frac{ebz}{a^2}$, supposé que l'astre soit du côté du Pole abaissé par rapport au premier vertical, comme dans la figure 9. Mais il faudra ôter RP de PS , si l'astre est de l'autre côté, comme dans la figure 10, & on aura $RS = \frac{be \sqrt{a^2 - b^2}}{ac} - \frac{ebz}{a^2}$: De sorte qu'en réunissant les deux expressions ensemble, on a $\frac{be \sqrt{a^2 - b^2}}{ac} \pm \frac{ebz}{a^2}$ ou $\frac{abe \sqrt{a^2 - b^2} \pm cebz}{a^2 c}$ pour la valeur de RS , qui est l'intervale compris entre les deux azimuths HLI , & HLI sur l'almicantarath MN . Enfin comme RS est à LL , en même raison que SV est à LC , ou que MV est à DC , nous aurons cette analogie $MV (\sqrt{a^2 - b^2} \cdot DC(a)) :: RS = \frac{abe \sqrt{a^2 - b^2} \pm cebz}{a^2 c}$.

LL ; ce qui nous donne $\frac{abe \sqrt{a^2 - b^2} \pm cebz}{ac \sqrt{a^2 - b^2}}$ pour le petit intervalle LL compris sur l'horison.

Mais cet intervalle LL mesuré qu'il est sur le diamètre de l'horison, differe de celui qui est compris sur l'horison-même entre les deux azimuths; & c'est cependant ce dernier que nous devons trouver, dont LL n'est que la projection. Cet intervalle que nous voulons découvrir, est représenté par le petit arc $\Lambda \lambda$ dans la figure 11, où le demi cercle $D \propto E$ represente une moitié de l'horison, DE est la ligne Nord & Sud; \propto est le point du vrai Est ou du vrai Oüest, & Λ & λ les deux points où les deux azimuths dont HLI & HLI sont les projections, viennent rencontrer l'horison $D \propto E$: De sorte que $\Lambda \propto$ est la vraie distance horizontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest, & $\lambda \propto$ est la distance trouvée par le calcul, & qu'on re-

garde comme vraie, parce qu'on se trompe. Si on fait attention après cela que le petit arc $\Lambda\lambda$ peut être pris pour une ligne droite, & qu'il est l'hypoténuse du petit triangle $\Lambda\theta\lambda$ qui est semblable au grand $CL\Lambda$, il ne restera plus qu'à faire cette proportion,

$$\begin{aligned} L\Lambda &= \sqrt{CL^2 - CL^2} = \sqrt{a^2 - z^2}. \quad CL (a) :: \theta\lambda \\ &= lL = \frac{abe\sqrt{a^2 - b^2} + ehz}{ac\sqrt{a^2 - b^2}}. \quad \Lambda\lambda = \frac{abe\sqrt{a^2 - b^2} + ehz}{c\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - z^2}} \\ &= \frac{abe}{c\sqrt{a^2 - z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - z^2}}. \end{aligned}$$

Ainsi nous connoissons maintenant combien une erreur commise dans l'observation de la hauteur de l'astre s , influé dans le calcul qu'on est obligé de faire pour découvrir la distance horizontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest. Nous voyons qu'en se trompant de la quantité e sur la hauteur, on se trompe de la quantité

$$\frac{abe}{c\sqrt{a^2 - z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - z^2}}$$

dans la situation de l'azimuth. Cette dernière erreur résultant de l'autre, en est comme le moment.

III.

Que les astres qui sont dans la partie du Nord sont les plus propres pour l'observation de la variation.

Cela supposé, nous pouvons maintenant résoudre avec beaucoup de facilité plusieurs problèmes qui ne laissent pas d'être curieux, & qui sont encore beaucoup plus utiles. Il suffit, par exemple, de jeter

les yeux sur l'expression $\frac{abe}{c\sqrt{a^2 - z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - z^2}}$ pour connoître que lorsqu'on veut trouver la varia-

tion de la Bouffole, ou déterminer la ligne méridienne, il vaut beaucoup mieux se servir des astres, qui sont par rapport au premier vertical du côté du pole élevé, que de ceux qui sont de l'autre côté; c'est ce qui est de la dernière évidence. Car que l'astre soit du côté du Nord, ou du côté du Sud, on peut se tromper de la même quantité e , lorsqu'on observe sa hauteur; mais cette même erreur e en produit une bien plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorsque l'astre, par exemple, est ici du côté du Sud, que lorsqu'il est du côté du Nord; puisqu'en général

$$\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$$

qui appartient au premier cas, est plus grand que $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui

appartient au second. Nous voyons encore que si on étoit obligé de se servir des astres qui sont du côté du Sud, ou du côté du pole abaissé, il faudroit préférer ceux qui sont les plus proches du premier vertical: Car à mesure que le sinus de leur distance au vrai Est, ou au vrai Oüest est plus petit,

$$\text{l'erreur } \frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}} \text{ qu'on a à craindre,}$$

se trouve aussi plus petite. Il vaudroit encore beaucoup mieux avoir recours aux astres qui sont dans le premier vertical-même: le sinus CL (z) seroit alors nul, & on ne seroit exposé à se tromper dans le vrai azimuth que de la quantité $\frac{be}{c}$ à laquelle se réduit alors

$$\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$$



IV.

Que dans tous les almicantaraths qui sont plus élevés que le Pole, il y a un certain point où l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur de l'astre, n'influe point du tout dans le calcul de l'azimuth.

Mais il ne faut pas que nous nous contentions de sçavoir que ce sont les astres qui sont du côté du Nord ou du côté du pole élevé, qui sont les plus propres pour la détermination de la ligne méridienne ; il faut que nous tâchions de marquer l'endroit précis où il faut qu'ils soient, pour que la détermination soit faite avec le plus d'exactitude qu'il est possible. Je considère d'abord que l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ peut être nulle, quoiqu'on se trompe toujours de la même quantité dans l'observation de la hauteur ; il suffit pour cela que les deux termes $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ soient égaux, puisqu'étant affectés de signes contraires, ils se détruiront mutuellement. Mais l'égalité de ces deux termes se réduit à $\frac{ab}{c} = \frac{hz}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont il nous est également libre de tirer ou la valeur de z en supposant que h est connuë, ou celle de h , en supposant que c'est z qu'on connoît. Dans la première supposition il vient $z = \frac{ab\sqrt{a^2-h^2}}{ch}$; dans la seconde $h = \frac{a^2b}{\sqrt{c^2z^2 + a^2b^2}}$ ou bien $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2 - b^2z^2 + a^2b^2}}$

en mettant $a^2 - b^2$ à la place de c ; & l'on peut se servir de l'une ou de l'autre de ces deux formules, pour déterminer les points; comme O (fig. 10.) où il faut que soient les astres, pour que l'erreur e qu'on commet dans l'observation de leur hauteur, n'influe point dans le calcul qu'on est obligé de faire, pour découvrir la situation de leur vrai azimuth. La formule $h =$

$$\frac{a^2 b}{\sqrt{a^2 z^2 - b^2 z^2 + a^2 b^2}}$$
 nous fait voir que dans chaque azi-

muth HTI il y a un point O qui a cette propriété, & que ce point se trouve plus ou moins élevé au-dessus de l'horison, selon que l'azimuth differe plus ou moins du premier vertical, ou selon que $CT(z)$ se trouve plus ou moins grand. Si l'azimuth HTI se confond avec le premier vertical, CT sera nul, & la

$$\text{formule } h = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2 z^2 - b^2 z^2 + a^2 b^2}}$$
 donnera a pour la va-

leur de h ; ce qui nous apprend que le point O est au zenith: au lieu que si on suppose $z = a$, ce qui arrive lorsque l'azimuth HTI se confond avec la moitié du méridien HEI ; on trouve b pour la valeur de h , de sorte que le point O est alors à la même hauteur que le pole, & il est donc dans le pole-même. Enfin pour peu qu'on examine la nature de ces points, on verra que ce sont ceux de digression de tous les astres, qui dans leurs mouvemens journaliers passent entre le pole & le zenith. Le parallele que décrivent ces astres, est touché dans le point O par l'azimuth HTI ; là il y a une petite partie Oo commune à ces deux cercles, & lorsque l'astre y est parvenu, il monte ou descend sans changer sensiblement de vertical; ce qui fait qu'on peut se tromper dans l'observation de la hauteur, sans que l'erreur tire à conséquence dans la situation de l'azimuth. Si on cherche le lieu de tous les points O , on verra qu'ils forment la circonference d'une hyperbole dont C est le centre, & CE & CF les deux

Afymptotes. Ces points sont ici sur la ligne courbe, dans la projection : Mais il faudroit élever des perpendiculaires au plan du méridien, pour les avoir sur la surface-même de la Sphere.

V.

Que de tous les Astres qui sont à une même hauteur, & qui sont moins élevés que le Pole, ce sont ceux qui sont sur le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour l'observation de la variation.

C E ne sont que les almicantaraths qui sont au-dessus du Pole, qui ont des points comme O, où l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{chz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on peut commettre dans le calcul de l'azimuth, se réduit à rien : Mais il peut y avoir au moins dans les autres almicantaraths des points où l'erreur est la plus petite qu'il est possible. Pour trouver la valeur de z qui rend effectivement $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{chz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ un minimum dans chaque parallèle à l'horison ; je prends la différentielle de cette quantité, en regardant simplement z comme variable. Il vient $\frac{abeczdz\sqrt{a^2-b^2} - a^2cehdz}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & l'égalant à zéro, on trouve $z = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$; ce qui fait déjà connoître qu'il faut que le sinus CL de la distance horizontale de l'astre S (fig. 9. & 10.) au vrai Est ou au vrai Oüest soit égal à $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$ pour que le calcul de

l'azimuth se ressent le moins qu'il est possible, de l'erreur qui peut se trouver dans la hauteur. Mais si on fait cette proportion $CE(a). VN(\sqrt{a^2 - b^2}) ::$

$$CL = \frac{ach}{b\sqrt{a^2 - b^2}}. VS = \frac{ch}{b}, \text{ on verra que } VS \text{ doit être}$$

égale à VX , puisqu'on trouve $\frac{ch}{b}$ pour sa valeur, & que c'est aussi celle de VX ; car dans le triangle XVC , le sinus b de l'angle VXC qui est égal à la hauteur polaire, est à $CV(h)$ comme le sinus c de l'angle VCX complément de la hauteur polaire est à $VX = \frac{ch}{b}$. Ainsi on voit que de tous les astres qui

sont sur un même almicantarath MN , ce sont ceux qui passent actuellement en X par le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour les observations qui ont rapport à la détermination des lignes méridiennes. Il est vrai que si on se trompe en observant la hauteur, on commettra aussi quelque erreur dans le calcul qu'on fera pour trouver la situation de l'azimuth: mais cela n'empêche pas que le point X ne soit toujours le plus avantageux; puisqu'on seroit exposé à se tromper également, en observant la hauteur des astres qui sont dans les autres points de l'almicantarath, & que la même erreur influeroit alors beaucoup plus dans la situation de l'azimuth. Au surplus

si on introduit $\frac{ach}{b\sqrt{a^2 - b^2}}$ à la place de z dans

$$\frac{abe}{c\sqrt{a^2 - z^2}} = \frac{chz}{\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - z^2}}, \text{ afin de rendre particu-}$$

lière au point X , cette expression qui convient à tous les points de VN , on trouvera après quelques rédu-

$$\text{ctions, } \frac{ae\sqrt{b^2 - h^2}}{c\sqrt{a^2 - b^2}} \text{ ou } \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - b^2}}, \text{ \& ce sera donc là la}$$

moindre erreur qu'on aura à craindre; c'est-à-dire, que ce sera la quantité dont on sera sujet à se trom-

per, lorsque l'astre sera en Z ou en X , &c. dans le cercle horaire de six heures.

VI.

Qu'il y a encore cet avantage à observer les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures, que l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur polaire, n'influe point dans le calcul de l'azimuth.

Nous pouvons encore confirmer par une autre raison la propriété singulière que nous attribuons à tous les points de ce cercle. C'est que si on se trompe dans l'observation de la hauteur polaire, l'erreur qu'on commettra, n'en produira aucune dans le calcul du vrai azimuth; & ce ne seroit pas la même chose, si l'astre étoit dans tous les autres endroits du Ciel. Supposé qu'on se trompe dans la hauteur polaire AE (fig. 12.) de la quantité Aa , on se trompera également dans la situation de l'équateur FG ; le parallèle KQ se trouvera situé en kq , & le calcul donnera la situation de l'azimuth $HsLI$, comme si l'astre étoit en s , quoiqu'il soit effectivement en S , & que ce soit $HSLI$ son azimuth. Il est facile de trouver la différence des deux, ou la quantité dont on se trompe dans le calcul. Car CL (\propto) sinus de la distance horizontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Ouest, étant donné, comme ci devant, de même que le sinus h de la hauteur SL de l'astre, on n'a qu'à chercher d'abord VS , qui est à CL , comme VM sinus complément de la hauteur de l'astre est au sinus total CE . VS étant trouvée, on cherchera VX par le moyen du triangle CVX , dont on connoît tous les angles &

& le côté CV (h). On trouvera ensuite SY dans le triangle SXY ; & après avoir trouvé SP par cette proportion qui est fondée sur la ressemblance des deux secteurs ACA & STP ; CA est à l'erreur Aa commise dans la hauteur polaire, comme SY est à SP , il faudra, en résolvant le petit triangle SPs , chercher son hypoténuse Ss , qui est l'intervalle compris entre les deux ellipses $HSLI$ & $HsLI$ sur le parallèle MN à l'Horison, & il ne restera plus qu'à achever le reste précisément, comme on l'a fait dans les figures 9. & 10. après avoir découvert RS . On trouve de cette sorte que p désignant l'erreur Aa dans la hauteur po-

laire, la formule $\frac{bzp}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{achp}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ exprime

la quantité dont on se trompe dans la situation du vrai azimuth HLI . C'est ce que nous ne faisons qu'indiquer, parce qu'il n'y a rien de difficile dans tout cela, pour ceux qui ont entendu ce que nous avons déjà dit. Nous nous contentons de faire remarquer que les deux points S & s , celui où est effectivement l'astre, & celui où on le suppose dans le calcul, à cause de l'erreur qu'on commet dans la hauteur polaire, sont d'autant plus éloignés l'un de l'autre, que l'astre est plus éloigné du point Y ; & que ces deux points S & s se confondent, & n'en forment plus qu'un seul, aussi-tôt que l'astre est en Y sur le cercle horaire de six heures, parce que c'est en cet endroit où se coupent les deux différentes situations KQ & kq du parallèle à l'équateur. Il est donc certain que deux choses contribuent à nous devoir faire préférer, pour l'observation de la variation de la Boussole, les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures. Si l'on n'observe pas leur hauteur dans la dernière exactitude, l'erreur qu'on commettra, influera toujours moins dans le calcul de l'azimuth, que si on employoit les astres qui sont dans tous les autres points du même

almicantarath; & si on se trompe outre cela dans la hauteur polaire, on n'aura du tout rien à craindre de cette dernière erreur. C'est ce double avantage qui nous a engagé à construire la Table qu'on a vû dans la seconde partie.

VII.

Que de tous les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures, ce sont les plus proches du pôle lorsqu'on est à terre, qui sont les plus propres pour la détermination de la variation.

Sachant de cette sorte que ce sont les points Z, r, X , &c. (fig. 9. & 10.) du cercle horaire de six heures qui sont les plus propres pour les observations de la variation, il faut que nous choissions maintenant entre ces points, & que nous déterminions celui où l'erreur qu'on est sujet à commettre, influë encore le moins; celui où le *moment* de l'erreur, si on peut parler de la sorte, est un *minimum minimorum*. Or il est facile de remarquer que pourvû que la quantité e dont on est sujet à se tromper, soit constante,

l'erreur $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ qu'on commettra * dans la situation de l'azimuth diminuera toujours, à mesure que l'astre sera plus élevé, ou plus avancé vers le pôle. Car plus le sinus h de la hauteur est grand, plus la quantité fractionnaire $\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ est petite; parce que le numérateur b^2-h^2 reçoit à proportion une plus grande diminution que le dénominateur a^2-h^2 . Ainsi on voit

* Voyez l'article V.

qu'entre tous les astres Ξ , γ , X , &c. qui sont sur le cercle horaire de six heures, on doit préférer pour la détermination de la ligne méridienne, ou pour l'observation de la variation, ceux comme ξ qui ont le plus de déclinaison, & que c'est au pôle où l'erreur qui est déjà plus petite que dans tous les autres points également élevés au-dessus de l'horison, se trouve encore moindre, & se réduit même à rien. Il faut cependant remarquer qu'on ne doit préférer ainsi les astres qui sont proche du pôle, de même que ceux qui sont dans leur digression en O , que lorsqu'on est à Terre, & qu'on a la commodité d'avoir des fils à plomb aussi longs qu'on le veut, dont on peut se servir pour observer avec la même exactitude l'azimuth des astres qui ont une grande hauteur, que l'azimuth de ceux qui sont moins élevés. En Mer on n'a pas le même avantage; & ce n'est qu'après un mûr examen, que nous pouvons sçavoir en quel point du cercle horaire de six heures, il est alors plus à propos d'observer les astres. Il n'importe en effet qu'on calcule plus exactement leur vrai azimuth ou leur distance horizontale au vrai Est ou au vrai Oüest, si on trouve en même temps avec beaucoup moins de précision leur azimuth magnétique, ou leur distance à l'Est ou à l'Oüest de la Boussole.

VIII.

*Examen de l'erreur qu'on peut commettre, en observant
en Mer sur la Boussole, l'azimuth des astres
qui sont élevés.*

Nous ne pouvons décider cette question qu'en examinant à part les erreurs auxquelles on est ex-

posé dans l'observation de ce dernier azimuth, lorsque les astres sont plus ou moins élevés. L'erreur vient principalement de la grande difficulté qu'il y a en Mer de mettre un instrument, le quart de cercle, par exemple, de la figure 7. dans une situation exactement verticale. On ne s'assure qu'on lui donne cette situation, qu'en regardant l'horison sensible par la fente de la pinnule *F*; mais comme la partie de l'horison qu'on découvre ne peut jamais être fort grande, il est très-facile de se tromper de 25. ou 30. minutes, & même de 40. ou 50. sans qu'on s'en apperçoive. Si on donne en effet à la fente de la pinnule *F*, 3. pouces de longueur, au lieu de 15. ou 16. lignes qu'on se contente de lui donner dans les quartiers Anglois, & supposé que l'instrument soit incliné d'un demi degré, il ne s'en manquera pas un tiers de ligne que le bord de la fente ne paroisse toucher encore par tout l'horison visuel, & on doit convenir que cette quantité n'est pas sensible, lorsqu'on la regarde du point *G*, & qu'on reçoit outre cela toujours quelque mouvement de l'agitation du Vaisseau. Quoiqu'il en soit, si le quart de cercle *ABC* (fig. 13.) au lieu d'être mis dans une situation exactement verticale, & d'être bien dirigé vers le Soleil *S*, est incliné comme *aCB* d'un certain nombre de minutes, le point *E* dont l'ombre doit tomber sur le centre *C*, se trouvera en *e*, & son ombre ne tombera plus ensuite sur le centre, mais en *c* à la distance *Cc* qui sera égale à *Ec*, puisque le grand éloignement de l'astre est cause que tous ses rayons sont ici parallèles. Ainsi l'Observateur dont la principale attention est de faire en sorte que le centre reçoive l'ombre du point *e*, sera obligé de transporter ce centre de *C* en *c*, & de donner à son instrument la situation *acb*, en faisant passer le côté *aC* en *ac* qui lui est parallèle, & en mettant *CB* en *cb*. Après cela il croira son instrument bien disposé; & prenant *cb* pour le rumb auquel répond l'astre, il

se trompera néanmoins de l'angle CPc dans la situation de l'azimuth ; & c'est donc cet angle qu'il reste à découvrir. Mais Ee étant égal à Cc , l'angle EPe qui représente l'inclinaison de l'instrument, de même que l'angle ACa auquel il est égal, doit être à l'angle CPc , dont nous avons intérêt de trouver la quantité, en raison inverse de PE à PC , puisqu'on peut considérer ces deux angles comme infiniment petits, & qu'ayant des bases égales, ils doivent être en raison reciproque de leurs côtés ; c'est-à-dire, que si CP est la moitié ou le tiers de PE , l'angle CPc sera double ou triple de EPe . Si on prend par conséquent i pour désigner le nombre de minutes de l'angle ACa , ou de l'angle EPe , nous aurons cette proportion ; CP est à PE comme i est à la valeur $i \times \frac{PE}{CP}$ de l'angle CPc . Mais EP étant le sinus de la hauteur de l'astre, sinus que nous avons déjà marqué par h , & CP étant le sinus de complément $= \sqrt{a^2 - h^2}$, Nous changerons $i \times \frac{PE}{CP}$ en

$\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}}$ qui exprime donc toujours le même angle CPc , ou l'erreur que commet le Pilote, en observant sur la Bouffole l'azimuth magnétique, avec un quart de cercle acb , incliné d'un nombre de minutes désigné par i .



IX.

Que ce n'est pas sur les Vaisseaux comme à Terre , & que de tous les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures , ce sont les plus proches de l'équateur , qui sont les plus propres , lorsqu'on est en Mer , pour la détermination de la variation.

IL est très-possible que le Pilote commette encore quelques autres erreurs : mais nous pouvons les négliger ; non pas parce qu'elles sont peu considérables , mais parce qu'il n'est pas nécessaire d'y faire attention , aussi-tôt que les différentes circonstances de l'observation ne les font ni augmenter ni diminuer. C'est pourquoinous nous contentons d'ajouter $\frac{ih}{\sqrt{a^2-b^2}}$ à la quantité $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$ dont nous avons vû ci-devant * qu'on peut se tromper dans le calcul du vrai azimuth , lorsque l'astre est dans le cercle horaire de six heures ; & j'ai $\frac{ih}{\sqrt{a^2-b^2}} + \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$ pour l'erreur totale qu'on peut commettre dans la détermination de la déclinaison de la Bouffole. On nous objectera , peut-être , que les deux erreurs particulieres $\frac{ih}{\sqrt{a^2-b^2}}$ & $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$ ne se joignent pas toujours ensemble , & qu'au contraire elles se corrigent quelquefois l'une & l'autre : si au lieu de trouver , par exemple , 40. degrez pour la distance de l'astre à l'Oüest de la Bouffole , on trouve 40. de-

* Art. V.

grez 10. minutes, & qu'on se trompe aussi de 10. minutes de trop sur la distance de 60. degrez de l'astre au vrai Oüest, on aura 20. degrez pour la variation de la Bouffole, tout comme si on ne s'étoit pas trompé

des deux quantités $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ & $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$, cha-

cune de 10. minutes. Cependant nous les ajoûtons, parce que nous trouvons toujours de cette sorte la plus grande erreur à laquelle on est exposé, & qu'aussi nous pouvons nous dispenser d'examiner ici les différentes manieres dont les erreurs particulieres peuvent se combiner; ce qui nous engageroit à calculer les divers degrez de probabilité de chaque combinaison.

Enfin puisque $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}} + \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$ represente

toute l'erreur qu'on a à craindre dans l'observation de la déclinaison de l'aiguille, lorsqu'on se sert pour cela des astres les plus convenables, c'est-à-dire, de ceux qui sont situés sur le cercle horaire de six heures; nous n'avons plus qu'à voir si cette quantité a un *minimum*. Or prenant sa differentielle

$\frac{a^2 idb \sqrt{b^2-b^2} - acehdh}{\sqrt{b^2-b^2} \times a^2 - \frac{3}{2}}$ & l'égalant à zéro, on en dé-

duit $h = \frac{abi}{\sqrt{a^2i^2 + c^2e^2}}$: mais attribuant ensuite cette

valeur à h , on trouve que l'erreur $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}} + \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$

ne se réduit qu'à $\frac{b}{c} \sqrt{i^2 + e^2}$; au lieu que lorsqu'on fait $h = 0$, ou qu'on suppose que l'astre est en C dans l'horison, la même erreur se réduit à $\frac{be}{c}$, qui est beaucoup plus petite.

Ainsi au lieu de trouver un *minimum*, on trouve un *maximum*, & il faut par conséquent que l'erreur

totale $\frac{ib}{\sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - b^2}}$ se trouve proche de l'horizon,

de plus grande en plus grande, à mesure qu'on prend des points plus élevés dans le cercle horaire de six heures. C'est ce qui paroît aussi lorsqu'on examine

la différentielle $\frac{a^2 idh \sqrt{b^2 - h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2 - h^2} \times \frac{a^2 - h^2}{2}}$: Car lorsque

l'astre est en C dans l'horizon, le sinus h devient nul, & le second terme de la différentielle qui est affecté du signe moins, le devient aussi; de sorte qu'il ne reste que le premier terme qui est positif, & qui fait augmenter l'erreur, aussi-tôt qu'elle reçoit quelque changement. L'erreur continuë à augmenter jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au *maximum*, qui est son terme de grandeur, ou tant que le premier terme de la différentielle surpasse le second, & il est sensible qu'elle doit aller ensuite en diminuant. Mais au Pole elle ne l'a point encore assez fait, pour être aussi petite qu'elle l'étoit d'abord : Car suposant le sinus h de la hauteur de l'astre égal au sinus b de la hauteur du

Pole, on trouve que l'erreur $\frac{ib}{\sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - b^2}}$

ne se réduit encore qu'à $\frac{ib}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ou à $\frac{bi}{c}$ qui est cer-

tainement plus grande que $\frac{be}{c}$; puisque la quantité i

dont on peut se tromper dans la situation verticale de l'instrument est toujours beaucoup plus grande que la quantité e , dont on peut se tromper dans la hauteur même de l'astre. Tout cela montre que ce n'est pas dans les Vaisseaux comme à Terre, & que la difficulté qu'il y a en Mer à observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont à quelque hauteur, fait qu'on ne doit pas préférer ceux qui sont en ξ vers le Pole; mais ceux qui sont proche du vrai Est ou du vrai

vrai Oüest, & qu'il n'est aucun endroit dans tout le Ciel plus propre que ces deux points, pour les observations dont il s'agit. C'est ce qui ne peut arriver que parce que l'erreur $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-b^2}}$ à laquelle on est exposé dans le calcul du vrai azimuth, ne souffre pas encore une assez grande diminution de c en γ , pour détruire l'augmentation que reçoit l'autre erreur $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ qu'on peut commettre en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique; de sorte que l'erreur totale qu'on a à craindre dans la détermination de la variation augmente plus par ce dernier côté, qu'elle ne diminue par l'autre.

X.

Qu'il nous reste à examiner en quel endroit de son parallele il est plus à propos d'observer chaque astre particulier.

IL nous reste maintenant à examiner en quel endroit de son parallele il est plus avantageux d'observer chaque astre: Car comme il n'a été question jusques ici que de choisir entre plusieurs astres, lorsqu'ils paroissent en même temps, ou de marquer d'une maniere absolue les points du Ciel les plus avantageux, tout ce que nous avons dit n'est point applicable aux divers points du même parallele, qui sont tous dans différens almicantharths, & qui ne répondent point au cercle horaire de six heures. Ainsi quoique nous venions de voir qu'il vaut mieux se servir d'un astre qui est en c (fig. 9.) au point du vrai Est ou du vrai Oüest, que

d'un autre qui seroit situé en γ , cela n'empêche pas qu'il ne soit, peut-être, plus avantageux d'observer ce dernier astre en γ , qu'à son lever ou à son coucher en Σ ; parce que l'erreur est beaucoup plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorsque l'astre est en Σ que s'il étoit en c . Voilà donc un nouveau problème qui est important, & que nous n'avons point encore pensé à résoudre. Il faut que nous nous servions maintenant

de la formule $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ que nous avons trouvée d'abord (vers la fin de l'art. 11.) pour l'expression générale de l'erreur qu'on commet dans le calcul du vrai azimuth, lorsqu'on se trompe de la quantité e sur la hauteur de l'astre. Il faut que nous nous servions de cette formule générale; puisqu'il ne s'agit plus de comparer simplement les differens points du cercle horaire de six heures, les uns avec les autres.

Nous devons avoir aussi égard à l'erreur $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm$

$\frac{ackp}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ dont nous avons fait mention cy - devant (art. 6.) que produit la quantité p , dont on est sujet à se tromper dans la hauteur du Pole. Et enfin il faut encore joindre à ces deux premières erreurs qui se trouvent dans le vrai azimuth, celle $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ qui se trouve dans l'azimuth magnétique, & qu'on commet à part en observant un astre à diverses hauteurs au-dessus de l'horison, avec un instrument qui est toujours incliné de quelque quantité i .



XI.

*Moyens de trouver les erreurs auxquelles on est exposé
en observant le même astre en differens points
de son parallele.*

IL est clair que voulant comparer entre eux les divers points du même parallele KQ , nous devons introduire la déclinaison de l'astre dans l'expression des deux premieres erreurs; afin que regardant comme constante la déclinaison, nous n'ayons qu'à rendre variable ou la hauteur ou l'azimuth, pour faire convenir ces deux expressions à tous les points du parallele. Si nous nommons f le sinus CT (fig. 9. & 10.) de la distance FK , ou GQ de l'équateur au parallele, nous trouverons dans le Triangle rectangle $CT\odot$, le côté $C\odot$ pour cette analogie, le sinus b de l'angle \odot , qui est égal à celui ACE de la hauteur du Pole, est à $CT(f)$, comme le sinus a de l'angle T , le sinus total, est à $C\odot = \frac{af}{b}$. Otant ensuite $C\odot$ de $CV(h)$, ou CV de $C\odot$, selon que l'astre est du côté du Sud, ou du côté du Nord par raport au premier vertical, on aura $\pm h \mp \frac{af}{b}$ pour l'expression générale de $\odot V$, & dans le triangle rectangle $\odot VS$, on trouvera VS par cette analogie; le sinus c de l'angle S qui est égal au complement de la hauteur polaire, est à $\odot V = \pm h \mp \frac{af}{b}$, comme le sinus b de l'angle \odot est à $VS = \pm \frac{bh}{c} \mp \frac{af}{c}$. Enfin VM ou $VN = \sqrt{a^2 - b^2}$ étant par la nature de l'ellipse, à CD , ou à $CE(a)$ comme VS est à CL , on aura $\pm \frac{abh}{c\sqrt{a^2 - b^2}} \mp \frac{a^2f}{c\sqrt{a^2 - b^2}}$ pour la valeur de CL

qui est, comme on le sçait, le sinus de l'angle que fait l'azimuth avec le premier vertical, ou le sinus de la distance horisontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest.

Ainsi nous n'avons qu'à introduire cette valeur à la place de z dans les deux formules $\frac{abc}{c\sqrt{a^2-z^2}} +$

$$\frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}} \& \frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{abhp}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}} \& \text{ nous}$$

les transformerons en d'autres qui ne contiendront plus z , mais qui contiendront f . Il vient après quel-

$$\text{ques legeres réductions } \frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2c^2 - af^2} + \sqrt{abfb - a^2b^2}}$$

pour la premiere, c'est-à-dire pour l'erreur que cause dans la situation du vrai azimuth, l'erreur e commise

$$\text{dans la hauteur de l'astre; } \& \frac{+a^2bp + abfp}{c\sqrt{a^2c^2 - af^2} + \sqrt{abfb - a^2b^2}}$$

pour celle que produit aussi de son côté, la quantité p dont on se trompe dans la hauteur polaire.

XII.

Que c'est à leur lever ou à leur coucher qu'il vaut mieux dans ces pais-cy observer les astres, dont la déclinaison est méridionale.

Cela supposé, nous reconnoissons fort aisément que lorsqu'un astre est sur un parallele kq qui est du côté du Pole abaissé, que lorsque le Soleil est, par exemple, dans la partie d'Hyver, on doit beaucoup plutôt l'observer à son lever ou à son coucher en Π , que lorsqu'il est en Δ à une hauteur considérable. Car

le Soleil étant du côté du Sud, le sinus f de sa déclinaison

est négatif, & l'erreur $\frac{a^2be - afbe}{\sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2} + abfh - a^2b^2}$

dans laquelle f est supposé positif, se change alors en

$\frac{a^2be + afbe}{\sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2} - abfh - a^2b^2}$ qui doit être d'autant plus

grande, que b est plus grand; puisque l'augmentation de b cause en même temps celle du numérateur $a^2be + afbe$, & la diminution du dénominateur . . .

$\sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2} - abfh - a^2b^2$. Plus le sinus b est donc

grand, ou plus l'astre est élevé, plus l'erreur à laquelle on est exposé dans le calcul de l'azimuth est

grande; & comme l'erreur qu'on commet dans l'azimuth magnétique en l'observant sur le compas, est aussi plus

considérable, il est évident de toutes les manieres, que la circonstance la plus convenable pour trouver

la variation de la Boussole, est le lever ou le coucher Π de l'astre; d'autant plus que c'est aussi alors que

l'erreur qui vient de la hauteur polaire est la moindre. Il est vrai que si la Sphere est fort oblique, & que si le

parallèle kq du Soleil est outre cela fort éloigné de l'équateur, il vaudroit beaucoup mieux chercher la variation,

par le moyen de quelques étoiles qui eussent peu de déclinaison septentrionale; & supposé qu'on ne

pût pas les voir dans l'horison, il n'y auroit qu'à les prendre à leur passage par le cercle horaire de six heures.

Mais il n'est pas moins certain que si l'on veut absolument se servir du Soleil dans le cas dont il s'agit,

il ne soit toujours beaucoup plus avantageux d'observer alors cet astre à son lever ou à son

coucher, que d'attendre qu'il ait quelque hauteur.

C'est ce que j'ai voulu examiner d'une maniere particuliere, en supputant toute l'erreur qu'on a à craindre

par la latitude d'Uranibourg, par 55. degr. 34. min.

de latitude septentrionale, lorsqu'au solstice d'hiver le Soleil est dans l'horison, & qu'ensuite il monte à 5. & à 10. degrez. Nous supposerons pour cela que l'erreur p qu'on peut commettre dans la hauteur polaire est de 10 minutes, parce que c'est ordinairement la plus grande quantité dont les Marins habiles se trompent, dans la hauteur des astres qui passent par le méridien à quelque distance du zénith. Comme les astres sont alors quelque temps sans changer sensiblement de hauteur, le Pilote peut faire son observation avec plus d'exactitude : Mais comme le changement de la hauteur est beaucoup plus subit vers l'Orient ou vers l'Occident, & qu'on n'a pas le moindre temps pour la vérifier, j'ai supposé de 15. minutes l'erreur e , qu'on peut commettre dans les hauteurs observées dans ces dernières circonstances ; & je la suppose toujours constante, parce que s'il est un peu plus difficile d'observer les grandes hauteurs que les petites, on a aussi d'un autre côté moins à craindre des irregularitez de la réfraction. Or on trouve que les 15. minutes dans la hauteur de l'astre produisent à l'horison environ 31. min. d'erreur dans le calcul de l'azimuth ou de l'amplitude, & que les 10. min. d'incertitude dans la hauteur polaire produisent $14\frac{1}{2}$ minutes ; d'où il suit qu'on est exposé à commettre une erreur totale de 44. ou 45. minutes. Mais si l'astre est élevé de 5. degrez, on peut se tromper d'environ 42. minutes d'une part, & d'environ 24. de l'autre, ce qui fait un degré 6. minutes, & l'erreur monte à 2. degrez 17. minutes, lorsque l'astre est à 10. degrez de hauteur. Ainsi quoique nous ne fassions point encore ici attention à l'inclinaison de 30. minutes qu'on pourroit donner, sans qu'on s'en aperçût, au quart de cercle de la fig. 7. ou aux autres instrumens dont on se serviroit pour observer l'azimuth magnétique, nous voyons que l'erreur dans laquelle on peut tomber en déterminant la variation, augmente consi-

dérablement, à mesure que le Soleil s'éleve. Il est certain d'ailleurs que si les suppositions que nous avons faites, ne sont pas absolument conformes à la vérité, elles ne doivent pas s'en éloigner sensiblement.

XIII.

Que lorsque la déclinaison d'un astre est septentrionale, il vaut mieux dans ces païs-cy observer cet astre dans le cercle horaire de six heures, que dans l'horizon; surtout lorsque la hauteur polaire est fort grande.

Enfin si l'astre est par rapport à l'équateur du côté du Pole élevé, il sera beaucoup plus difficile de déterminer le point précis, où il sera à propos de l'observer; & cela parce que les différentes erreurs qu'on a à craindre, n'augmentent plus toutes en même temps, comme elles le faisoient, à mesure que l'astre s'éleve. Les deux erreurs auxquelles on est exposé dans le calcul du vrai azimuth, sont alors

$$\frac{a^2be - afbe}{\sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfb - a^2b^2}} \text{ \& } \frac{-a^2hp + abfp}{c \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfb - a^2b^2}}$$

comme nous les avons trouvées dans l'article XI. Et

si on les ajoute ensemble avec la quantité $\frac{ib}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ dont

on peut se tromper d'un autre côté, en observant sur la Bouffole l'azimuth magnétique, il viendra

$$\frac{a^2bce - acfhe - a^2hp + abfp}{c \sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfb - a^2b^2}} + \frac{cib \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfb - a^2b^2}}{c \sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfb - a^2b^2}}$$

pour toute l'erreur qu'on peut commettre dans la détermination de la variation. C'est cette quantité qu'il

s'agiroit de rendre la moindre qu'il est possible. Mais comme elle est formée de trois quantitez particulieres, dont les progresz sont differens; que la derniere augmente à mesure que les astres s'élevent au-dessus de l'horison; que la seconde diminuë en même temps, jusqu'à ce que les astres soient parvenus au cercle horaire de six heures, & que la premiere diminuë encore un peu au delà, comme on peut le reconnoître sans beaucoup de peine; il arrive que cette complication des trois erreurs qui contribuent à rendre le problème d'un degré plus élevé, fait en même temps que nous pouvons nous dispenser de le résoudre. L'une de ces erreurs augmentant lorsque l'autre diminuë, cela est cause que l'erreur totale n'est jamais si grande, & qu'on n'est pas si fort interessé à déterminer l'endroit précis de son *minimum*. C'est pourquoi nous pouvons nous contenter d'examiner simplement, s'il est plus avantageux d'observer l'astre dans l'horison ou dans le cercle horaire de six heures; d'autant plus qu'à l'aide de la Table des amplitudes, & de celle que nous avons donnée dans la partie précédente, nous avons une plus grande facilité d'observer la variation dans ces deux cas. Pour avoir l'erreur qu'on peut commettre, lorsque l'astre est dans l'horison, on n'a qu'à effacer tous les termes où se trouve le sinus h , devenu nul, on

trouvera $\frac{bce + bfp}{c \sqrt{c^2 - f^2}}$; & si au lieu de supposer $h = 0$, on

le suppose $= \frac{bf}{a}$, valeur qu'il a dans le cercle horaire

de six heures, (comme on le sçait par cette analogie; le sinus total a est au sinus $c\gamma = f$ de la déclinaison de l'astre γ , comme le sinus b de l'angle $c\gamma\psi$ égal à celui de la hauteur du Pole, est au sinus $c\psi$ (h) ($= \frac{bf}{a}$) de la hauteur de l'astre); si on

suppose

suppose, dis-je, $h = \frac{bf}{a}$, ou que l'astre est dans le cercle horaire de six heures, l'erreur totale se trouvera

alors exprimée par $\frac{abe\sqrt{a^2-f^2}+bcfi}{\sqrt{a^2-bf^2}}$. Ainsi il ne s'agit

que de comparer $\frac{bce+bf^2}{c\sqrt{c^2-f^2}}$ & $\frac{abe\sqrt{a^2-f^2}+bcfi}{c\sqrt{a^2-bf^2}}$.

On pourroit déterminer dans quelles rencontres ces quantités sont égales, en cherchant la déclinaison que doit avoir l'astre, lorsque la hauteur polaire est donnée; ou en cherchant la hauteur polaire, lorsqu'on connoît la déclinaison. Sans se donner cette peine, on peut prendre pour règle, qu'il vaut toujours mieux observer l'astre lorsqu'il est dans le cercle horaire de six heures, que lorsqu'il est dans l'horison; remarquant néanmoins que l'avantage est si peu considérable, qu'il n'importe presque point de se servir plutôt de l'une de ces circonstances que de l'autre, dans tous les lieux qui ne sont éloignés de l'équateur que de 45. ou 50. degrez. Dans les endroits qui sont au-delà, l'obliquité de la Sphere (surtout si l'astre a une grande déclinaison) rend la difference plus sensible, en faisant augmenter beaucoup dans l'horison, & l'erreur qui vient de la quantité dont on se trompe toujours dans la hauteur polaire, & celle qui est produite par la quantité dont on se trompe dans la hauteur même de l'astre; & alors la préférence est beaucoup plus décidée, pour le cas où l'astre se trouve dans le cercle horaire de six heures. Si l'on est, par exemple, vers le solstice d'Été par 55. degrez 34. minutes de latitude septentrionale, l'erreur totale qu'on aura à craindre, lorsqu'on observera la variation par le lever ou le coucher du Soleil, sera de 45 minutes. Mais l'erreur diminuëra à mesure que l'astre s'élèvera: car à 5. degrez de hauteur, l'erreur ne sera que de 39. minutes: à dix degrez de hauteur, elle ne sera que

66 *Du choix entre les divers moyens*

d'environ $34\frac{1}{2}$ minutes : à 15. degrez de $32'. 16''$; & enfin à 19. degrez 11. minutes , lorsque le Soleil sera parvenu au cercle horaire de six heures , elle sera encore un peu plus petite , elle sera de $31'. 55''$. Or pour peu qu'on soit par une latitude plus grande , la diminution se fera encore d'une maniere plus subite :

Car l'erreur $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$ seroit , par exemple , d'environ un degr. 6. min. par 60. degr. de latitude , le Soleil étant dans l'horison ; au lieu que cet astre étant dans le cercle horaire de six heures , à 20. degr. 11. min. de hauteur , l'erreur ne seroit plus que d'environ 36. minutes , comme on le trouve par la formule

$\frac{abe\sqrt{a^2 - f^2} + bcfi}{c\sqrt{a^2 - b^2f^2}}$. Il y a lieu de croire outre cela que

dans ces païs fort avancés vers le Pole , les réfractions horizontales sont beaucoup plus irregulieres qu'elles ne le sont ici ; & c'est une nouvelle raison qui doit déterminer encore à n'observer les astres , que lorsqu'ils sont un peu élevés.

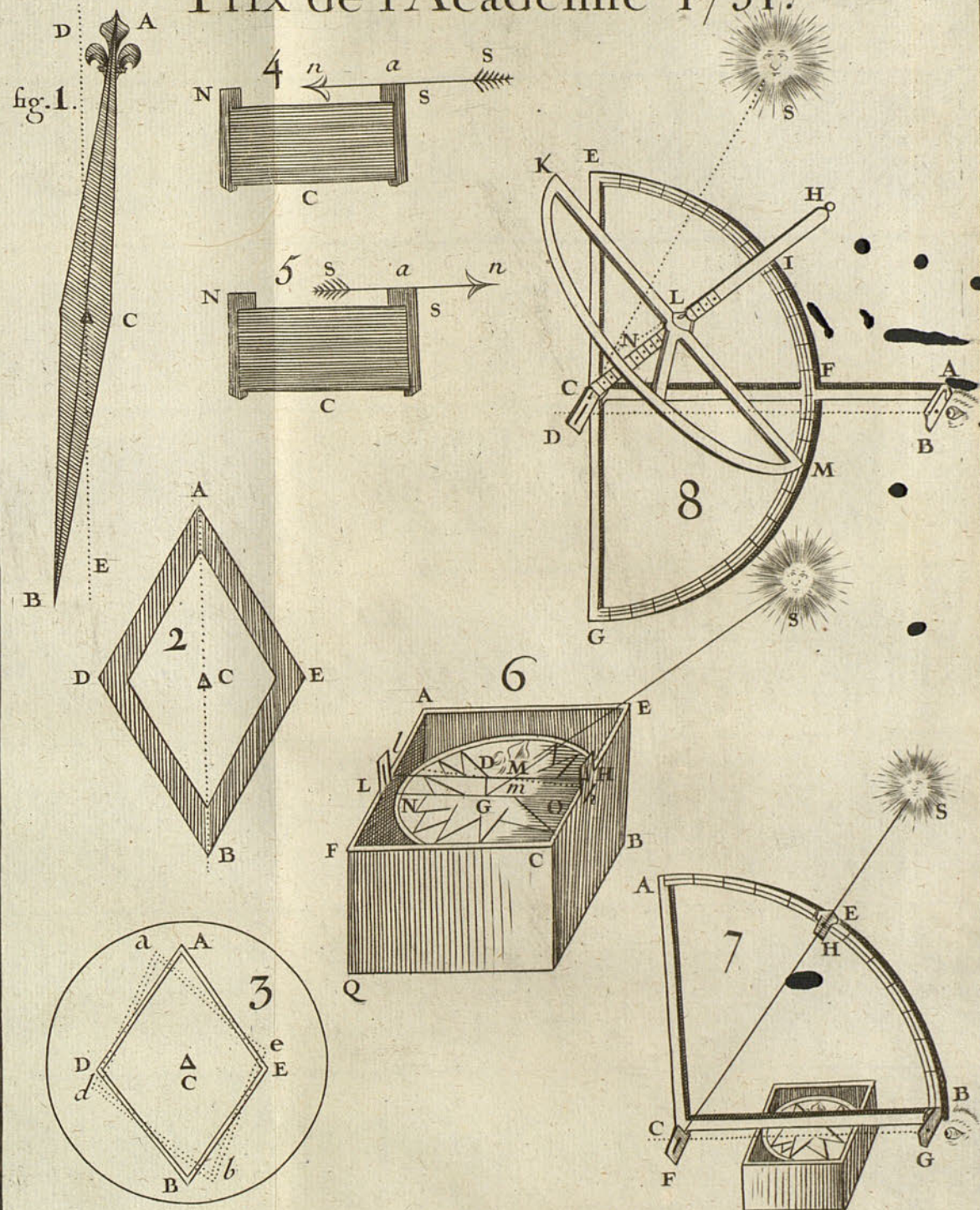
XI V.

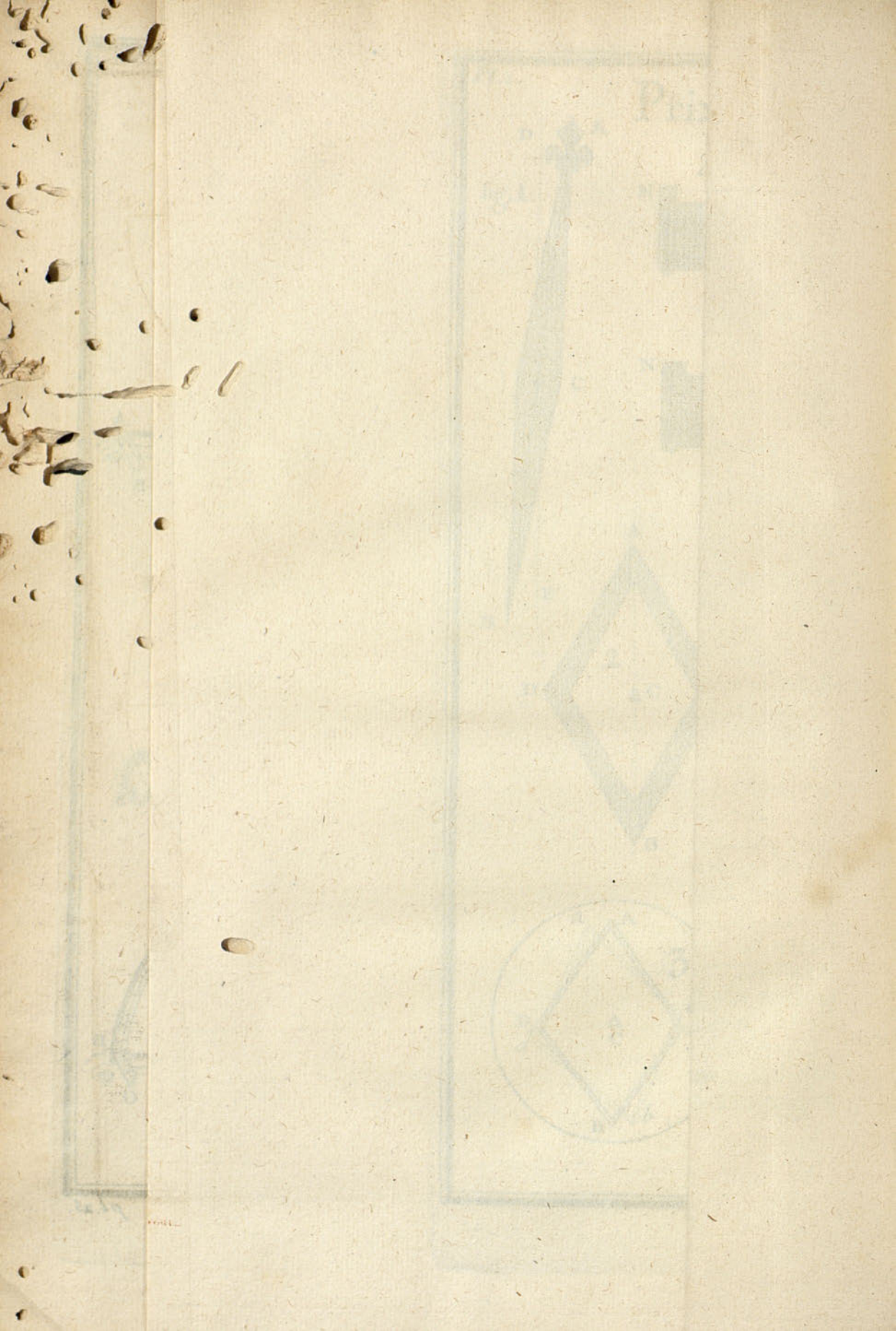
Que les réflexions précédentes peuvent servir aussi lorsqu'on observe la variation par deux hauteurs correspondantes.

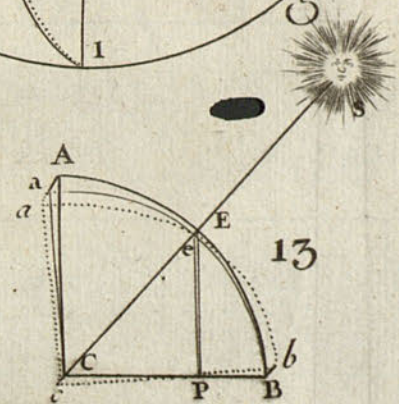
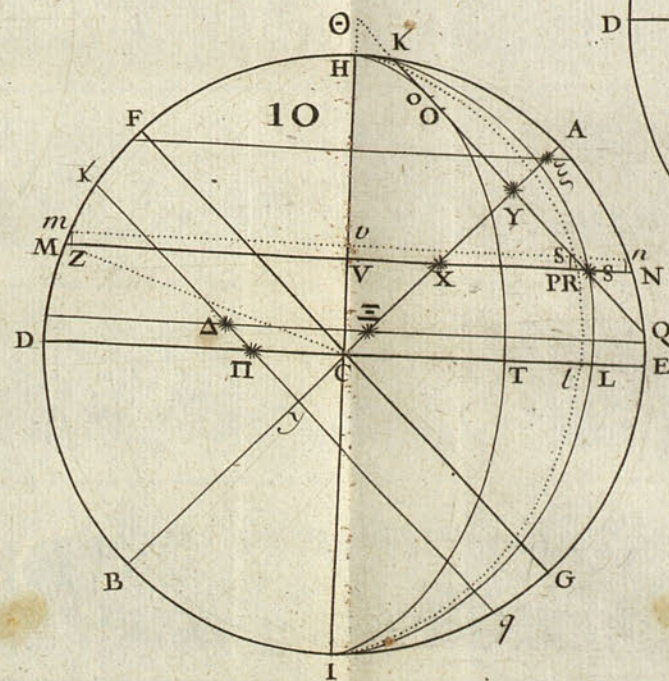
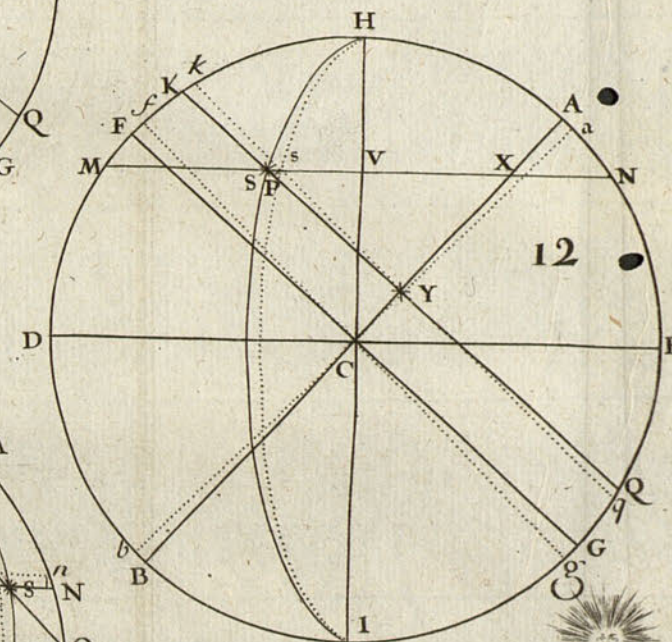
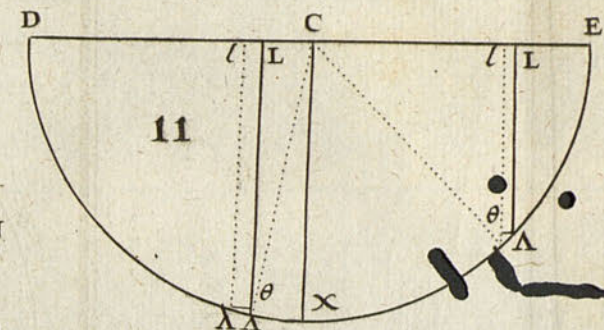
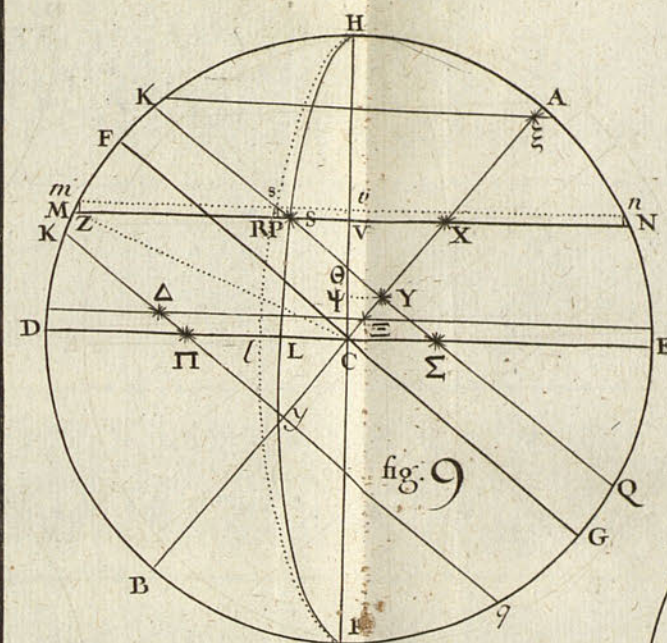
AU surplus , en déterminant , comme nous venons de le faire , les endroits du Ciel , où doivent être les astres , lorsqu'on veut découvrir en Mer la variation de l'aiguille par une seule observation , nous marquons aussi assez les endroits qu'il faut préférer , lorsqu'on en employe plusieurs. On en multi-

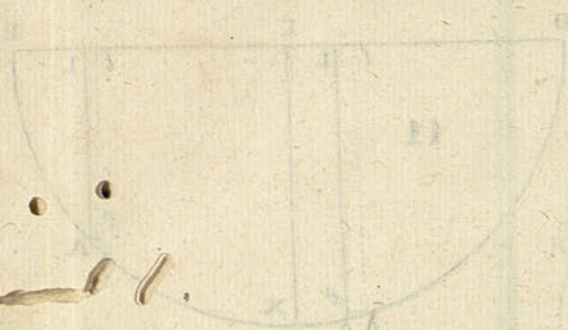
plie quelquefois mal-à-propos le nombre, sans penser que c'est presque toujours multiplier les occasions de se tromper. Ce n'est pas la même chose lorsqu'on observe l'astre dans deux hauteurs correspondantes; il faut seulement qu'il y ait un temps considérable entre les deux observations, puisqu'elles doivent être faites de part & d'autre, ou dans l'horison, ou dans le cercle horaire de six heures, afin que les petites quantitez dont on est toujours sujet à se tromper, soient d'un moindre *moment*, ou tirent moins à conséquence. Mais dans un intervalle de 10. ou 12. heures, il peut arriver souvent que la hauteur polaire & la déclinaison de l'astre changent d'une quantité sensible, & même aussi quelquefois la variation; & alors cette méthode qui paroît très-simple, parce qu'elle ne suppose la connoissance d'aucun principe, cesse d'être immédiate, & devient très-compiquée, par l'attention expresse qu'on est obligé de faire aux changemens survenus entre les deux observations. Enfin comme tous les moyens d'observer la variation de la Bouffole, engagent dans les mêmes opérations, il est constant que les remarques que nous venons de faire, sont non-seulement propres à nous apprendre ce que nous en devons penser, mais à nous faire connoître aussi dans quelles occasions on peut principalement les employer. Cet usage de nos réflexions sera toujours facile, & comme elles sont d'ailleurs assez étenduës, il est temps de les terminer. Nous les soumettons avec d'autant plus de plaisir au jugement de l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, que nous sçavons que cette célèbre Compagnie ne se fait pas moins admirer par la sagesse de ses décisions sur tout ce qu'on lui présente, que par l'extrême beauté des différentes découvertes qu'elle produit elle-même tous les jours, & dont elle enrichit continuellement le Public.

Monsieur de la Rochefoucauld, j'ai l'honneur de vous adresser
 ci-joint le manuscrit de l'ouvrage que vous m'avez demandé.
 J'ai cru devoir vous le présenter tel qu'il est, sans y faire
 aucune correction, afin que vous puissiez en faire un usage
 qui vous conviendra. Je ne puis que vous recommander de
 ne pas en faire un usage qui puisse nuire à la réputation
 de l'auteur, ou à la tranquillité de son âme. Je suis, Monsieur,
 avec le plus grand respect, votre très humble serviteur,









ENTRETIENS SUR LA CAUSE DE L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES.

Où l'on répond à la Question proposée par l'ACADEMIE
ROYALE DES SCIENCES, pour le sujet du Prix,
des années 1732. & 1734.

Par M. BOUGUER de la même Académie.

SECONDE EDITION.

*Dans laquelle on a saisi l'occasion d'examiner quelle est l'étendue du
Mécanisme ou des loix de Physique.*



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CH. ANT. JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le
Génie, au coin de la rue Gille-Cœur, à l'Image Notre-Dame.

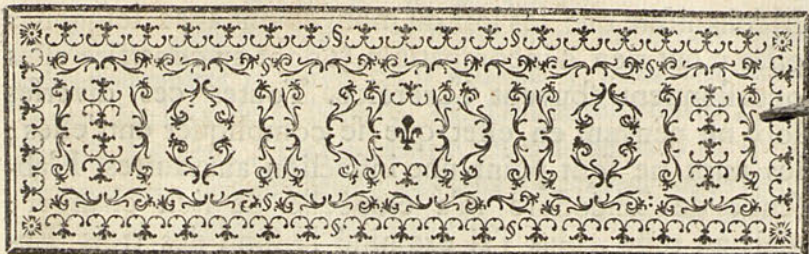
M. DCC. XLVIII.

en tout ni en partie , ni d'en faire aucuns Extraits , sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation ou correction , changement de titre , même en feuillets séparés , ou autrement sans la permission expresse & par écrit de notre Académie , ou de ceux qui auront droit d'elle , ou les ayans causes ; à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits , de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans , dont un tiers à Nous , un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris , l'autre tiers au dénonciateur , & de tous dépens , dommages & intérêts ; à la charge que ces Présentes seront enrégistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs , & que notre Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie , & notamment à celui du 10. Avril 1723. & qu'avant de les exposer en vente les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desd. Ouvrages , seront remis dans le même état avec les approbations & certificats es mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin , & qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothèque Publique , un dans celle de notre Château du Louvre , & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin ; le tout à peine de nullité des Présentes : du contenu desquelles Nous mandons & enjoignons faire jouir notred. Académie , ou ceux qui auront droit d'elle ou les ayans causes , pleinement & paisiblement sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desd. Ouvrages , soit tenuë pour dûëment signifiée , & qu'aux copies collationnées , par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires , foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles , tous actes requis & nécessaires. Car tel est notre plaisir.

Donné à Paris le 21. jour de Janvier l'an de grace mil sept cens trente quatre , & de notre règne le dix-neuvième. Par le Roi son Conseil.

SAINSON.

Contrôlé.



P R É F A C E.



DEPUIS que j'eus le bonheur il y a environ deux ans de posséder à la campagne mes trois amis Ariste, Théodore & Eugene, à qui je dois les Entretiens suivans, il ne m'a pas été possible de les rassembler, & je n'ai même pu recevoir des nouvelles que d'Eugene. Les deux autres ont entrepris différens voyages qui ont interrompu un commerce que je ne pouvois pas manquer de cultiver avec soin. C'est ce qui m'oblige de soumettre au jugement de l'ACADEMIE la Pièce que j'avois déjà eu l'honneur de lui présenter en 1731; & j'y joins seulement cette Préface, qui en contiendra une espèce d'extrait, avec la confirmation de divers Articles. * Si j'avois pu avoir le consentement de Théodore, j'eusse retranché, ou au moins abrégé différentes choses du premier Entretien, qui tendent à prouver que les attractions de M. Newton bien loin d'être contraires à la Philosophie de M. Descartes, en sont plutôt le supplément & la perfection; en ce qu'elles peuvent appartenir aussi-bien au

* Laisant à part la fiction dont l'Auteur étoit obligé de se servir pour ne pas se faire connoître, on sçaura qu'il lui étoit bien permis de faire valoir le droit qu'il pouvoit avoir au Prix, mais qu'il ne pouvoit s'en acquiescer de nouveau, parce que l'Académie lui avoit fait l'honneur de le compter au nombre de ses Membres vers la fin de 1731.

Méchanisme que les loix du mouvement avec lesquelles elles n'ont rien d'incompatible, & dont au contraire elles occasionnent souvent l'exercice. Toutes ces diverses loix ne peuvent en effet que se compliquer entr'elles; les unes ne sont point une infraction aux autres. L'absence de Théodore m'a empêché de rien changer: mais au reste, plus j'ai examiné le fond des trois Entretiens, plus je me suis confirmé dans la pensée où j'étois, qu'il n'est pas possible d'expliquer autrement l'obliquité du cours des Planetes. Il m'est permis de parler de la sorte, & mes trois amis le pourroient faire aussi; puisqu'ils n'ont rien avancé & que je n'ai aussi rien écrit, que sur la foi des démonstrations, & qu'après y avoir été comme forcé par le degré d'évidence, dont ces matières sont susceptibles. Mais ce n'est pas malheureusement assez pour qu'un ouvrage soit bon, qu'il ne contienne que des vérités démontrées, autant qu'elles puissent l'être; il faut encore que ces vérités soient expliquées avec clarté, & qu'elles soient mises dans une certaine disposition qui leur est presque toujours nécessaire, pour frapper l'esprit des Lecteurs. Sur cela, je dois me charger sans difficulté de toute la faute, & déclarer que les trois Entretiens que je présente, ne peuvent pas manquer d'avoir perdu beaucoup de leur prix, en passant entre mes mains. Tout ce qui me rassure, c'est que si la vérité exposée avec peu d'adresse, tombe quelquefois dans l'obscurité; ce n'est pas devant un Tribunal aussi éclairé que celui qui doit prononcer dans cette rencontre.

I.

J'ai dit que si j'avois cru le pouvoir faire pendant l'absence de Théodore, j'eusse abrégé l'endroit du premier Entretien, dans lequel il s'agit des attractions. Ce n'est pas que je ne croye que les raisonnemens de Théodore

ne soient affés fondés : Car il me paroît qu'il faut suivre nécessairement la voye qu'il indique , pour decouvrir toutes les loix de la Nature. M. Descartes vouloit qu'on fermât les yeux , qu'on rentrât en soi-même , & qu'en examinant dans le silence des sens extérieurs les propriétés de la matiere ou de l'étendue , on tâchât de deviner comment les choses ont été faites. Mais on ne peut point aprendre de cette sorte si l'ETRE SUPREME s'est contenté d'établir une seule loi , cette loi par exemple , que tous les corps doivent se mouvoir en ligne droite , ou s'il a jugé à propos d'en établir plusieurs , qui doivent se combiner avec celle-ci.

Ce n'est nullement ici le cas en effet où nous puissions en saisissant les choses dans leur origine , en juger à *priori*. Lorsqu'on suit la methode de M. Descartes , c'est comme si on vouloit se mettre à la place du Créateur , & se charger de la commission trop téméraire pour nous de chercher dans la région des possibles les dispositions qui étoient les plus convenables. Mais, en vérité , ne sent-on pas qu'une pareille entreprise est infiniment au-dessus de nos forces, & qu'elle demande une étendue de lumieres que nous n'avons pas , & que nous ne pouvons avoir ? Il est certain que le Tout dont la Nature nous offre le spectacle , n'est pas moins marqué au coin de l'intelligence infinie qui l'a si sagement disposé , qu'il l'est au coin de la puissance sans borne qui l'a tiré du néant. M. Descartes , à qui d'ailleurs toutes les sciences ont tant d'obligations , le restaurateur ou plutôt l'instituteur de la Physique , le Promoteur des Mathématiques , celui pour tout dire qui a perfectionné le plus dans ces derniers tems le grand art de penser , étoit presque tenté de croire qu'il ne lui manquoit que du pouvoir , pour se trouver en état de nous fournir un Monde comme le nôtre ; mais quelle présomption , & qu'il manquoit d'autres choses au grand Descartes comme à nous tous ! Reconnoissons donc que nous devons suivre

une route directement opposée à celle que nous prescrivait ce Philosophe. Nous devons considérer l'Univers par parties, ou le décomposer, pour ainsi dire ; afin de diminuer les difficultés de l'examen, & de simplifier nos expériences. Nous réussirons au moins de cette sorte à trouver des vérités d'induction, si nous ne sommes pas assez heureux pour remonter jusqu'aux vraies causes. Il faut pour tout cela faire usage de ses sens, il faut ouvrir les yeux, faire une grande attention aux phénomènes : & si l'on parvient à démontrer qu'il y en ait un seul qu'on ne puisse expliquer par les loix du mouvement, il faudra alors recourir nécessairement à quelque autre principe qui trouvera également sa force comme les autres dans la volonté de l'Ordonnateur ou de l'Instituteur de toutes choses.

Mais si cet article du premier Entretien ne laisse pas d'être exact, on peut le regarder d'un autre côté comme formant une digression un peu longue ; & nous sommes persuadés que Théodore, malgré son zèle pour la Philosophie Angloise en conviendrait maintenant ; d'autant plus que dans tout le reste on ne fait pas grand usage des attractions. On avoit néanmoins de bonnes raisons pour ne pas supprimer entièrement cet endroit, supposé qu'on eut pris le parti d'y toucher. Tout le monde s'accordait alors en France à tenir le même langage sur le chapitre de la Physique Cartésienne : On entendoit retentir par tout qu'il ne falloit que du mouvement & de l'étendue diversement configurée, pour produire cette admirable variété que nous voyons dans la Nature. Le Livre de M. de Maupertuis, qui a rapport à cette matière & qui a pour titre, *Discours sur la figure des Astres*, ne parut qu'en 1733, plus d'un an & demi après qu'on eut présenté à l'Académie les trois Entretiens suivans, lesquels perdirent entre les mains des Juges & de M. de Maupertuis même une priorité de date qu'ils avoient. Il n'étoit donc pas hors de saison d'exposer une partie

des raisons qu'on avoit de soupçonner que les principes reçus comme uniques, n'étoient pas absolument exclusifs. On vouloit au moins insinuer que c'étoit avec quelque sorte de peine qu'on se renfermoit dans des moyens d'explication qui, peut-être, n'étoient pas suffisans. Maintenant que cet Ouvrage est destiné à suivre le même sort que plusieurs autres qui lui sont certainement fort supérieurs, nous avons crû que nous lui donnerions quelque utilité, en saisissant l'occasion qu'il nous offre, de comparer un système à l'autre, & d'aider les Lecteurs à faire un choix. C'est ce qui nous a invité à ne rien retrancher dans cette seconde Edition : Nous avons au contraire ajouté considérablement ; tantôt en approfondissant davantage la nature des attractions, tantôt en tâchant de mesurer la juste étendue du Méchanisme ordinaire. Mais nous avons mis le plus souvent nos additions sous la simple forme de remarques, afin de moins troubler nos trois Philosophes dans leur conversation.

Après cette exposition des différens principes de Physique, dont on pouvoit faire usage & sur lesquels il étoit bon au moins de proposer ses doutes, on passe à l'examen du fond de la question. On prouve d'abord contre le sentiment particulier de plusieurs Cartésiens que les inclinaisons dont il s'agit ne sont pas causées par la matiere du tourbillon ou par le fluide qui se trouve resserré entre les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres, & qui les pousse chacune de leur côté par l'effort qu'il fait pour s'étendre. Cette cause, comme on le démontre, ne peut que faire varier un peu les inclinaisons, les faire tantôt augmenter & tantôt diminuer ; mais ne peut pas les avoir produites, ni les avoir portées au point où elles sont.

L'obliquité des orbites ne peut pas venir non plus de la figure irréguliere de la Planete, qui, frappée obliquement se détourne selon une certaine ligne. Suposé que la Planete, au lieu d'être exactement sphérique, soit

un sphéroïde oblong ou aplati, & que sa situation dépende absolument du choc du fluide, elle ne pourra affecter une, que lorsque la direction de l'impulsion passera par son centre de gravité ou de masse. Ainsi elle présentera naturellement au choc ou un de ses poles ou son équateur; & il ne faudra nullement, comme quelques-uns l'ont fait, la comparer à un bateau qui est sujet à quelque déviation dans sa route. Le Navire n'embrasse une direction oblique que parce qu'il est exposé en même-tems à l'action de deux fluides dont les impulsions doivent se mettre en équilibre: Au lieu que s'il n'étoit livré qu'à la seule action d'un courant, il cederait bien-tôt à la force extérieure qui agiroit contre lui; il iroit de compagnie avec toutes les parties du fluide qui l'environneroient, il en prendrait toute la vitesse & il conserveroit la dernière situation dans laquelle il se seroit trouvé. C'est aussi ce qu'on infere ici à l'égard des mouvemens célestes, après avoir fait plusieurs réflexions sur les divers changemens que peuvent recevoir leurs directions. On insiste principalement sur la maniere de connoître si ces changemens sont causés par un fluide trop resserré qui pousse en dehors, ou par les attractions qui tendent à tout rapprocher. Ces discussions sont de la plus grande importance pour l'Astronomie Physique & pour la Physique même; puisqu'elles éclairent mieux que toutes les autres le Physicien qui n'a point encore pris de parti. On regarde enfin comme démontré que si les Planetes sont entraînées par un fluide, elles en suivent toujours à très-peu près la direction, & que s'il étoit possible qu'elles s'en écartassent d'un côté ou d'autre, elles y seroient bien-tôt sensiblement ramenées, par le choc latéral auquel elles seroient exposées.

II.

Tout cela semble confirmer le sentiment qu'on tâche d'établir dans le second Entretien. On peut, en suivant

l'Hypothese des Tourbillons du fameux Descartes, embrasser deux différentes opinions sur l'obliquité du cours des Planetes, & du mouvement des couches à peu près Sphériques, dont les tourbillons sont formés. Ou bien dans le commencement des choses, toutes les parties de chaque tourbillon circuloient exactement dans le même sens, & elles ont ensuite un peu changé de chemin : ou bien toutes les parties de matière, mûes par une premiere impression, suivoient d'abord une infinité de diverses routes ; mais après s'être choquées une infinité de fois, elles ont pris des directions moins obliques les unes par raport aux autres ; & si elles ne s'accordent pas encore à se mouvoir sensiblement dans le même sens, c'est parce qu'elles n'ont pas eu tout le tems de s'y assujettir. Les choses, selon ces deux opinions, partent de deux points bien différens, pour venir à l'état d'obliquité où nous les voyons ; elles partent ou du plus exact parallélisme ou de la plus grande diversité de directions.

Mais il me paroît que le premier sentiment n'est pas soutenable. Si toute la matière du tourbillon s'étoit mûe d'abord dans le même sens, rien ensuite ne l'auroit pû faire changer de chemin, & on verroit encore toutes les Planetes circuler aujourd'hui dans le plan de l'écliptique, & tourner toutes aussi sur leur propre centre exactement dans le même sens. Il est vrai que lorsque les Planetes se trouveroient héliocentriquement en conjonction, il arriveroit quelque changement dans leurs cours par la réaction du fluide qui se trouveroit resserré entre deux : mais le changement ne seroit que passager, & seroit sujet à une alternative continuelle ; à peu près comme celui des 20 minutes qu'on observe dans la plus grande latitude de la Lune.

Nous devons ajouter encore cette nouvelle considération, que si les Planetes pouvoient être détournées de leurs directions, le Soleil qui occupe le centre du tourbillon, devroit au moins toujours faire ses circulations

sur son propre centre dans le même sens ; & ce seroit aussi la même chose de chaque Planete considérée par rapport au petit tourbillon qui l'enveloppe. Notre petit tourbillon, par exemple , doit circuler vers ses extrémités à peu près dans le sens de l'écliptique , c'est ce que nous sçavons par le mouvement de la Lune : au lieu que nous voyons que notre Terre fait ses révolutions journalieres selon une direction qui diffère de 23 deg. 28 $\frac{1}{2}$ min. de l'écliptique. Or peut-on imaginer quelque cause , qui ait pû faire tourner la Terre sur son centre dans un sens si éloigné de celui que suit toute la matiere éthérée qui nous environne ? Suposons même que la direction des couches supérieures de notre petit tourbillon ait été un peu changée par quelque agent extérieur ; suposons qu'elle ait été altérée de cinq ou six degrés : la Terre devroit toujours faire ses révolutions sur son propre centre dans le même sens , ou n'auroit tout au plus changé de directions , que de quelques degrés. En effet si une boule tourne sur son centre , pendant qu'un fluide tourne autour d'elle précisément dans le même sens ; il est certain que si l'on cause quelque changement dans le cours du fluide , ce changement ne se communiquera qu'en partie à la boule & que la boule n'en recevra jamais de plus grand.

Ainsi bien loin de croire que toutes les parties de matiere , aient été mûes dans le commencement des choses précisément dans le même sens , & qu'elles aient ensuite perdu cette conformité de directions ; nous devons assurer au contraire , & nous devons regarder cela comme démontré , que les parties d'éther ont été portées de différens côtés par la premiere impression qu'elles ont reçues ; & que si nous voyons que presque toutes les Planetes suivent encore dans leur circulation annuelle autour du Soleil , & dans leur révolution particuliere sur leur propre centre , des directions fort différentes , c'est par un reste de cette confusion ou de ce désordre dans lequel étoit d'abord toute la matiere.

C'est

C'est aussi ce qui s'accorde parfaitement avec la Tradition des Egyptiens que Hérodote nous a conservée, que l'équateur de notre Terre étoit autrefois perpendiculaire à l'écliptique. Cependant, nous disons seulement que notre sentiment est comme démontré: Car outre que les choses de Physique ne sont pas susceptibles comme celles de Géométrie, de démonstrations rigoureuses, nous sommes encore très-persuadés qu'on ne doit rien avancer qu'avec beaucoup de réserve, lorsqu'on entreprend de pénétrer dans le secret de l'origine des choses. Nous voudrions bien ne pas tomber dans le défaut qu'on est si fort en droit de reprocher à M. Descartes. Mais enfin si les tourbillons n'ont point été formés de la manière dont nous le disons: il est toujours très-certain que tout est actuellement disposé, comme si la matière avoit d'abord été mise selon une infinité de divers sens. Les parties qui forment chaque couche sphérique, ont dû s'obliger aisément par le choc à suivre exactement le même chemin; c'est pourquoi toutes ces parties ont décrit presque dès le commencement, des cercles exactement parallèles. Mais il est évident que les couches n'ont pas pu assujettir de la même manière leurs voisines à prendre la même direction: Car elles ne peuvent agir que très-peu les unes sur les autres; elles ne peuvent agir que par voye de friction, & que parce qu'il y a toujours entr'elles, malgré l'extrême fluidité de l'éther, quelque espèce d'engrènement. Ainsi, quoique le mouvement des unes influé toujours un peu sur le mouvement des autres, & que leurs directions deviennent continuellement plus conformes, il n'est point étonnant que nous remarquions encore aujourd'hui une grande obliquité dans tous les mouvemens célestes.

Ce que nous disons ici se trouve confirmé, autant qu'il puisse l'être, par l'état où nous voyons les choses. Il est certain que la grandeur de l'action des couches d'un tourbillon les unes sur les autres, dépend du plus

ou du moins de vitesse de ces couches ; & aussi sçavons-nous qu'il y a une plus grande conformité de directions , dans tous les tourbillons particuliers où il y a plus de mouvement. Nous pouvons juger , par exemple , par la grande vitesse avec laquelle tourne Jupiter sur son centre , & par la promptitude de la circulation de ses satellites , que les couches sphériques dont le tourbillon particulier qui environne cette Planete , est formé , ont dû agir avec une grande force les unes sur les autres , & mettre une prompte conformité entre leurs directions. C'est ce qui est cause qu'il se trouve moins d'obliquité dans Jupiter que dans toutes les autres Planetes , entre l'équateur selon lequel se font les révolutions journalieres , & l'Orbite selon laquelle se font les circulations annuelles autour du Soleil.

Si nous examinons maintenant le petit tourbillon particulier qui environne la Terre , & que nous fassions attention qu'il tourne avec beaucoup moins de vitesse , nous reconnoissons que l'action des couches les unes sur les autres , doit être beaucoup plus foible , & qu'elle a dû travailler par conséquent avec moins d'efficacité à détruire l'obliquité des directions. C'est ce qui s'accorde encore avec l'expérience : Car la Terre en tournant sur son propre centre , & les couches d'éther qui nous environnent , suivent des routes fort différentes. Enfin , si nous considérons que le tourbillon particulier de Vénus doit tourner avec une extrême lenteur , puisque Vénus qui n'est pas plus grosse que la Terre , employe cependant 23 ou 24 fois plus de temps à faire une révolution sur son centre , nous concluons que les couches sphériques dont ce tourbillon est formé , doivent agir encore beaucoup moins les unes sur les autres ; & aussi sçait-on par les Observations de M. Bianchini , que l'équateur de cette Planete fait encore un angle extrêmement grand , un angle d'environ 75 degrés , avec le plan de son Orbite.

Ce feroit un problème très-important à résoudre pour l'Astronomie Physique Cartésienne, mais qui est d'une discussion trop longue pour être traité avec la dernière exactitude dans une Préface; que de chercher par quels degrés les directions des couches dont un tourbillon est formé, doivent s'approcher les unes des autres. Au lieu de considérer des surfaces sphériques, nous nous contenterons d'examiner ici en passant des surfaces planes, que nous supposerons glisser de côté les unes sur les autres; & nous chercherons les changemens qui doivent arriver à leurs directions par le frottement. Soient donc deux plans horizontaux mis l'un sur l'autre, & qui se touchent immédiatement dans tous leurs points, & que l'un se meuve selon la direction horizontale AB , & de la quantité AB , pendant que l'autre se meut selon la direction horizontale AC de la quantité AC égale à AB . (*figure 1.*)

Comme ces deux plans ne sont pas censés se toucher par des surfaces parfaitement Mathématiques, ils seront sujets à une friction réciproque & continuelle, & il est évident que le point A de l'un & le point A de l'autre, en se rencontrant en A , se heurteront avec la vitesse respective BC ; puisque ces deux points s'éloignent l'un de l'autre de la quantité BC , pendant qu'ils parcourent les espaces AB & AC . En effet, les deux plans ont déjà quelque conformité dans leurs mouvemens: ils s'accordent à avancer selon AD ; & on peut dire qu'ils ne se meuvent point l'un par rapport à l'autre selon cette détermination. Mais ce n'est pas la même chose du mouvement latéral, de l'un selon DB , & de l'autre selon DC : Ces deux mouvemens sont contraires, & il est clair que les points des deux plans doivent se heurter avec la vitesse BC , somme des deux vitesses latérales DB & DC . Or cet espèce de choc qui se fait ainsi entre les points des deux plans, doit faire diminuer leur vitesse respective, & doit toujours la faire diminuer

d'une quantité proportionnelle, pourvû qu'il ne se fasse par le frottement aucun changement dans les petites inégalités des deux surfaces. C'est-à-dire donc, qu'après que la vitesse respective BC sera diminuée, par exemple, d'une dixième partie Bb d'un côté, & d'une dixième partie Cc de l'autre, la nouvelle vitesse respective bc qui sera plus petite, diminuera également dans un tems égal de deux de ses dixièmes parties. Ainsi on voit évidemment, que lorsque les directions AB & AC se changent continuellement en d'autres Ab & Ac , les détours successifs ne sont point égaux; mais qu'ils sont continuellement proportionnels à la vitesse respective. Il suit de là que les lignes DB , Db , &c. qu'on peut prendre pour les tangentes de la moitié des angles BAD de l'obliquité des directions, diminuent en progression Géométrique, ou diminuent en même raison que les Ordonnées de la ligne courbe, qu'on nomme logarithmique ou logarithmique.

Mais il n'a point encore été question jusques à présent de la vitesse absolue avec laquelle les deux plans glissent l'un sur l'autre. Il me paroît que cette vitesse n'apporte aucune différence dans l'action particulière de chaque point contre chaque point. Car que AB & AC soient deux fois plus grandes ou deux fois plus petites; la soutendante BC sera aussi deux fois plus grande ou deux fois plus petite, de même que les petits détours Bb & Cc ; mais les angles BAb & CAC seront toujours les mêmes. Cependant l'action devient plus grande ou plus petite; mais c'est simplement parce qu'il y a dans un tems égal un plus grand ou un moindre nombre de points qui se heurtent ou qui se froissent: de sorte qu'en égard à tout, les détours Bb & Cc , causés dans chaque instant par la friction totale, sont proportionnels aux produits des vitesses absolues AB ou AC , par les tangentes DB de la moitié des angles BAD de l'obliquité des directions. Ainsi, si nous nommons a la

ligne constante A D , x la ligne variable D B , & dx ses diminutions momentanées B b , t les temps pendant lesquels se font les changemens de directions , & dt les parties infiniment petites de ces temps , nous aurons

$x\sqrt{a^2 + x^2}$ ($= BD \times AD = BD \times \sqrt{AE^2 + DB^2}$) pour le produit qui est continuellement proportionel à la petite diminution dx que reçoit sans cesse x ; & nous pourrons faire cette analogie , la constante a ou plutôt a^2 (afin d'observer l'Homogenéité) est à dt , comme $x\sqrt{a^2 + x^2}$ est à dx : ce qui donne $dt \times x\sqrt{a^2 + x^2} = a^2 dx$, & $dt = \frac{a^2 dx}{x\sqrt{a^2 + x^2}}$. Or cette équation différentielle appartient à

l'Hyperbole équilatere comparée à son second axe , & si l'on veut pour la facilité des applications qu'on en voudra faire , la transformer en une équation logarithmique , on n'a qu'à prendre une nouvelle inconnue s , & supposer qu'elle est telle que $x = \frac{2\sqrt{2} \times a^2 s}{2s^2 - a^2}$, ou que

$s = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}}$. On trouvera effectivement , en introduisant $\frac{2\sqrt{2} a^2 s}{2s^2 - a^2}$ à la place de x , & $\frac{4\sqrt{2} a^2 s^2 ds + 2\sqrt{2} a^4 ds}{2s^2 - a^2}$

à la place de dx , cette autre équation $dt = \frac{ads}{s}$; & on aura par conséquent $t = L s$; ou si l'on rétablit x , on aura $t = L \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}}$, ou à cause de la nature des logarithmes , $t = L \frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x} - \frac{1}{2} L 2$.

Cette dernière équation qui nous apprend que les tems t que les directions A B & A C mettent à changer de situation , sont proportionnels aux logarithmes de $\frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$ moins une quantité constante b , nous indique en même tems une propriété fort simple & fort

remarquable. Car si du point A comme centre, & de l'intervalle AD, on décrit le demi-cercle LDM, & après avoir prolongé BA jusqu'en M, on tire au point M une tangente MN au cercle, & qu'on la conduise jusqu'à la rencontre de BC prolongée en N, on aura MN pour la valeur de $\frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$; puisque la ressemblance des triangles rectangles ADB & NMB, donne cette proportion, $BD = x : AD = a :: MB = MA + AB = a + \sqrt{a^2 + x^2} : MN = \frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$. Ainsi les temps t , qui sont proportionnels aux logarithmes de $\frac{a^2 + a\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$ moins

le logarithme constant b , sont aussi proportionnels aux logarithmes de MN moins la moitié du logarithme de 2. Il est évident d'un autre côté que MN est la tangente du complément du quart de l'obliquité des directions AB, & AC; Car l'angle MAN est le complément de l'angle ANM, qui est la moitié de l'angle BNM, & ce dernier angle est égal à l'angle BAD de la demi obliquité. On voit donc qu'il n'y a qu'à prendre les log. tang. compl. du quart de l'obliquité des directions, & en retrancher la moitié du log. de 2, ou un nombre constant 1505150; & que les restes seront proportionnels aux temps t ; & par conséquent les différences de ces restes, ou les différences mêmes des log. tang. seront proportionnelles aux différences ou aux parties de temps, correspondantes.

Si l'on veut maintenant appliquer cette première ébauche de Théorie à quelque tourbillon particulier, comme par exemple, à celui de la Terre, on acquerra au moins quelque notion de la lenteur avec laquelle toutes les couches d'éther travaillent mutuellement à mettre de la conformité dans leurs directions. Si l'on considère les couches les plus éloignées de nous, & celles qui en sont les plus proches, on trouvera une obliquité d'environ

23 deg. 28 $\frac{1}{2}$ min. & on pourra supposer que cette obliquité diminuë maintenant d'environ une minute par siècle. Or si l'on veut trouver après cela combien l'équateur de notre Terre auroit dû employer de tems, pour passer de l'état de perpendicularité qu'il avoit autrefois par raport à l'écliptique, selon les Egyptiens, à l'état où il est à présent, nous n'avons qu'à faire cette analogie; la différence 3115. des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 23 deg. 28 min. est à un siècle, comme la différence 6051225 des log. tang. compl. des quarts de 90 deg. & de 23 deg. 29 min. est à environ 1942 siècles ou à 194 mille ans; & telle seroit donc le tems écoulé depuis l'époque dont parle Hérodote. Mais comme cette durée est beaucoup trop longue, pour s'accorder avec ce que nous sçavons d'ailleurs, on peut soupçonner que l'équateur n'a jamais été perpendiculaire, ni presque perpendiculaire à l'écliptique: De sorte que la Tradition des Egyptiens ne peut être vraie qu'en cela; que dans le commencement des choses, l'angle que formoient ces deux cercles, étoit beaucoup plus grand.

On peut chercher de la même maniere combien il faut de tems pour que l'obliquité diminuë d'une certaine quantité, pour qu'elle se réduise, par exemple, à 20 degrés justes. Il n'y aura simplement qu'à faire cette analogie; 3115 est à un siècle, comme la différence 701500 des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 20 deg. est à 225 siècles & un cinquième; de sorte qu'il faut environ 22520 ans, pour que l'inclinaison de l'équateur par rapport à l'écliptique, ne se trouve plus que de 20 deg. On voit par la lenteur de la diminution qu'il faudroit une suite étonnante de siècles, pour faire disparoître toute l'obliquité: mais en faisant un peu plus d'attention à la nature du Problème, on s'aperçoit que l'obliquité ne doit jamais se détruire

entièrement, & que les directions des couches ne peuvent devenir que sensiblement paralleles.

Si nous passons des tourbillons particuliers au grand tourbillon qui les renferme tous, & qui a le Soleil pour centre, nous pourrons faire aussi à peu près les mêmes remarques; & si nous trouvons qu'il y a beaucoup plus de conformité entre ses directions, il nous sera facile de reconnoître que cela vient de la rapidité du mouvement, & de ce que les couches par leurs plus grandes actions se sont assujetties beaucoup plutôt à se mouvoir à peu près dans le même sens. On remarque encore des effets de cette action dans le progrès des nœuds, & peut-être aussi dans le changement d'inclinaison des Planetes. Enfin toutes les Parties s'acheminent sans cesse, mais avec lenteur, vers cet état d'uniformité, ou si l'on veut, de perfection, dans lequel tous les mouvemens s'accompliroient dans le même sens. L'écliptique même, ou la route que trace la Terre, ne doit jouir d'aucune exception particuliere; & il est constant que comme elle est plus éloignée du chemin commun, elle doit être aussi plus exposée à l'action des couches d'éther, qui sont au-dessus & au-dessous. Ce n'est en effet que par un reste de Péripatétisme qu'on a pû s'imaginer que l'écliptique devoit être absolument immobile, pendant que les Orbites de toutes les Planetes changent continuellement de place. Par une prévention à peu près semblable, quelques Auteurs ont crû que si l'écliptique changeoit de situation, il devoit le faire sur les deux points des équinoxes: au lieu qu'on fait voir que ce doit être sur des points très-différens; sur des points situés vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*.

Il nous reste à répondre à une objection tirée du mouvement des Cometes, qui paroissent s'éloigner souvent par l'obliquité de leurs cours, de la direction que doit avoir la matiere Celeste; & nous sommes d'autant plus obligés

obligés de satisfaire à cette difficulté, qu'elle a été comme attachée * au sujet du Prix, par M. Cassini, un des plus illustres Membres de l'Académie des Sciences. ce même Académicien a lui-même fourni la meilleure des réponses, en montrant & en prouvant que la grande obliquité, par rapport à l'écliptique, qu'on observe dans l'Orbite des Cometes, n'est souvent qu'apparente, & qu'elle vient du mouvement de la Terre, qui doit même quelquefois nous faire paroître les Cometes rétrogrades, de même que les Planetes supérieures. C'est ce que nous avons aussi trouvé en rapellant au calcul un assez grand nombre d'Observations.

Il se peut faire outre cela que quelques Cometes, au lieu d'appartenir à notre tourbillon Solaire, appartiennent à quelques tourbillons voisins, & dans ce cas elles doivent suivre le cours de ces tourbillons, qui peut différer considérablement du cours du nôtre. Il n'y a pas lieu de croire que les tourbillons soient exactement sphériques; ils peuvent être fort aplatis vers les poles: Car nous ne voyons rien qui puisse empêcher de leur appliquer la plus grande partie des remarques que fait M. de Maupertuis dans son ingénieux Discours sur la figure des Astres. Or si les tourbillons ont la forme d'une espèce de meule, par la grande force centrifuge qu'ils ont dans leur équateur; une Comete qui nous paroît à quelque distance de l'écliptique, peut fort bien n'être pas fort éloignée de nous, & circuler cependant dans un autre tourbillon. Elle peut être, ou une Planete principale, ou un Satellite d'une Planete principale; & être par conséquent sujette aux mêmes loix dans ce tourbillon que toutes nos Planetes dans le nôtre. Il me paroît qu'on ne peut rien répondre de plus en faveur de la cause Cartésienne: mais pour dire ingénument la vérité, nous ne connoissons aucune Comete qui confirme cette dernière partie de la réponse. Toutes celles qu'on a observées & dont on a déterminé exactement le mouvement, tournent constamment la

* D'après
l'original
blée publi
que d'après
Pâques de
1730.

concavité de leur route vers le Soleil, & elles sont assujetties à la même gravitation vers cet Astre que les Planètes. Qu'il y ait un très-grand nombre de Comètes qui paroissent retrogrades quoi qu'elles soient effectivement directes, c'est ce qui est incontestable. Mais il suffit pour que l'objection ait toute sa force qu'une seule de ces Planètes vagabondes vienne traverser dans un sens tout opposé la Région des Planètes ordinaires. Nous ne disons ceci qu'en attendant que nous nous expliquions dans la suite d'une manière plus précise. *

les Remarques à la fin du premier Entretien, num. (7)

III.

Nous voici enfin parvenus au troisième Entretien, dont il ne nous reste plus qu'à faire un court extrait. Cet Entretien est destiné à l'explication de différentes choses particulières & détachées. Il s'agit d'abord de la précession des équinoxes qu'on veut ici attribuer à l'action des couches les uns sur les autres de notre petit tourbillon; action qui se transmet à la fin jusqu'à notre globe. On montre à cette occasion que la Terre en tournant autour du Soleil de même que les autres Planètes, tend par elle-même à conserver un exact parallélisme dans la situation de son axe & de son équateur: De sorte qu'on prétend que ces especes de vis * qu'a imaginé M. Descartes, pour donner aux Planètes une situation constante, sont absolument inutiles. Ce n'est pas de l'immobilité dont il est difficile d'assigner la cause; il falloit plutôt chercher celle du mouvement, lorsqu'il y en a. La Lune nous presente toujours la même face, en faisant sa révolution pendant un mois. C'est ce Phénomène & les autres qui y ont rapport qui demandent de bonnes explications.

* La matière cancellée.

Ce qu'on dit à ce sujet, peut recevoir un nouveau degré de confirmation par quelques expériences très-simples. Si l'on prend une assiette parfaitement ronde,

& qui ne soit point godronnée, & qu'après l'avoir renversée, on la soutienne sur la pointe d'une aiguille, on pourra en la portant ainsi, se promener dans la chambre faire plusieurs tours, aller & revenir; & on verra avec quelque espèce d'étonnement que l'assiete malgré tous ces mouvemens, aura conservé sa premiere situation; ce qu'on reconnoitra à quelque marque qu'on aura faite. Pour rendre l'expérience encore plus conforme à ce qui se passe dans le Ciel, on n'a qu'à faire floter dans un vase rempli d'eau, un corps parfaitement rond, comme une boule de bois dont on aura poli la surface; & il fera facile de remarquer, lorsqu'on transportera le vase, que la boule affecte toujours la même situation, & qu'elle ne reçoit qu'avec difficulté les mouvemens irréguliers du vase, par l'entremise de l'eau. Or tout cela fait toucher au doigt cette vérité importante, & cependant méconnue des Cartésiens, que notre transport continuel autour du Soleil, ne doit point empêcher la Terre de conserver exactement le parallelisme de son axe. Ainsi c'est l'éther qui nous environne, qui peut seul produire le leger changement de situations que nous observons: Mais comme l'éther est incomparablement plus fluide que l'eau du vase dont nous venons de parler, les mouvemens de ses couches n'influent presque point les uns sur les autres; & c'est ce qui fait que la situation ne change gueres.

On insiste aussi sur la dépendance secrète qu'il y a entre la précession des équinoxes & le retardement des nœuds de la Lune; & on explique les changemens que reçoit l'inclinaison de cette petite Planete. Mais nous nous contenterons de rendre compte de la remarque qui finit cet Entretien, parce qu'elle nous paroît mériter une attention particuliere. Eugene, après avoir parlé des latitudes de la Lune, entreprend de marquer les effets que doivent produire les changemens de latitude sur la vitesse de ce Satellite de la Terre. Il présume qu'outre les

augmentations de vitesse qu'on remarque proche des Syzygies , & que Tycho a observé le premier , on doit trouver encore une grande augmentation , lorsque la Planete a peu de latitude ; parce qu'elle passe alors dans l'endroit de notre tourbillon le plus étroit , & où elle doit recevoir le plus de mouvement de la matiere étheree qui la transporte autour de la Terre.

Cette remarque est si conforme aux principes de la plus sùre Méchanique appliquée à l'hypothèse des tourbillons , que nous ne pouvons pas la regarder comme une pensée absolument hasardée : Mais ce qui nous persuade encore plus qu'elle ne doit point être méprisée des Astronomes , c'est qu'en r'examinant depuis le même sujet , nous avons eu le plaisir de voir qu'il se passe quelque chose de semblable dans les conjonctions des Planetes principales , qui doivent toujours agir un peu les unes sur les autres par leur rencontre , & qui ne le font cependant d'une maniere sensible , que lorsqu'elles se trouvent en conjonction proche de leurs nœuds mutuels , ou proche de l'interseccion réciproque de leurs Orbites. Qu'on rejette ou qu'on admette l'explication , le fait demande à être vérifié : Nous ne sçaurions trop recevoir de ces sortes d'avis dont l'éclaircissement ne peut produire qu'une plus grande lumiere.

Saturne pousse assez loin l'irrégularité dans ses mouvemens , pour qu'on pût soupçonner , il y a quelque temps qu'il avoit perdu de sa vitesse par la suite de ses révolutions. C'est ce qui résultoit , ce semble , des observations faites vers le milieu du dernier siècle par le Pere Riccioli & par Hévélius , depuis 1642. jusqu'en 1671. Le mouvement de cette Planete a ensuite augmenté jusqu'au commencement de ce siècle , après lequel il a diminué de rechef. Ce changement a paru ne suivre aucune règle , & ne peut point être attribué aux conjonctions en général , lesquelles ont lieu dans toutes les révolutions : Mais trouveroit-on la vraye cause de l'irrégu-

larité dont il s'agit, en distinguant entre les conjonctions, celles qui se font proche des nœuds mutuels? Toutes les fois que des Planetes, telles que Jupiter & Saturne, qui sont environnées de tourbillons particuliers fort étendus, passent vis-à-vis les uns des autres, elles rétreussent le passage de la matiere étherée du grand tourbillon qui les transporte autour du Soleil, & cette matiere qui ne peut pas manquer de se mouvoir avec plus de vitesse, doit en communiquer aux Planetes, qui se trouveront ensuite pendant long-temps un peu plus avancées.

Il faut remarquer que cet effet, supposé qu'il dépende de la cause qu'on lui assigne, ne doit devenir assez grand pour être sensible, que lorsque les deux Planetes se trouvent en conjonction proche de leur nœud mutuel; parce que c'est alors que se trouvant l'une exactement au-dessus de l'autre, le passage de la matiere étherée est plus considérablement rétreussé. Ainsi, si en comparant les observations de 1671. avec celles de 1700. & de 1701, Saturne paroît être allé un peu plus vite; nous en avons la cause dans sa conjonction avec Jupiter, qui s'est faite en 1683, fort proche du nœud mutuel de ces deux Planetes, qui se trouve au septième degré du Signe du Lion. Une autre conjonction s'étant faite encore assez proche de ce même nœud en 1742, elle a dû produire le même effet; la vitesse de Saturne a dû s'en trouver un peu augmentée.

Ces explications au surplus fussent-elles beaucoup plus plausibles, n'en excluent pas d'autres d'un genre tout différent. Il faudroit avoir un plus grand nombre d'Observations sur le changement de vitesse de Saturne, il faudroit mieux connoître la marche de cette variation, pour sçavoir si elle est favorable à un système ou si elle n'y est pas contraire. Tant qu'on ignore la loi que suit un effet, on ne peut remonter que difficilement jusqu'à sa cause; & si cet effet se prête également à toutes les hypothèses, il ne met nullement le Physicien en état de

se décider. C'est un motif qui nous invite à consulter encore mieux le Ciel, en l'observant avec plus de soins, ^{par} des regards plus attentifs. Enfin, quoique nous n'ayons affirmé que les seules choses que nous avons crû démontrées & que nous n'ayons parlé des autres que d'une manière douteuse, nous attendrons néanmoins que l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ait prononcé, pour sçavoir ce que nous devons penser nous mêmes de tout ce que nous venons de soumettre à son Jugement.





ENTRETIENS SUR LA CAUSE DE L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES.

PREMIER ENTRETIEN.

Après avoir fait une digression sur la nature des attractions, on montre qu'elles ne sont pas propres à résoudre la Question proposée par l'Académie, & on fait voir que les explications qu'en ont donné quelques Cartésiens ne sont pas plus suffisantes. On prouve ensuite que l'hypothese des tourbillons étant admise, les Planetes se meuvent autour du Soleil précisément dans le même sens que le Fluide qui les entraîne.



L y avoit déjà quelques jours que Théodore, Ariste & Eugene étoient chez moi à la campagne où ils se délassoient des embarras de la Ville, lorsque nous aprîmes par une Lettre de Paris que l'Académie Royale des Sciences propoisoit pour sujet du Prix qu'elle

* On écrit ceci le cent de 731. La fin des trois Entretiens avoit pour date le 12. Juillet de la même année.

doit distribuer en 1732 *, d'expliquer pourquoi les Planètes ne se meuvent pas précisément dans le même sens, en faisant leur révolution autour du Soleil. Nous jouissions d'un grand loisir ; nous n'avions rien de mieux à faire ; & comme je sçavois que mes trois amis s'entretenoient volontiers des choses de Physique, je ne laissai point échaper cette occasion de les jeter sur une matière qui me fait à moi-même beaucoup de plaisir, quoique je ne la possède que bien peu. Théodore, par la lecture des Ouvrages de Képler & de ceux de Newton, ce grand Géometre dont la mémoire vivra toujours, est devenu Partisan zélé des attractions : Il admire sans cesse cette heureuse convenance qui fait qu'il suffit de les supposer, pour pouvoir expliquer sans peine les Phénomènes les plus difficiles. Ariste & Eugene sont Cartésiens ; le premier l'est rigoureusement ; mais le second plus libre dans ses sentimens, s'éloigne souvent de ceux de Descartes. Il prétend seulement avec ce Philosophe que rien ne s'exécute dans l'Univers matériel que par la configuration des corps, & que par leur mouvement. Au reste, je pourrois ajouter que ces trois Messieurs sont d'une parfaite probité ; & que s'ils cultivent l'homme Sçavant, ils cultivent encore beaucoup plus l'homme Moral.

Je leur demandai, si ce seroit un Sectateur de Descartes ou de Newton, qui résoudroit la question proposée par l'Académie. Un des Cartésiens, je ne me souviens pas lequel, répondit que l'Académie s'étoit déjà assez expliquée sur les attractions ; & que quoiqu'elle sentît parfaitement toute la beauté de la Philosophie que désormais on peut appeller Angloise, elle ne reconnoît cependant dans la Physique que les seules causes Mécaniques. Il n'en fallut pas davantage pour exciter tout le zèle de Théodore, qui trouva extraordinaire que les Cartésiens, après avoir éprouvé une infinité de fois l'insuffisance ou l'infécondité de leurs principes, refusassent

fassent encore d'admettre les attractions , & de les regarder comme une loi de la Nature. Vous ne faites pas attention , dit-il , que ce n'est pas renoncer au mécanisme que d'avoir recours à un nouveau principe ; non , qu'il le faut absolument ; c'est reconnoître seulement que le Mécanisme contient plus de différentes loix qu'on ne l'a crû jusqu'ici. Or , vos tourbillons ne s'accordent point avec les différentes circonstances du mouvement des Astres : Vous n'avez rien dit de plausible sur la pesanteur des Graves ; vous ne réussissez pas mieux à expliquer certaines propriétés de la lumière ; vous ne Rien ne prouve mieux qu'outre les règles ordinaires de la Mécanique , il y en a quelqu'autre dans la Nature que vous ne connoissez pas , & qui fait cependant partie du Mécanisme.

Les deux Cartésiens vouloient interrompre notre Partisan des attractions ; mais ce dernier continua. Je vois bien , ajoûta-t-il , que vous voulez m'objecter que c'est revenir aux vertus ou facultés occultes qui ont regné si long-tems dans l'Ecole , & qu'on en a enfin prosrites. Mais remarquez que chaque faculté ou chaque vertu n'étoit imaginée que pour rendre raison d'un effet particulier , & qu'outre cela on la regardoit comme une espèce de substance qui existoit indépendamment & à part de la chose qu'elle affectoit. Mais les attractions telles qu'elles sont suposées par les Anglois , ou telles qu'elles doivent l'être , ne sont pas faites pour n'expliquer qu'un seul Phénomene : leur usage est presque aussi étendu que celui du mouvement. C'est déjà beaucoup qu'on puisse dévoiler par leur moyen la cause de toutes les particularités qu'on observe dans le mouvement des corps célestes ; jusques à rendre raison des moindres inégalités & les soumettre à un calcul exact. Mais ce n'est pas là tout ce qui nous parle en faveur de la gravitation universelle : elle nous fournit l'explication du flux & du reflux de la Mer dont il est si difficile d'assigner la cause

partoute autre voye ; elle nous sert encore à expliquer la reflexion & la refraction de la lumiere qui ne renferment pas de moindres difficultés. Nous pouvons d'ailleurs, poursuit Theodore en regardant Eugene, assurer que nos explications ne sont pas fondées sur un principe purement hypothétique, comme le sont tant d'autres qu'on se contente de rendre ingenieuses, & dans lesquelles on ne considère les faits qu'en gros, en fermant les yeux sur la plûpart de leurs circonstances. Nos explications se soutiennent jusques dans les derniers détails ; le principe satisfait à tout, & on peut prévoir à coup sûr en l'admettant, une infinité de phenomenes particuliers que l'expérience ou l'observation ne manque jamais ensuite de confirmer. Peut-être même y a-t-il encore plusieurs effets qu'on ne rapporte pas ordinairement à l'attraction, lesquels néanmoins en dépendent.

M. Newton a crû découvrir que dans les très-petites distances, l'attraction ne suivoit pas exactement la raison inverse du quarré des distances ; qu'elle suivoit une raison qui croissoit par de plus grands degrés, lorsque la proximité augmentoit. Cette modification faite au principe le rend propre à expliquer les sécrétions animales, l'introduction des suc & leur circulation dans les Plantes, la dureté & l'élasticité des corps, leur moleste, leur cohésion, les prodiges étonnans des opérations chimiques : c'est ce que quelques Newtoniens ont fait voir avec assez de succès. Il est vrai qu'on leur a reproché qu'ils créaient au besoin de nouvelles loix ; au lieu de s'attacher inviolablement à celle qui leur avoit été indiquée par les Phenomenes les plus simples de la chute des Graves & du mouvement régulier des Planetes. Mais de même que les grains de matiere qui entrent dans la composition des corps n'ont pas tous originairement la même figure, & qu'ils doivent se réduire à un nombre déterminé d'espèces primordiales, puisque nous voyons, par exemple, que le nombre des métaux est invariable, on est tout

aussi autorisé à penser que les plus petites molécules ne sont pas toutes dotées précisément de la même force, & que l'action dont elles sont capables ne diminue pas dans toutes selon le rapport inverse des quarrés des distances. Quelques unes de ces parties agissent selon la raison inverse des cubes, quelques autres n'agissent point du tout, elles n'ont que de l'inertie en partage; & peut-être qu'il y en a quelques-unes qui n'ont pas même d'inertie, & qui sont précisément dans l'état simple où elles furent créées. Elles sont absolument indifférentes au mouvement ou au repos; elles cèdent sans résistance aux plus petits efforts, qu'elles peuvent néanmoins transmettre en certains cas: mais sujettes à être transportées, elles ne se meuvent jamais qu'autant qu'elles sont actuellement poussées, & elles s'arrêtent aussi-tôt que la cause extérieure qui les pressoit cesse d'agir; parce qu'elles n'ont, pour ainsi dire, jamais de mouvement intrinsèque ou acquis.

On ne doit pas, je le repète, ajouta Theodore, faire plus de difficulté d'admettre toutes ces différences que vous n'en faites de recourir à l'institution de parties primordiales ou d'éléments qui conservent constamment la même figure, pour constituer certains corps. L'infraction que vous faites au pur Méchanisme est encore bien plus grande, lorsque vous recourez, comme cela est absolument nécessaire à la préformation des germes, pour expliquer la production des Plantes, & la génération des animaux. Vous ne retirerez pas moins d'avantage des parties hétérogenes ou diversement affectées que je vous propose; leur mélange fera varier infiniment les effets: Si dans la constitution d'un mixte, certaines parties dominent, la loi que suit leur action dominera aussi*. Ainsi, vous aurez dans cette diversité de molécules une ressource utile pour remédier à la trop grande limitation de la Physique Cartésienne.

* Voyez
les Remar-
ques, num.
(2)

Ariste, principalement ne pouvoit goûter les propositions
D ij

sitions trop hasardées de Théodore. Il me paroît, lui dit-il, qu'en introduisant cette multitude de loix, vous faites perdre au Méchanisme toute sa simplicité & toute sa beauté. Vous renoncez à l'avantage qui est toujours si propre à nous marquer l'habileté de l'Ouvrier, de faire jouïr une grande machine par un petit nombre de ressorts. N'est-il pas de la dignité de la Nature, que peu de causes produisent une infinité de différens effets? Je ne sçai même si vous n'insinuez pas par votre conduite, quoique sans doute contre votre intention, que l'Auteur de toutes choses n'a pû trouver de moyens plus simples pour achever son ouvrage, & qu'il a été réduit à employer tous ces expédiens, faute d'autre dénouïement plus simple.

Il faut distinguer, reprit Théodore, deux choses bien différentes dans l'assemblage des loix ou des principes qui constituent le Méchanisme : Il faut remarquer d'abord l'infailibilité ou la promptitude qui vient de dehors & avec laquelle s'exécute chaque loi de Physique ; il faut considérer en second lieu l'étendue de la loi, les différentes circonstances dans lesquelles elle peut s'exercer. Il ne manque rien à l'infailibilité ou à la promptitude, la puissance de l'Instituteur ne le permet pas ; la loi doit avoir tout son effet dans tous les cas auxquels elle s'étend, & son exécution ne peut souffrir aucun délai : Mais c'est toute autre chose de la fécondité ou de la multitude de ses divers usages. Chaque loi est limitée à cet égard ; sa limitation vient de sa nature ou de son propre fond, il est de son essence d'être bornée ; la loi ne peut avoir d'exercice que dans les seules circonstances pour lesquelles elle a été instituée ; & il est aussi absurde d'en exiger davantage lorsqu'elle a une fois été établie, que de vouloir conduire d'un point à un autre une ligne plus courte que la ligne droite. Nous ne devons donc pas craindre d'avancer, malgré le voile de religion dont se couvrent les Cartésiens, pourvu d'ailleurs que nous en ayons de bonnes preuves, que les moyens qu'ils proposent

sont trop simples , non-seulement pour produire un ouvrage aussi composé que l'Univers , mais même pour le conserver, ou pour procurer cette vicissitude de situation qui en changeant continuellement le spectacle. C'est la faute de ces Philosophes s'ils se chargent de faire les choses à trop peu de frais , ou s'ils n'employent pas assez de ressorts ou de principes. Ne devroient-ils pas penser que la simplicité des moyens portée trop loin , ne peut pas manquer d'être stérile ?

Mais qu'on joigne aux loix ordinaires du mouvement , le principe de la gravitation universelle , chaque partie de matiere sera ensuite distinguée non-seulement par sa figure & par le mouvement qu'elle aura déjà acquis ; elle le sera encore par le degré de force avec lequel elle tendra à s'approcher de tous les corps vers lesquels elle pèse ou *grave*. Les grains de matiere qui n'ont que du mouvement vont inutilement en fraper d'autres ; & plus ils ont de vitesse , plus ils sont propres à causer de dérangement. Aussi-tôt au contraire que chaque molécule se trouve sollicitée par une force toujours agissante, quoique foible , qui la dirige & qui la fait chercher, pour ainsi dire, les autres parties auxquelles elle doit s'attacher , l'accroissement & le développement ne peuvent plus être regardés comme une production du hazard ou de la rencontre fortuite des corpuscules. Les anciennes parties contribuent à l'introduction des nouvelles ; & d'autres peuvent encore venir se joindre & trouveront entrée , pourvu qu'elles aient du rapport avec les premières & que leur action réciproque soit propre à les faire s'arranger. Dès lors on commence à découvrir comment un corps organisé peut devenir plus grand & conserver toujours à peu près sa forme , sans rien perdre de son organisation. Comment une certaine quantité d'eau , de feuilles & de fruits , introduite dans l'estomac d'un Elephant , peut par le développement de ses parties & par l'ébranlement qu'elles se communiquent en se

rencontrant avec force , contribuer ou suffire au renouvellement , pour ainsi dire , de tout l'animal , & soutenir dans le même degré sa chaleur intérieure pendant 20 ou 30 ans ; quoique les alimens dont l'Elephant se nourrit , n'en eussent aucune de sensible.

Les grands amas de corpuscules , comme ceux qui composent le Soleil ou la Terre , doivent être capables d'autres effets : ils agiront avec force dans l'éloignement ; leur action dépendra de leur grande masse , & d'autres circonstances , comme du genre des parties élémentaires dont ils seront formés *. Si nous entreprenions d'exprimer leur force , nous ne pourrions pas le faire d'une manière concise , à cause de la multitude & de l'hétérogénéité de ces mêmes parties qui sont chacune capable d'une action distincte & qui reconnoissent peut-être des loix différentes. Mais la Nature n'est point arrêtée par le peu d'élégance de nos formules ou de nos expressions algébriques ; & ses opérations n'en sont ni moins promptes ni moins infallibles. Il suffit enfin de déclarer que la force *attirante* ou *mouvante* dont nous parlons n'est autre chose que la volonté même de l'Auteur de la Nature , pour prévenir l'erreur où l'on pourroit tomber de confondre les attractions avec les qualités péripatéciques. J'ajouterai encore que l'obscurité qu'on croit y voir n'est qu'apparente , & qu'elle vient presque toujours de ce qu'on veut les expliquer par les loix du mouvement. L'entreprise n'est pas plus légitime que si l'on prétendoit déduire les loix du mouvement de celles des attractions. Les loix de la Nature sont paralleles : Ce sont des sources qui mêlent souvent leurs eaux ; mais qui sont elles mêmes séparées , & au-delà desquelles on ne doit point aller en Physique ; de même qu'en Géometrie , on ne remonte point au-delà des axiomes , & qu'on ne les explique point les uns par les autres.

Au surplus, continua Théodore , les loix du mouvement ne sont-elles pas elles-mêmes aussi sujettes à quel-

que difficulté, lorsqu'on les considère d'une certaine façon ? N'est-il pas surprenant, par exemple, qu'un corps poussé en même temps selon deux différentes directions embrasse toujours sur le champ, & avant qu'on l'eût aperçu, la diagonale d'un certain parallélograme, sans tenter jamais aucune autre voye, ni en changer pour venir enfin à cette diagonale ? Si je vous faisois bien sentir cette difficulté, & si nous l'examinions ensuite attentivement, vous verriez qu'elle tire son origine, de même que plusieurs autres, de ce qu'il y a de Métaphysique dans l'établissement des loix-mêmes du mouvement* ; ou pour m'expliquer en d'autres termes, qu'elle vient de ce qu'on veut mal-à-propos donner une explication Physique d'une chose qui n'a point de cause corporelle, & qui ne s'exécute que par l'efficacité que l'Être suprême est Maître d'attacher aux loix qu'il établit. Il se trouve une pareille obscurité dans les attractions ; mais on peut aussi y faire la même réponse : * Car si les corps s'attirent mutuellement, & s'ils s'attirent selon certaines regles, c'est parce que toute la Nature est obéissante aux loix que son Auteur lui impose ; & c'est aussi par la même raison que les corps se communiquent du mouvement, lorsqu'ils se choquent.

Théodore avança plusieurs autres choses, dont je ne puis pas assez me souvenir ; mais il nous dit enfin qu'il se taisoit, & qu'il alloit nous écouter avec toute l'attention dont il étoit capable. Nous devons vous être trop obligés de cette grace, repartit Eugene, pour que nous ne nous hâtions pas d'en profiter. Vous supposez toujours que les principes ordinaires de la Méchanique n'ont pas assez de fécondité pour pouvoir produire en se combinant de toutes les manieres, cette charmante variété que nous admirons dans l'Univers. Mais c'est ce que personne n'a encore prouvé, quoiqu'il fallût commencer par-là, pour se mettre en droit d'établir un nouveau principe : si l'on veut absolument être Newtonien, qu'on le soit à bon

Voyez
les Remar-
ques, num-
(1)

* Voyez
les Rem.
num. (2)

* Voyez titre. * A-t-on examiné toutes les explications Cartésiennes, en a-t-on pénétré exactement la valeur? Ce seroit (4), là vous offrir une trop vaste carrière : mais faites-vous seulement, puisque l'occasion s'en présente, qu'il n'est pas possible avec les loix vulgaires du Méchanisme, d'expliquer la différente Inclinaison des Planetes. Cela bien démontré, nous commencerons à reconnoître que les règles ordinaires du mouvement ne fussent pas, & qu'ainsi elles ne sont pas les seules de la Nature : Nous trouvant ensuite forcés d'en admettre quelques autres, il ne nous coutera rien pour vous faire plaisir, de donner la préférence aux attractions.*

* Voyez
les Rem.
num. (3)

Vous faites en vérité parfaitement bien vos conditions, répondit Théodore. Je ne doute pas qu'on ne puisse donner une explication complete de plusieurs Phénomènes, en ne supposant que les loix ordinaires du mouvement ; de même qu'en n'employant que quelqueune de ces dernières loix, on vient à bout de rendre raison de certains effets. Chaque Phénomène a sa cause ; elle ne dépend quelquefois que d'un seul principe, sans qu'on puisse rien en conclure contre les autres. Mais il suffit que nous trouvions un seul effet, un seul cas, qui ne soit pas explicable par le concours des loix connues, pour que nous soyons en droit d'assurer que la Nature nous a fait un secret de quelques autres de ses règles, dont elle sçait se servir dans l'occasion. D'ailleurs les Cartésiens mitigés comme vous, Eugene, rendent aisément raison de chaque chose prise séparément ; & cela parce qu'ils se permettent tant de différentes suppositions, qu'à la fin les principes Cartésiens deviennent assez féconds, pour produire seuls l'effet qu'on veut expliquer. S'agit-il, par exemple, de tourbillons ; l'un de vous supposera la matiere éthérée plus dense vers le centre, pendant qu'un autre qui voudra donner la cause de quelqueautre Phénomène, rendra cette matiere plus dense vers la circonference ; & un troisième fera encore bien reçu à supposer

supposer par tout une densité uniforme. On ne sçauroit trop faire d'hypothèses, pourvû qu'on soit toujours prêt à les abandonner, aussi-tôt qu'elles se trouvent contraires par l'expérience. Le droit d'en faire lorsqu'on n'en abuse pas, est très-utile aux progrès de la Physique. La premiere Remarque que fit Newton de la Gravitation universelle, n'étoit-ce pas une simple hypothese, quoi-qu'elle cessât bien-tôt d'en être une, lorsque confrontée severement à la lumiere des observations, elle acquit la certitude de la Thèse la mieux établie? Tout le monde sçait sur cela un trait du Philosophe Anglois qui lui fait d'autant plus d'honneur, qu'il ne trouve guères d'exemples. Mais il faut que vous me le pardonniez; je me le promets au moins en comptant sur votre amitié & sur cette sage liberté que tous les hommes raisonnables devroient se permettre: Je ne puis m'empêcher de vous comparer à une troupe d'Horlogers qui entreprendroient de faire une Pendule, mais qui y travailleroient séparément, sans s'assujettir à la même mesure, ni aux différens rapports que doivent avoir toutes ses parties. Vous agissez à peu près de la même maniere: L'un explique la cause de la pesanteur, l'autre la cause de la dureté des corps; & je vous vois en train de parler de l'Inclinaison des Planetes: mais tout cela, ce sont différentes parties de la Pendule qu'on ne pourra jamais rassembler; parce qu'elles ne sont pas faites l'une pour l'autre. Vous sentirez avec étonnement qu'il n'y aura rien d'expliqué après avoir donné des explications de tout; & vous verrez à la fin qu'il faudra vous faire Newtoniens.

Mais pour répondre à l'invitation que vous venez de me faire, de montrer que les règles vulgaires du Méchanisme ne fussent pas; je vais * examiner la dureté des corps. Je suis prêt aussi à refuter toutes les différentes explications qu'on a données jusques à présent de la cause de la pesanteur, & à vous faire voir par un dénombrement exact de tous les autres moyens qui sont conformes

* Voyez
les Rem.
num. (4)

es Rem.
num. (6)

* Voyez
Remar-
que n. (7)

aux idées de Descartes, que ce Phénomene n'est point explicable, tant qu'on n'admet que les seuls principes de l'Éternel. * Si vous l'aimez mieux, je prendrai quel-
qu'autre point de Physique : Car il y en a plusieurs qui sont également propres à mon dessein. Voulez-vous que nous examinions l'excentricité des * ? Oh non, dirent nos deux Cartésiens : pour une pareille entreprise, il nous faudroit un plus grand loisir ; la discussion seroit longue, & vous vous souvenez que nous devons nous en retourner ce soir. Mais comment voulez-vous donc, reprit Théodore, que je réponde à la Question proposée par l'Académie ? Si je me fers des attractions sans les établir, ma Pièce ne sera point admise ; & malheureusement je ne puis réussir à montrer que ces sortes de forces ont lieu dans la Nature, qu'en faisant différentes incursions sur toutes les parties de la Physique, afin de faire voir l'insuffisance des principes ordinaires dont la stérilité ne devient manifeste que lorsqu'on les suit un peu de près. En vérité, reprit Ariste en riant, vous ferez tout aussi-bien de renoncer de bonne grace aux honneurs du Triomphe, ou bien faites pendant quelque tems le personnage de Cartésien : Car il y a lieu de croire, & il paroît que vous en convenez, que l'Inclinaison des Planetes est un de ces Phénomènes dans lequel l'attraction n'a que peu de part. Il est cependant vrai que la supposition de ce principe vous fournit différentes choses fort ingénieuses sur le mouvement des nœuds, & sur le changement d'Inclinaison de la Lune & des autres Satellites. Mais vous ne réussissez pas également, lorsque vous traitez de l'Inclinaison des Planetes principales. Quoiqu'il n'y ait rien de régulier ni dans ces Inclinaisons, ni dans la situation de ces nœuds, vous prétendez que toutes ces choses sont encore précisément dans le même état, que lorsqu'elles sortirent des mains du Créateur. Vous ne faites pas attention que l'extrême irrégularité qu'on y remarque, montre avec la

derniere évidence que les causes secondes y ont contribué.

Je crois, interrompit Eugene, qu'on peut dire que que chose de plus, contre l'usage que Théodore auroit peut-être envie de faire des attractions dans la Question dont il s'agit : Je crois que si les attractions avoient lieu, elles détruiroient bien-tôt toute l'Inclinaison qu'on veut expliquer. M. Newton nous assure que l'action des Planetes les unes sur les autres ; que cette force avec laquelle elles s'attirent mutuellement, ne fait naître dans la situation de leurs Orbites que quelques inégalités qu'on peut négliger*, *inæqualitates aliquæ, sed quæ ob parvitatem hîc contemni possunt*. Pour moi je vous avoie que comme ce grand Mathématicien n'admet aucun fluide, ni aucun autre obstacle qui puisse s'opposer le moins du monde à l'effet des attractions, il me paroît qu'elles devroient avoir bien-tôt fait disparaître l'obliquité des Orbites, & obligé tout le Système Planétaire à se mouvoir exactement dans le même sens. Il n'importe que cette force n'agisse que très-peu, aussi-tôt qu'elle agit, & qu'elle produit quelques inégalités, *inæqualitates aliquæ*. Dès-lors toutes les Planetes doivent avoir à suivre le même chemin, une espee d'inclinaison que rien n'est capable d'arrêter ; puisqu'elles se meuvent comme dans le vuide, & que leur tendance vers le Soleil n'est du tout point contraire au mouvement latéral, par lequel l'obliquité de leurs Orbites diminueroit.

Je ne conviens point de tout cela, repartit Théodore ; j'aurois même beaucoup de choses à vous répondre. L'attraction doit causer simplement des alternatives périodiques sur les Inclinaisons des Planetes. Suposé que cette Inclinaison se réduisît à rien, il s'en formeroit une autre en sens contraire par la continuation du mouvement acquis, de même qu'un pendule une fois agité ne s'arrête pas tout à coup dans le point le plus bas par l'ac-

* Vid.
Propos
XIV. lib.
III. secun.
Edit.

tion de la pésanteur. A l'égard de ce qu'à objecté Ariste ; que nous ne pouvons pas rendre raison de l'Inclinaison absolue ou primitive , il est vrai que c'est une difficulté dans notre Philosophie. Mais cette Inclinaison peut avoir eu de causes accidentelles que nous ne sommes point obligés de sçavoir : Nous ignorons divers changemens qu'à peut-être reçu l'Univers avant que de parvenir à l'état actuel où il se trouve. Après tout , je le répète ; nous n'admettons point de principe qui détruise nécessairement les Inclinaisons ; & c'est ce qui suffit. Si l'on peut nous accuser de ne pas tout sçavoir sur cet article , on ne peut pas nous convaincre d'erreur ; la différence est infinie , vous le sentez assez : Nous ne soutenons point d'hypothèses qui soient contraires aux Observations. Mais je vois bien que vous ne voulez pas que je prétende au Prix. Je ne sçai cependant si l'opinion de Descartes mise dans un plus grand jour , fera beaucoup plus propre à satisfaire l'Académie des Sciences ?

M. Descartes , reprit Ariste , s'est contenté d'indiquer les principes qui peuvent servir à résoudre cette question , sans l'avoir examinée d'une manière particulière ; mais les Sectateurs de ce grand homme , comme M. Gadrois * & quelques autres , en ont donné une explication qui me paroît tout-à-fait évidente. Vous convenez avec nous de Systême sur le mouvement des Planetes , entre lesquelles nous mettons la Terre : Vous êtes trop habile Astronome pour n'en pas convenir. Vous sçavez que toutes les Planetes suspendues à différentes distances du Soleil , circulent autour de cet Astre en mettant plus ou moins de tems à achever leur révolution , selon qu'elles en sont plus ou moins éloignées. Je me dispense aussi de prouver l'existence des Tourbillons en général , & celle en particulier du Tourbillon Solaire. On voit aussitôt qu'on renonce à toutes espèces de vertus occultes , que si la Terre & les autres Planetes ne se meuvent pas en ligne droite , que si elles font leur révolution autour

* Pag.
185 & suiv.
Syst. du
Monde.

du Soleil, ce n'est que parce qu'elles sont retenues par un fluide qui les oblige par la rapidité de son cours, à circuler avec lui. Chacune en effet iroit bien-tôt se perdre vers les extrémités du Monde, si elle n'étoit transportée que par sa propre vélocité, & si elle n'étoit pas détournée sans cesse par l'éther qui forme ce vaste Tourbillon, qui s'étend jusques vers les Etoiles fixes, & dont le Soleil est le centre. * Il est clair outre cela que les parties de ce fluide, après avoir suivi différentes directions, & après s'être choquées mutuellement différentes fois, ont dû à la fin circuler toutes précisément dans le même sens. Ainsi, il ne reste plus qu'à vous montrer pourquoi les Planetes ne suivent pas exactement le cours de la matiere céleste ou étherée qui les transporte.

C'est parce qu'elles se trouvent souvent en conjonction les unes avec les autres par raport au Soleil, & qu'alors elles retrecissent le passage de la matiere étherée; matiere qui ne peut pas être pressée, sans repousser les Planetes chacune de leur côté, ni sans les détourner de la direction qu'elles suivoient.

Il me paroît, interrompit Eugene, que l'Inclinaison des Planetes demande absolument une autre cause : Car celle-ci rendroit l'Inclinaison sujette à une vicissitude continuelle. Vous en conviendrez aussi-tôt que vous ferez attention, que la conjonction de deux Planetes doit produire des effets tout contraires, selon qu'elle se fait en dedans ou en delà de leurs nœuds mutuels. Il est vrai que si deux Planetes se trouvent vis-à-vis l'une de l'autre, après avoir déjà passé par un de leurs nœuds réciproques ou par l'intersection mutuelle de leurs Orbites, la matiere étherée qui se trouvera resserrée entr'elles, & qui accélérera un peu sa vitesse, les poussera, comme vous le dites, de part & d'autre en dehors, & tendra à augmenter leur Inclinaison, ou à ouvrir l'angle formé par leurs Orbites qui étoient divergentes. C'est ce qu'on peut voir aisément sur la figure que je trace (fig. 2) E & F

* Voyez
la fin de la
Remarque

(7)

font les deux Planetes ; AB l'Orbite de la premiere ; AC celle de la seconde , & A le nœud mutuel que ces deux ont déjà passé. Je n'ai que faire d'observer que si une de ces deux lignes représente une des deux Orbites , l'autre ligne ne représentera pas l'autre ; mais simplement sa projection , puisque l'une des deux Orbites est au-dessus de l'autre. Quoiqu'il en soit , la matiere étherée qui passe entre les deux Planetes , & qui conformément à la règle de Képler , se meut moins vite que l'inférieure , mais plus promptement que la supérieure , doit accélérer sa vitesse dans le passage plus étroit , & doit en poussant en dehors les deux Planetes , leur faire suivre des lignes E b & F c qui ont une plus grande Inclinaison , que n'en avoient les premieres AB & AC.

Remarquez que ce sera tout le contraire , si les Planetes se trouvent en conjonction dans le voisinage d'un de leurs nœuds mutuels A , avant que d'y être parvenues. Car la matiere étherée qui se trouvera pressée , & qui les poussera encore de part & d'autre en dehors , travaillera alors à diminuer la convergence de leurs directions , ou à éloigner le point a (fig. 3.) d'intersection de ces deux lignes ; ce qui ne peut avoir lieu , sans que leur Inclinaison réciproque ne diminue. Or comme les conjonctions se font successivement dans différens points du Zodiaque , il est constant que s'il y en a un certain nombre qui occasionnent l'augmentation de l'Inclinaison des Orbites , parce qu'elles se font après la rencontre des nœuds réciproques ; il y en a précisément le même nombre qui occasionnent la diminution , parce qu'elles se font avant la rencontre des nœuds. Ainsi , on ne peut expliquer de cette sorte que les legeres variations que souffrent vraisemblablement les Inclinaisons de toutes les Planetes ; mais on ne peut pas rendre raison de l'Inclinaison même.

Vous ne remarquez pas , répondit Ariste , que l'obli-

quité dont il s'agit , a pû fort bien n'être produite , qu'après plusieurs révolutions. J'y pense , reprit aussi-tôt Eugene ; car si nous prenions pour exemple les conjonctions de Saturne & de Jupiter , il me seroit facile de vous montrer que , quoique ces deux Planetes se rencontrent tous les vingt ans , elles ne se rencontrent cependant proche de leurs nœuds mutuels , qu'environ de 60 en 60. ans , après que la premiere a fait un peu plus de deux circulations , & la seconde un peu plus de cinq. Mais enfin poussez le nombre des révolutions si loin que vous le voudrez , s'il se trouve des conjonctions qui sont propres à faire augmenter l'Inclinaison , il s'en trouvera le même nombre qui seront propres à la faire diminuer ; puisqu'elles se succèdent toutes d'une façon réglée , & qu'il s'en fait autant avant l'interfection des Orbites , qu'il s'en fait après. Saturne & Jupiter dans ces derniers tems se sont trouvés en conjonction dans des points fort proches de leur nœud mutuel qui est dans le signe du Lion ; ils s'y sont trouvés en 1563 , en 1623 , en 1683 , & ils s'y trouveront encore en 1742 : Et dans trois ou quatre siècles , sçavoir en 1961 , en 2020 & 2140 , ils se jouïront autour de l'autre nœud qui est dans le signe du Verseau. Mais , je le repête encore une fois , si entre ces conjonctions les unes étoient capables de produire l'obliquité de 1. degré 16. min. que l'Orbite de Saturne a par raport à celle de Jupiter , les autres seroient également capables de réduire à leur tour cette obliquité à rien. Cette alternative seroit déjà arrivée un très-grand nombre de fois ; elle seroit arrivée en dernier lieu en 1683 , & elle n'eût sans doute pas échappée aux regards attentifs des Astronomes , qui observent continuellement le Ciel.

Au surplus , continua Eugene , si les conjonctions ne causent pas , comme vous le prétendiez , Ariste , cette obliquité considérable que nous remarquons dans le mouvement des Planetes , il seroit très-curieux & très-

important d'examiner si elles ne la rendent pas au moins un peu variable. Je me consolerois, répondit Ariste, j'avois donné occasion à cette découverte. Peut-être que la variation dont il s'agit, n'est pas assez grande pour être aperçue, & qu'elle se refusera toujours aux recherches des Observateurs les plus exacts. Mais combien n'y a-t'il pas aussi de petites irrégularités dans le Ciel, qu'on rejette sur le défaut des instrumens, & qu'on ne remarque point, parce qu'on ne s'y attend pas; au lieu qu'elles se manifesteroient sans peine, si nous sçavions en faire l'objet de notre curiosité & de notre attention. Je suis même le plus trompé du monde si ceci ne pourroit pas servir au jugement du grand procès qui est entre Théodore & nous, ou plutôt entre Newton & Descartes.

Nous venons de voir que lorsque les Planetes se rencontrent après avoir passé le point où leurs Orbites se coupent, leur obliquité réciproque doit augmenter; au lieu qu'elle doit recevoir quelque diminution, lorsque les Planetes se rencontrent avant que d'être parvenues à ce point: Mais il me semble qu'il arriveroit tout autrement, si les attractions étoient une loi de la Nature, & que tous les corps y fussent sujets. En effet, lorsque deux Planetes se rencontrent, après avoir passé leur nœud, & qu'elles vont en s'éloignant l'une de l'autre, leur attraction mutuelle rendroit leurs directions moins divergentes, puisqu'elle tendroit à les rapprocher réciproquement: Et au contraire, lorsque les Planetes ne seroient point encore arrivées à l'intersection de leurs Orbites, la force avec laquelle elles s'attireroient mutuellement, rendroit leurs directions encore plus convergentes, & feroit par conséquent augmenter leur Inclinaison. Vous voyez donc qu'aussi-tôt que les Astronomes réussiroient à apercevoir le changement de directions que reçoivent les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres proche de leur nœud; il sera facile de reconnoître par la nature de

ce changement, s'il est causé par un fluide qui accélère sa vitesse, & qui pousse de part & d'autre en dehors lorsqu'il est resserré; ou s'il est causé au contraire par les attractions Newtoniennes, qui font que tous les corps sent les uns sur les autres, & tendent à s'approcher.

Théodore qui écoutoit la conversation fort attentivement, parut approuver la remarque d'Ariste. Apparemment, dit-il, qu'on n'a point fait attention que les variations dont il s'agit, doivent se faire en différens sens dans l'un & dans l'autre Système: Car on ne s'est point encore avisé de remarquer quelle conséquence on peut tirer de celles qu'on observe dans les Satellites de Jupiter, lorsque cette Planete se trouve en conjonction avec Saturne. On peut observer aussi avec soin le mouvement des nœuds réciproques des Planetes principales: C'est plutôt par ce mouvement qu'on pourra se décider que par le changement d'Inclinaison des Orbites. Car cette Inclinaison étant sujette selon l'une & l'autre explication à augmenter & à diminuer alternativement, elle ne souffre pas de variations qui deviennent plus sensibles par la suite des siècles: Au lieu que ce n'est pas la même chose de la marche des nœuds dont les degrés du mouvement s'accumulent ou s'ajoutent. Ces points retardent pour ainsi dire, continuellement dans le système Newtonien, & c'est tout le contraire dans le vôtre. En effet, si vous ne vous trompez pas dans les Remarques que vous venez de faire sur l'action du fluide qui remplit les vastes espaces du Ciel, les Planetes qui ont passé par leur nœud comme dans votre fig. 2., prennent des directions plus divergentes; le point A d'où partent ces directions se rapproche en a, le nœud se trouve donc plus avancé: Et il avance également, lorsque les Planetes s'approchent de leur nœud mutuel, comme dans la figure 3, & que leur direction en devenant moins convergentes vont se rencontrer en a. Ainsi, les deux systèmes, le Newtonien & le Cartésien de la ma-

niere dont vous représentez ce dernier, sont directement opposés sur cet article ; ils suposent des effets absolument contraires. Selon vous, le nœud mutuel des Planetes qui sont voisines doit toujours par son progrès passer de A en a , au lieu que si l'attraction n'est point oisive, ce point doit reculer de A en a , en allant contre l'ordre des Signes , au moins par raport au Ciel étoilé. *

* Voyez
les Remar-
ques, ii
sont à la fin
des deux
autres En-
tretiens

Mais pour revenir à la premiere cause de l'Inclinaison, je ne sçai, continua-t-il, comment Eugene à son tour viendra à bout de l'expliquer : Car quand même les Planetes seroient quelquefois détournées de la direction du Tourbillon, elles seroient bien-tôt obligées d'y revenir par la rapidité extrême du cours de l'éther. M. Newton a démontré que les fluides qui ne laissent aucun intervalle entre les petites molécules dont ils sont formés, sont par leur choc une impression beaucoup plus grande qu'on ne le pense ordinairement*. Or, lorsqu'une Planete avance selon une direction qui differe de 4 ou 5 degrés de celle du fluide qui la transporte, elle est exposée à une impulsion latérale capable d'un très-grand effet. Quelle puissance Eugene veut-il employer pour soutenir la Planete contre une pareille impulsion, & l'empêcher de céder entierement au courant qui l'entraîne ?

* Voyez
la Remar-
que, num.
(5)

Ne soyez point si fort en peine de ce que je pense, repliqua Eugene : Je suis de votre sentiment en ceci ; & je vous dirai même qu'ayant eu il y a quelque tems occasion de discuter toutes ces matieres, j'ai fait le calcul de l'impulsion laterale dont vous parlez, & que je l'ai trouvé trop grande, pour qu'elle ne doive pas obliger les Planetes à suivre exactement le cours du Tourbillon. Il suffisoit de faire ce calcul pour une seule Planete, & je l'ai fait pour Vénus. Il tira en même tems un papier, sur lequel il y avoit différentes suputations, avec une figure semblable à celle que je mets ici. (fig. 4.) Suposons, poursuivit-il, que AB représente & la direction que suit

la matiere étherée, & l'espace qu'elle parcourt dans un certain tems ; & que AC à peu près égal à AB , soit le chemin fait par Venus dans le même tems sur la direction AC , qui diffère de celle du fluide de la quantité de l'Inclinaison ; c'est-à-dire, de 3 degrés 23 ou 24 minutes. Il est évident que la souteudente BC de l'angle de l'Inclinaison représentera la vitesse respective de la Planete par raport au fluide ; puisque le fluide & la Planete s'éloignent l'un de l'autre de la quantité de cette souteudente, pendant qu'ils parcourent les espaces AB & AC . On trouve en résolvant le triangle BAC , que BC est environ la dix-septième partie de AB ; de sorte que la Planete rencontre le fluide de côté avec la dix-septième partie de sa vitesse absoluë, ce qui produit précisément le même effet que si la Planete étoit en repos, & que la matiere étherée vint la rencontrer en sens contraire, & la pousser de C vers B , avec une pareille vitesse.

Peut-être m'objectera-t-on que la matiere étherée ne fait pas un aussi grand effort par son choc que le prétend M. Newton ; & que l'impulsion qui résulte de la dix-septième partie de sa vitesse totale n'est pas fort considérable. Mais la réponse à cette difficulté est toute prête : Car je puis montrer qu'une vitesse qui n'est qu'environ la huitième partie de celle-ci, ou que la cent-quarantième partie de la vitesse totale produit un effet sensible. On sçait que toutes les Planetes, comme Mercure, Venus, &c. ne font pas leurs révolutions autour du Soleil d'un mouvement uniforme ; elles en augmentent depuis leur Aphélie jusqu'à leur Périhélie : mais d'où peut venir cette augmentation, si ce n'est de la plus grande rapidité qu'ont les différentes couches d'éther, dans lesquelles les Planetes passent continuellement ? On n'a cependant qu'à examiner dans Venus combien la vitesse de la matiere étherée est plus grande vers le Périhélie que vers l'Aphélie, & on trouvera par la re-

gle de Képler, que la différence n'est pas de la cent-quarantième partie ; de sorte que ce n'est tout au plus avec cet excès de vitesse , que l'éther peut agir sur Venus , pour lui imprimer un plus grand mouvement. Or je demande , si lorsque l'éther choque la Planete de côté à cause de sa déviation , & qu'il employe pour la faire revenir sur A B une vitesse huit fois plus grande , laquelle rend l'impulsion 64 fois plus forte ; (car on sçait que les impulsions sont comme les quarrés des vitesses ,) je demande si la Planete peut persister à suivre sa direction oblique , & si en partant d'un de ses nœuds avec une Inclinaison de 3 ou 4 degrés , par raport au cours du Tourbillon , elle peut revenir à l'autre nœud avec cette même obliquité. Je crois donc que les Planetes suivent exactement le cours du fluide qui les entraîne , sans qu'il y ait d'autre différence que ces variations dont nous avons vraisemblablement trouvé la cause dans les conjonctions. Eugene vouloit encore dire quelque chose ; mais il survint de la compagnie qui dîna avec nous , & qui nous interrompit.

Fin du Premier Entretien.



REMARQUES

SUR LE PREMIER ENTRETIEN.

Sur l'Institution des loix du mouvement.

(1) **C**E qu'on dit ici a été si peu reconnu , qu'on voit souvent les plus sçavans Mathématiciens se donner la torture pour parvenir à des démonstrations rigoureuses des différentes vérités de Méchanique qu'il faudroit se contenter d'expliquer , ou de rapporter à quelques autres vérités plus faciles à sentir. Combien de fois sans penser qu'on prêtoit de foibles armes à la mauvaise cause de Spinosa , n'a-t-on pas tenté , par exemple , de démontrer en rigueur les propriétés du levier ou les loix de la composition du mouvement ? On n'apercevoit pas que les Mathématiques pures ne sont susceptibles de démonstrations exactes , que parce qu'elles offrent continuellement des vérités nécessaires : Au lieu que la certitude de la plûpart des principes de Méchanique ou de Physique dépend de leur institution ou des raisons de convenance , sur lesquelles ils sont fondés. On peut montrer sans doute que la diagonale du Parallelograme qui sert à la composition des mouvemens , a un grand nombre de propriété qui la distinguent. Les forces ou les mouvemens contraires se détruisent de part & d'autre de cette ligne , la longueur de cette diagonale représente la somme des forces qui s'accordent à agir dans le même sens , c'est outre cela sur cette diagonale que tombe le plus grand effort relatif commun ; car qu'on cherche cet effort sur tout autre direction , il sera toujours un peu moindre. Il se présentera une infinité d'autres raisons de préférence à la sagacité des Mathématiciens.

ciens qui en feront la recherche ; & ils pourront par l'arrangement & la longue suite de leurs reflexions donner quelque apparence de démonstrations à leurs raisonnemens. Mais ces prétendues démonstrations n'en feront pas meilleures , & si on les regarde comme de simples explications , elles feront fort inférieures à d'autres qui feroient plus courtes. Outre cela , elles n'auront toujours de force qu'autant qu'on ne rejettera pas certaines suppositions qu'on n'est pas invinciblement forcé d'admettre , & qu'on n'est disposé à recevoir que parce que le choix fait par l'Auteur de la Nature étant l'effet de la plus parfaite lumière , quelques rayons qui s'en détachent pour ainsi dire , percent jusqu'à nous , & nous font sentir par leur impression la sagesse du choix.

Dans les cas mêmes les plus simples & qui semblent n'admettre qu'une seule solution , nous laissons passer souvent sans nous en apercevoir quelques unes de ces suppositions dont nous venons de parler. Presque tous les Philosophes se trompent , selon toutes les apparences , sur la cause du mouvement continué. Ils disent que le mouvement est un état & que puisque chaque chose persiste dans sa manière d'être , le corps une fois mis doit continuer à se mouvoir. On auroit , peut-être , tout autant de droit de dire que le mouvement est un changement continuel d'états & qu'il faut donc une cause continuellement agissante pour le produire. Le corps existoit d'abord en A , il existe ensuite en B , en C , &c. Peut-il passer successivement de lui-même dans tous ces lieux en sortant de sa place à chaque instant ? N'est-il pas plus à propos de penser , conformément à ce qu'on a dit (pag. 27) touchant les molécules de matière qui ne sont point affectées , que la force qui fait mouvoir le corps après qu'on a cessé de le pousser , lui est extérieure , & que cette propriété qu'il a de continuer à se mouvoir , il pourroit ne la pas avoir ?

Mais au lieu d'un mobile , considérons en deux qui

viennent se rencontrer en sens directement contraires avec des masses & des vitesses égales : Nous sommes tentés de croire qu'il faut nécessairement qu'il y ait équilibre entre ces deux corps. Ils ont des forces précisément égales ; toutes les circonstances sont les mêmes de part & d'autre, ajoute-t-on ; & il est métaphysiquement impossible que l'un l'emporte sur l'autre. Qu'on y pense cependant un peu : Ces deux mobiles sont formés chacun de la même quantité de matière , & ils parcourent en tems égaux des espaces de mêmes longueurs ; c'est tout ce que nous sçavons avec certitude. Le transport est égal , si par transport nous entendons la masse multipliée par la vitesse. A l'égard de la force , que j'y suppose comme attachée , je n'en ai aucune idée distincte , je l'ai sentie souvent sans la mieux connoître , & aparemment que les autres Physiciens sont dans le même cas que moi ; témoin la dispute qui fit tant de bruit il y a quelques années touchant l'expression qu'on devoit lui assigner. Tout considéré, nous ignorerions encore , si l'expérience ne nous l'avoit appris , que cette force ne dépend point du sens dans lequel le corps se meut par rapport à l'Univers. En effet , on entreprendroit inutilement de nous démontrer qu'il est géométriquement impossible ou qu'il impliquerait contradiction que le mobile qui va vers l'Orient, surmontât toujours celui qui avance vers l'Occident , malgré leur égalité de transport. Il est vrai que tout est égal de part & d'autre , si l'on fait abstraction des Régions du Monde : Mais l'Auteur de la Nature pouvoit faire dépendre l'action de chaque mobile non-seulement de la masse & de la vitesse , mais encore de la situation de la direction selon laquelle se fait le mouvement.

Il suffit d'ouvrir les yeux pour se convaincre que la situation de la direction par rapport aux Régions du Monde ne fait rien au choc des corps. On doit conclure de là que quant à l'Ordre général , l'établissement des loix du

mouvement est antérieur à la formation de l'Univers ; & tous les Phénomènes nous confirment la même vérité. Notre globe tourne sur son axe en 24. heures ; tous les corps terrestres décrivent des cercles plus ou moins grands selon qu'ils sont plus ou moins éloignés de l'axe. Mais conformément à la loi qui porte qu'une ligne courbe ne peut être décrite que par un mouvement contraint ou continuellement gêné ; tous ces corps font effort pour s'éloigner du centre de la Terre , & cet effort qui s'exerce contre la pesanteur , la rend inégale. Preuve certaine que l'Auteur de la Nature ne veut pas absolument ou simplement que les corps terrestres décrivent des cercles. Si sa volonté se bornoit à cet effet , les graves n'auroient point de force centrifuge ; ils décriraient aussi naturellement un cercle que la ligne droite : au lieu qu'ils ont une force centrifuge considérable ; parce que les loix du mouvement sont constamment observées par tout , & qu'elles sont les premières en date , si on peut se servir de cette expression.

Sur l'Institution des loix de l'Attraction.

(2) **L**E Newtonien & le Cartésien habile , se réunissent désormais à regarder les Attractions comme un point de fait qui est attesté par un si grand nombre de Phénomènes , qu'il n'est plus permis de les revoquer en doute. Mais ces Philosophes se trouvent à peu près dans le même cas que les Nations qui ne pouvant parvenir au bonheur inestimable d'une Paix durable , se procurent au moins autant qu'ils peuvent , les douceurs passagères qu'offre une Treve mal établie. Il leur suffit pour cela de déclarer , les uns peut-être sans trop le croire , & les autres sans trop l'espérer , que le mot d'*Attraction* de même que celui de pesanteur désigne simplement un fait , en attendant qu'on en découvre la cause. Par le moyen de cette simple précaution qui réussit toujours ,
on

on peut malgré la diversité d'intérêts de Sectes , travailler ensemble comme amis à chercher des vérités d'induction , qui sont presque les seules auxquelles nous puissions parvenir ; on peut en un mot faire tout ce qu'il faut pour augmenter nos connoissances dans la Physique. La Philosophie des uns est comme entée sur celle des autres ; & il est certain que pour devenir bon Newtonien ou pour le devenir à bon droit , il faut commencer par être Cartésien & ne cesser d'être pur Cartésien qu'à la dernière extrémité. Malheureusement le concert est actuellement un peu troublé entre eux dans nos Entretiens , quoique leur dispute ne les occupera pas longtemps. Nous profiterons de cette occasion pour faire quelques réflexions sur la nature de la Gravitation universelle ; & nous tâcherons ensuite de satisfaire à quelques-unes des difficultés qu'on fait contre cette force regardée comme principe.

I.

On peut considérer l'Attraction comme plusieurs autres qualités sensibles qui s'exercent selon des lignes droites. De la divergence de ces lignes qui partent d'un point , qui partent d'un grain de matière , il naît naturellement une diminution dans la force qui doit suivre la raison inverse du carré de la distance. L'éloignement étant trois ou quatre fois plus grand , l'Attraction sera 9 fois ou 16 fois plus petite : Mais c'est en supposant que la force qui s'exerce sur chaque ligne Mathématique ne reçoit aucun changement , & il est clair qu'elle pourroit en recevoir ; elle pourroit diminuer suivant un certain rapport qui se compliqueroit avec la diminution que produit la divergence ; un rapport se multiplieroit par l'autre. Supposé que la Gravitation sur chaque rayon ou sur chaque ligne prise mathématiquement , diminuât comme la distance , la Gravitation diminueroit en tout

comme le cube ; & on voit bien qu'elle pourroit par la même raison suivre dans sa diminution une infinité de rapports , selon qu'elle diminue plus ou moins le long de chaque ligne. En général , si x marque la distance au grain de matiere , & que la loi que suit la gravitation particulière sur chaque rayon soit proportionnelle aux puissances négatives p de x , on aura $\frac{1}{x^p}$ pour la force sur chaque ligne considérée mathématiquement. Mais les espèces de rayons sur lesquels s'exerce la force étant sujets à la même divergence que les rayons de lumière , & que les lignes le long desquelles se continuent diverses qualités sensibles , il faut multiplier $\frac{1}{x^p}$ par $\frac{1}{x^2}$; & on aura $\frac{1}{x^{p+2}}$ pour la force attraitrice de tous les grains de matiere imaginables.

Cette expression de la force s'étend à une infinité de cas ; elle ne marque à notre égard que la simple possibilité de la chose , sans nous rien apprendre touchant le fait ou sur l'existence des cas qui ont réellement été choisis. Il nous faut consulter les Phénomènes si nous voulons découvrir combien l'Auteur de la Nature a jugé à propos d'instituer de ces différentes loix , ou s'il n'a voulu en établir qu'une seule. Nous n'avons que cette unique route à suivre , pour ne pas nous égarer dans le champ trop vaste que nous présente ici par sa généralité la Géometrie ou la Métaphysique. C'est à l'expérience seule à nous instruire ; & encore ne sommes nous pas sûrs de ne nous pas tromper : Car toutes ces matieres sont trop mêlées d'obscurité , pour que nous puissions rien affirmer absolument. Pour peu néanmoins que nous faisons attention à certaines opérations de la Nature , nous jugerons que la raison inverse du carré de la distance n'est pas la seule qui ait été adoptée , & qu'il faut au moins que plusieurs corpuscules qui entrent dans la



composition des mixtes, agissent selon la raison inverse des cubes. Qu'on joigne ensemble plusieurs grains de matiere dont l'action suit le raport inverse des quarrés. On ne trouvera pas dans cet assemblage une force suffisante pour produire ici bas une infinité de ces Phénomènes qui frappent autant les yeux des Naturalistes dans les productions de la Nature, que les mouvemens célestes propres à établir l'autre loi, frappent les yeux des Astronomes. Les deux loix ont un égal droit à être admises : Car il ne paroît pas qu'on puisse expliquer par l'une les effets que produit certainement l'autre. Messieurs Kiell & Friend se sont attachés à mettre cette proposition dans tout son jour ; & ils n'ont fait en cela que suivre les traces de M. Newton, qui avoit déjà touché le même sujet à la fin de son Optique. Tous ont vû qu'il y avoit au moins des exemples bien distincts de deux loix différentes, l'une qui dépend du quarré, l'autre du cube de la distance. S'il ne s'agissoit que d'une simple diminution de force, on pourroit peut-être la procurer par la décomposition des mouvemens : Mais une progression n'est pas propre à tenir la place de l'autre ; & on ne peut pas encore une fois réussir à multiplier la force jusqu'à la rendre comme immense dans le contact, en accumulant des parties qui agissent selon le quarré.

Il suit de là, que si on eut demandé à M. Newton, ou même aux deux autres Sçavans que nous venons de citer, l'expression générale de la force d'un corps formé de corpuscules pris au hazard, j'ai le soin de dire pris au hazard, ils n'eussent point hésité à nous donner une quantité complexe composée au moins de deux termes, pour représenter la diverse action des deux sortes de parties qu'ils reconnoissoient. L'expression eut été $\frac{m}{x^2} + \frac{n}{x^3}$, dans laquelle m désigne la multitude & en même tems l'intensité de la force des corpuscules qui agissent selon la raison inverse des quarrés, & n la multitude des au-

tres molécules. On ne peut pas employer d'autre expression ; aussi-tôt qu'on embrasse les principes de M. Newton dans toute leur étendue. Il ne nous l'a pas fourni lui-même , parce qu'il nous arrive tous les jours de savoir une infinité de choses sur lesquelles nous ne nous replions pas , ou sur lesquelles nous ne nous avisons pas de nous interroger. Au surplus , on se feroit une vaine difficulté , si l'on prétendoit que l'action de chaque grain ne suit pas une loi simple ; on voit bien qu'elle en suit une. Ce n'est pas que nous eussions rien à dire contre une expression originairement complexe ; de même que nous aurions tort de mettre sur le compte des nombres , les embarras dans lesquels nous jetteroit , par notre faute, l'usage des chiffres Romains, si nous les employons dans nos calculs à la place des chiffres Arabes. Mais ce n'est point cela ; l'assemblage des corpuscules , pour ainsi dire hétérogenes , apporte nécessairement de la complication dans le résultat ; & peut-être faudroit-il, si nous connoissions mieux la Nature, ajouter quelques autres termes à l'expression pour la rendre complète , quoique la diversité d'actions doive être renfermée dans des bornes très-étroites. Une règle qui est supérieure à toutes celles-là & qui sans doute n'a pas été violée , c'est qu'il n'a dû entrer de différentes loix dans le Méchanisme général qu'autant qu'elles y étoient absolument indispensables : Le nombre de toutes ces loix dépend de la variété que l'Ordonnateur de toutes choses a voulu mettre dans son Ouvrage. Ainsi , nous qui n'en pouvons juger qu'à *posteriori* & qui n'avons dans cette rencontre d'autre lumière que celle que nous fournit l'expérience , nous ne devons admettre de nouveaux principes , que lorsque nous y sommes absolument obligés , non pas par un fait unique dans la discussion duquel nous pourrions craindre quelque erreur , mais par une suite entière de Phénomènes qui déposent unanimement en faveur de la même vérité.

Je n'ai que faire d'avertir qu'il ne s'agit pas ici de la dé-

composition de la force qui résultera de l'action oblique des molécules les unes par rapport aux autres. Cette décomposition faite selon les règles ordinaires de la Mécanique, produira d'autres changemens. Nous ne considérons actuellement que la seule complication qu'introduit nécessairement la multitude des parties hétérogènes. Dans certains mixtes le terme $\frac{m}{x^2}$ doit disparaître ou devenir comme nul, parce que le nombre des autres parties sera incomparablement plus grand; c'est ce qui donne lieu à la plupart des merveilles qui s'opèrent dans le laboratoire des Chymistes. On trouvera d'autres corps qui seront formés entièrement de parties dont l'action suit la raison inverse du carré des distances; ou bien leurs autres parties seront comme ensevelies dans les premières, ou elles seront en trop petit nombre. Mais il n'est pas étonnant que les deux termes aient lieu, dans l'assemblage de tous les mixtes, dans un amas grand comme la Terre qui en contient elle-même tant d'autres; & il n'est pas incroyable que l'action des deux différentes forces se manifeste dans le mouvement d'une Planète voisine comme la Lune, à l'égard de laquelle la pesanteur vers nous doit produire des effets plus marqués.

Aussi M. Clairaut a-t-il trouvé que le premier terme de l'expression ne suffisoit pas & qu'il falloit nécessairement en ajouter un second, aussi-tôt qu'il a examiné le mouvement de l'Apogée & du Périgée de la Lune, avec la sagacité qu'il apporte dans toutes ses recherches. La Lune étant peu éloignée de la Terre, & ses distances changeant considérablement, les deux forces ou actions particulières doivent souffrir de grandes altérations; & comme elles suivent différens rapports, leur diversité donne lieu de les démêler. Une barrière difficile à franchir avoit empêché M. Newton de faire cette découverte si importante, qui bien loin de faire tort à sa Théorie, la perfectionne au contraire. Pour ne pas entreprendre

la solution d'un problème embarrassant, ce grand Homme à qui nous ne devons pas en faire de reproche, puisque nous lui avons tant d'autres obligations, se contenta d'une approximation trop peu exacte. Il jugea à propos de n'évaluer que grossièrement la force perturbatrice à laquelle la Lune est sujette, cette force qui altere sans cesse & la situation de l'Ellipse, & l'Ellipse même que décrit cette Planete. Faute de vérifier ou d'apercevoir que l'action du Soleil ne pouvoit pas toute la fournir, il ne pouvoit pas soupçonner qu'il falloit en attribuer une partie à la Terre même, dans laquelle il reconnoissoit néanmoins des corpuscules qui agissent en raison inverse triplée de l'éloignement; espèce d'action qui est propre comme il le sçavoit encore, à faire avancer d'un pas réglé la ligne des apsides dont il étoit question. On trouveroit, peut-être, encore une autre petite partie de cette force dans les corpuscules hétérogenes de la petite Planete. Mais enfin pour trancher le mot, on ne peut pas disculper M. Newton de toute erreur, puisqu'il a crû que le second terme de la Gravitation étoit insensible; au lieu que ce terme est considérable par raport à l'autre; ce qui change la loi de la Pésanteur qu'il faut au moins employer dans l'Astronomie Physique lunaire.

On pourra vraisemblablement, en examinant avec plus de scrupule dans la suite le mouvement des autres Planetes, décider si la distribution des parties hétérogenes est la même dans le Soleil que dans la Terre, ou que dans Saturne ou dans Jupiter. Il seroit aussi absurde de prétendre que cette distribution est la même par tout, que si l'on soutenoit qu'elle est égale ici bas dans tous les mixtes. Que la Terre contienne donc trois ou quatre fois plus de parties d'une espèce que de l'autre, on n'en doit rien conclure à l'égard des autres corps célestes, ni même à l'égard de la Lune: Car le deuxième terme qu'il faut ajouter à l'expression de la Pésanteur, appartient jusqu'à présent par indivis aux deux Planetes, & on peut dire à peu près

la même chose du premier. Nous pouvons dire quelque chose de plus ; les Cieux nous présentent une matière qui paroît exempte d'inertie , puisqu'elle ne fait point de résistance sensible aux mouvemens des Planetes. Une semblable matière ne paroît pas propre à avoir une force attractive : Car il faut une certaine sorte de réaction ou de résistance de la part des corps qui agissent en distance. Ils n'attirent que parce qu'ils sont eux-mêmes attirés , & qu'ils ne cedent à cet effort que lentement. Mais il se peut faire que toute matière qui a de l'inertie n'agisse point dans l'éloignement ; & il suit de là que quoique la multitude des parties qui forment un corps , soit exprimée par une quantité complexe de trois termes , il n'y en aura quelquefois que deux qui contribueront à l'action dans l'éloignement. Il faudra excepter peut-être un grand nombre de parties dotées d'inertie , mais destituées d'attraction , pendant que les autres corpuscules agiront inégalement ; ce qui nous donnera la même expression que ci-devant pour l'action totale.

II.

Il ne nous reste plus qu'à examiner , comme nous l'avons promis , les difficultés qu'on fait ordinairement contre les Attractions. Je n'entreprendrai pas de répondre ici aux objections que les personnes qui ne sont nullement initiées dans ces matières hazardent quelquefois . On a déjà entendu parler en France des tentatives que je fis au Pérou à la fin de 1738 sur une Montagne continuellement couverte de neige , nommée *Chimborazo* qui est la plus haute que j'aye vûe , & peut-être la plus haute du Monde. J'invitai Messieurs de Ulloa & de la Condamine , à être témoins des Observations que je me proposois d'y faire & à y prendre part. Nous nous posâmes au pied de la neige , 829 toises au-dessous du sommet de la Montagne , & 2388 toises au-dessus du niveau de

la Mer. Là, un fil à plomb se détourna vers Chimborazo d'environ $7\frac{1}{2}''$, c'est-à-dire, que sa tendance vers la Montagne ne se trouva guères que d'une 27 ou 28 millièmiè partie de sa tendance en bas vers la Terre. Mais si une si énorme masse, comme la Montagne, produisit si peu d'effet, qu'on juge de celui que causeroit le Mont-Valerien, qui n'est peut-être pas la vingt millièmiè partie de la masse dont nous ressentions la présence, & qu'on s'étonne ensuite que nos plus grans édifices n'agissent pas d'une maniere sensible sur les corps qui sont dans leur voisinage ! Je laisse encore une fois ces sortes d'éclaircissemens, pour considérer les attractions d'un autre côté. Qu'elles soient impossibles, je doute que personne le pense. Qu'elles soient inutiles, c'est la grande objection que répètent continuellement les Sectateurs de M. Descartes, & c'est la plus difficile à résoudre ; parce qu'il ne suffit pas de refuter les explications de la plupart des Phénomènes qu'ont donné ces Philosophes, il faut encore faire voir qu'il n'est pas possible d'en trouver de meilleures, tant qu'on se renferme dans les principes Carrésiens. Nous aurons souvent occasion de suivre cette objection & de l'examiner dans ces Remarques. On a fait enfin une troisième difficulté un peu différente de la seconde, & c'est celle dont nous allons actuellement pèser la force. Les Sectateurs de M. Leibnitz en puisant dans la Métaphysique de leur Maître, ont prétendu montrer, non pas que la Gravitation universelle étoit impossible, mais qu'il n'y a jamais eu de raison de l'établir.

Ils soutiennent que lorsqu'on considère un corps, on ne voit rien qui ait raport à la vitesse qu'il doit prendre ni à la direction qu'il doit suivre. Ce corps est placé dans le vuide : on l'examine inutilement, on ne peut décider de son sort par l'effet de l'Attraction. Le problème est indéterminé à cet égard ; il n'admet point de solution précise & certaine ; & c'est à peu près comme

s'il

s'il n'en admettoit aucune. Rien ne réglant l'Attraction, elle n'a pas dû être établie : Car pourquoi feroit-elle plutôt d'un certain degré que d'un autre ?

Pour moi, j'avoüe ingénument que je ne suis nullement étonné que le problème considéré de cette sorte, soit susceptible d'une infinité de solutions. L'Attraction ne peut s'exercer que lorsqu'il y a plusieurs corps : Ainsi pour prévoir ce qui arriveroit à chacun d'entr'eux, il faut embrasser du même coup d'œil tout le système ; & alors la question qui paroïssoit indécidée, ne le sera plus. N'est-ce pas à peu près la même chose lorsqu'un corps en mouvement en choque un autre ? Si je ne jette la vûe que sur le corps choqué, je ne découvre rien qui puisse lui faire prendre une nouvelle vitesse. Je vois, il est vrai, dans l'instant du choc un autre corps : Mais ce dernier pourroit rester pendant un siècle entier dans la même place sans produire le moindre effet. Il faut donc que je sçache que ce dernier mobile vient de plus loin ; il faut en un mot que je n'ignore aucune des circonstances essentielles. Je ne suis aussi obligé à rien de plus lorsque j'examine un système de corps ; & que j'entreprends de marquer les effets de l'Attraction. Il n'est pas douteux qu'il n'y aura pas d'action dans l'éloignement, si le corps est tout seul.

On repliquera, peut-être, que si la direction que doivent suivre les deux corps en s'approchant mutuellement l'un de l'autre, est indiquée par la ligne droite qui les joints, & que si outre cela le changement de leur Gravitation dans tous les points de la distance, est soumis à une loi certaine, les degrés même de cette Gravitation ne paroissent pas l'être ; & que les deux corps n'offrent aucune particularité qui puisse servir à les déterminer. On ajoutera que la distance & la gravitation sont des grandeurs absolument hétérogènes, qu'elles n'ont point de rapport entre elles qui permette de les comparer immédiatement. C'est-à-dire, que l'une ne peut jamais

être prise pour la mesure absolue de l'autre, quoiqu'on puisse exprimer réciproquement leurs changemens les uns par les autres, parce qu'il ne s'agit alors que de proportion. Tout cela prouve que si les deux corps étoient seuls dans la Nature, la force même de la gravitation ne seroit soumise, quant à sa quantité ou à son intensité, à aucune règle précise fondée sur les seules conditions données. Mais ce n'est plus la même chose si nous considérons l'Univers dans son état actuel, & si nous faisons attention à l'harmonie qu'il y a entre toutes ses parties. Les Planetes en circulant autour du Soleil avec une certaine vitesse, font un effort continu pour s'éloigner de cet Astre : Les Planetes secondaires ou Lunes, font un effort semblable pour s'écarter de leur Planete principale. L'Auteur de la Nature, comme nous l'avons dit plus haut, n'anéantit point ces efforts centrifuges, mais il leur oppose une force contraire, la Gravitation avec laquelle ils se mettent en équilibre. Or, c'en est assez pour que cette dernière force reconnoisse des règles qui l'empêchent d'être arbitraire. Il n'a pas fallu la rendre trop grande, pour ne pas précipiter toutes les Planetes dans le Soleil ; ni la rendre trop petite pour ne pas laisser les mêmes Planetes aller se perdre vers les extrémités de l'Univers en suivant des lignes presque droites : il a fallu enfin que la gravitation fut précisément d'un certain degré, pour que les Orbites devinssent des Ellipses déterminées fort approchantes du cercle & parcourues dans un certain tems. Tout ce qui résulte de là, c'est que si la Gravitation universelle constitue un principe distinct, ce principe ne tient que le second rang entre ceux de Physique : il n'est pas antérieur à la formation de l'Univers, comme le sont à certains égards les loix du mouvement ou le Mécanisme ordinaire. L'inertie est une suite ou plutôt une dépendance nécessaire des loix du mouvement : Il n'a été permis de la méconnoître que lorsqu'on ne les a pas

bien connus. Mais quant au principe de la Gravitation ou de la Pésanteur universelle, son infériorité est incontestable ; puisque dans une de ses premières circonstances ce principe dépend des dimensions des Orbites planétaires & de la promptitude de leur révolution.

On voit clairement que c'est par une fausse application du principe de la *raison suffisante*, qu'on prétendoit proscrire la Gravitation universelle. Le principe de la *raison suffisante* nous paroît hors de doute. Seroit-il possible que quelque chose se fit sans cause, ou sans raison déterminante ? Le principe est donc certain. Mais en vérité, l'instrument entre nos mains est trop délicat, pour que nous soyons toujours sûrs d'en faire un bon usage. Il ne nous est pas donné de prendre un vol assez hardi, pour pouvoir, comme si nous étions au-dessus de tout, considérer les choses d'un point de vûe suffisamment élevé. Il nous faut presque toujours tenir un chemin tout opposé ; remonter le mieux que nous pouvons des effets aux causes, ou nous borner aux seules vérités d'induction.

L'Univers matériel a comme deux modules différens ou deux parametres, auxquels toutes ses particularités se rapportent. Tout est déterminé aussi-tôt que les deux parametres sont fixés ; & l'un des deux pourroit varier à l'infini, pendant que l'autre demeureroit constant ou variroit en sens contraire. En effet, un Univers semblable au nôtre pourroit n'avoir que la grosseur d'un de nos grains de sable, & il pourroit au contraire être porté à un excès de grandeur qui rendît ses grains de sable plus gros que notre Terre ou notre Soleil. Le module du tems pourroit aussi être diminué ou augmenté à l'infini ; tous les siècles, tous les mouvemens périodiques, toutes les vicissitudes s'accompliroient plus ou moins promptement, mais dans un ordre parfaitement semblable. Il ne nous reste plus qu'à ajouter, pour écarter toutes les chicanes d'une Métaphysique trop subtile, que chacun de ces Mondes dont les dimensions seroient différentes & dont

la durée des révolutions seroit aussi plus grande ou plus petite, pourroit subsister en même tems que le nôtre. Enfin, on considérera que tous ces différens plans d'Univers seroient parfaitement équivalens; puisque l'enchaînement de tous les Phénomènes y seroit le même & les scènes ordonnées de la même façon. Il ne faut donc pas que le Leibnitien se hazarde d'appliquer ici son principe; car il en tireroit une conséquence ou fausse ou absurde: il nous diroit que Dieu n'a pas créé de Monde, ou qu'il en a créé une infinité d'infinités. Je dis une infinité d'infinités, à cause des deux parametres dont dépend chaque systême de Mondes, entre ceux qui sont semblables.

Au surplus, nous ne chercherons point à nous disculper si dans les Remarques précédentes, de même que dans les suivantes, nous avons recours si souvent à la puissance du Créateur, quoique nous ne prétendions pas sortir des limites étroites dans lesquelles nous avons dû nous renfermer. Lorsqu'il s'agit d'un fait particulier, on auroit tort de ne pas le rapporter aux causes Physiques dont il dépend, ou à l'ordre qu'on sçait qu'il y a entre toutes les causes secondes. C'est la grande élasticité de la flamme conçüe dans un petit espace, qui fait, par exemple, que le boulet est chassé du canon avec tant de force, & que le boulet va fraper un mur qu'il renverse. Tout cela doit s'expliquer par les seules loix du Méchanisme étendu à tout ce qu'il comprend; & c'est la même chose, lorsque le vent déracine un arbre, ou que le Tonnerre détruit un édifice sur lequel il tombe. Mais qu'on remarque qu'il faut bien recourir à l'autorité de l'Ordonnateur de toutes choses, lorsqu'on entreprend de fonder la Physique ou de penetrer jusqu'à la premiere source de ses principes. La Philosophie devient alors nécessairement une espèce de Théologie: Elle le devient, aussi-tôt qu'on est convaincu que les loix qui composent le Méchanisme sont effectivement

des loix, & qu'on ne donne pas dans la pensée si absurde, de les regarder comme des suites nécessaires des propriétés Géométriques de l'étendue.

*Des Principes de Physique qu'on pourroit substituer
aux Attractions.*

(3) **Q**UELQUES solutions qu'on donne aux objections qu'on fait ordinairement contre les Attractions, on ne prouve tout au plus que la possibilité de ces sortes de forces, & on ne prouve pas qu'elles aient effectivement lieu. Ce sont les expériences & les Phénomènes qui doivent nous apprendre le reste. Mais il faut éviter en cela un équivoque qui fait prendre le change à bien des gens. Les Phénomènes nous indiquent la Gravitation universelle, mais ils ne nous l'indiquent que comme un fait que les Cartésiens même doivent admettre. C'est ce qu'il faut bien remarquer. Car il ne s'agit pas de là que l'Attraction ou la gravitation universelle forme un principe indépendant & distinct, qui fasse partie du Méchanisme, en tenant un certain rang entre les autres loix de la Nature. Pour s'assurer donc d'une manière infallible de la vérité du principe, il faut, comme l'ont reconnu nos trois Interlocuteurs pouvoir se démontrer clairement à soi-même que la plupart des Phénomènes sont absolument inexplicables par des moyens plus simples. Ce n'est qu'à ce prix, nous le repetons, qu'on peut acquérir le droit de reconnoître de nouvelles loix; & peut-être même que M. Newton n'est pas allé tout à fait si loin. Nous voyons que dans une des Questions qui est à la fin de son Optique dans la 21^e, il fait mention d'un fluide répandu par tout, qui étant plus dense au dehors du Soleil & des Planetes qu'à leur surface, pourroit être la cause de la pesanteur. Ce grand

Homme parle aussi de l'effort continuél que pourroient faire les parties de l'éther pour s'éloigner réciproquement les unes des autres. Supposé néanmoins qu'on pût expliquer par ces moyens les difficultés de Physique qui ont embarrassé les Cartésiens, ce seroit toujours introduire de nouveaux principes dans le Méchanisme, puisque ceux qu'on propose ne naissent pas de la seule combinaison des loix du mouvement.

Nous devons aussi à M. Varignon une hypothese fort ingénieuse qu'il donna en 1690, pour expliquer la pesanteur. Cette hypothese qui sort un peu du Méchanisme ordinaire, n'est pas d'une application assez heureuse lorsqu'il s'agit des corps terrestres. L'Auteur, dont la marche étoit ordinairement si sûre, ne s'est pas garanti de toute faute de Géométrie en discutant son sujet. Mais ce qui nous paroît très-digne de remarque, c'est que son hypothese réussit parfaitement bien, lorsqu'on l'applique aux Phénomènes de la Gravitation universelle dont nous voyons des effets continuels dans le Ciel. M. Varignon, à qui tout cet usage ne s'est pas montré, suppose que l'Univers est plein d'une infinité de corpuscules qui se meuvent avec une extrême rapidité en toutes sortes de sens. Il n'est pas nécessaire que ces corpuscules forment un fluide, ils peuvent être détachés les uns des autres, à peu près comme la plupart des Newtoniens, suposent que les petits corpuscules qui constituent les rayons de lumiere sont isolés. Ces corpuscules doivent être très-petits, & ils doivent en même tems se mouvoir avec une extrême rapidité : car il faut que la vitesse des Planetes soit comme nulle à l'égard de celle qu'ils ont. L'énorme promptitude de leur mouvement est cause qu'ils frappent une Planete de tous les côtés avec une force qui est la même : La vitesse de la Planete n'ajoute rien à la grandeur de l'impulsion d'un côté, ni ne retranche rien non plus de l'impulsion du côté opposé.

En tout cas, si les deux impulsions n'étoient pas par-

faitement égales, la Planete éprouveroit quelque résistance en continuant son cours; elle perdrait peu à peu de son mouvement, & la gravitation se trouvant trop forte, la Planete iroit insensiblement en s'approchant du Soleil, dans lequel elle tomberoit à la fin, après avoir fait un grand nombre de révolutions. Rien ne nous assure que les Planetes ne soient pas effectivement sujetes à ce progrès lent vers le centre de leur période. Ce n'est que l'observation des diamètres du Soleil qui puisse nous apprendre que nous ne changeons point de distance par raport à cet Astre, qui nous paroîtroit plus grand si nous nous en aprochions d'année en année. Mais il n'y a pas assez long-tems qu'on mesure les petites grandeurs célestes, avec une certaine exactitude, pour que nous ayons des observations à opposer à ce péril dont la Terre est menacée, de même que toutes les autres Planetes qui composent le système Solaire.

Au lieu de porter la vûe si loin, considérons la Lune dont nous sçavons l'éloignement à la Terre. Cette Planete secondaire doit être frappée de tous les côtés par les corpuscules de M. Varignon; mais cependant elle fera un peu à couvert de l'impulsion par dessous; puisque la Terre la garantira d'une infinité de chocs. Ainsi la Lune moins poussée par en bas que par en haut, tendra à tomber sur la Terre, & elle y tomberoit effectivement si la vitesse de ses révolutions ne lui faisoit acquérir une force centrifuge qui la soutient. Notre célèbre Académicien n'avoit pas fait attention à la force centrifuge; il avoit crû qu'il y avoit un point de repos où les impulsions étoient exactement égales; & qu'un peu au-dessus & au-dessous de ce point, le Grave, n'étoit point encore exposé à tomber, à cause de la résistance du milieu. Il n'osoit pas regarder jusqu'aux extrémités de l'Univers, qui sont comme infiniment éloignées: Il se consideroit comme à l'étroit sous une espèce de voûte. Son système perdoit à n'être pas développé davantage.

* Voyez
le second
Tome des
Lettres de
M. Descar-
tes de l'E-
dition de
1724. Let-
tre IV.

& il l'embarraſſoit ſans nul beſoin, en lui ôtant de la ſimplicité qu'il a naturellement. L'eſpace de repos ne ſervoit qu'à loger tout au plus les boulets de canon que le P. Merſenne & M. Petit avoient tirés en haut & qu'ils n'avoient pas vû retomber. * Mais les corpuscules agités, comme nous venons de l'expoſer, donneront à toutes les Planetes principales de la péſanteur vers le Soleil, à cauſe de la groſſeur énorme de cet Aſtre. Les Satellites auront de la péſanteur vers les Planetes auxquelles elles appartiennent ; & outre cela toutes ces Planetes (les plus groſſes au moins) modifieront ou troubleront un peu leur mouvement, par une eſpèce d'action réciproque, ou pour mieux dire, parce qu'elles ſe mettront mutuellement à couvert du choc des corpuscules, lorsqu'elles paſſeront à une certaine diſtance les unes des autres. Tout ſe paſſera comme dans le Monde Newtonien.

Je me contenterai de démontrer la propoſition fondamentale de cette Théorie : La forme de cet Ouvrage ne me permet rien de plus. Je ferai voir qu'en ſuppoſant des corpuscules qui ſe meuvent en toutes fortes de ſens, un grain de matiere placé en A, (*fig. 1.* *) il n'importe à quelle diſtance du globe BED, éprouveroit une péſanteur vers ce globe, qui ſeroit précifément en raiſon inverſe du quarré de la diſtance AC au centre du globe. Le grain de matiere A ſeroit également pouſſé de tous les côtés, s'il n'étoit en quelque ſorte à l'abri par le voiſinage du globe BED. Recevant une infinité de chocs de toutes parts, il faut excepter le cone ou ſecteur ſphérique FAG qui ne contient aucun corpuscule qui contribue à l'impulſion, parce qu'ils ſont tous de ce côté-là arrêtés par le globe. Ainſi, la péſanteur du grain de matiere A doit être exprimée par les chocs que ſont les corpuscules contenus dans le ſecteur ou dans le cone égal & opoſé par le ſommet au cone FAG. Sans nous donner la peine de tracer cet autre cone, nous n'avons qu'à

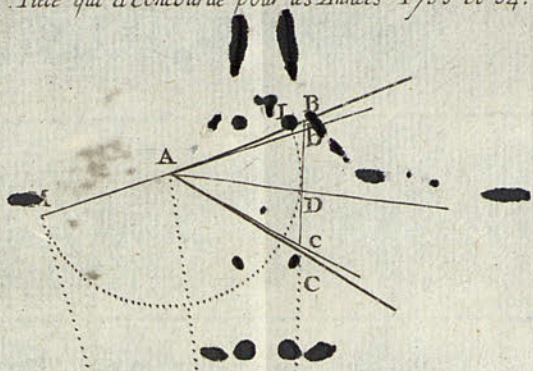


Fig. 1.

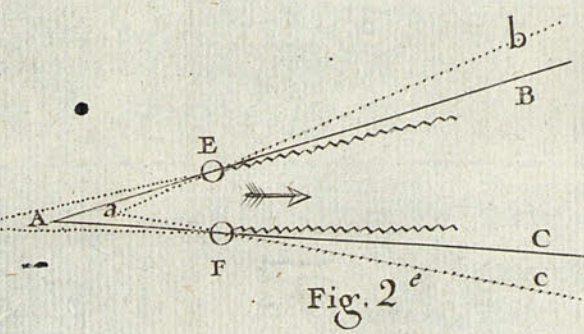


Fig. 2.

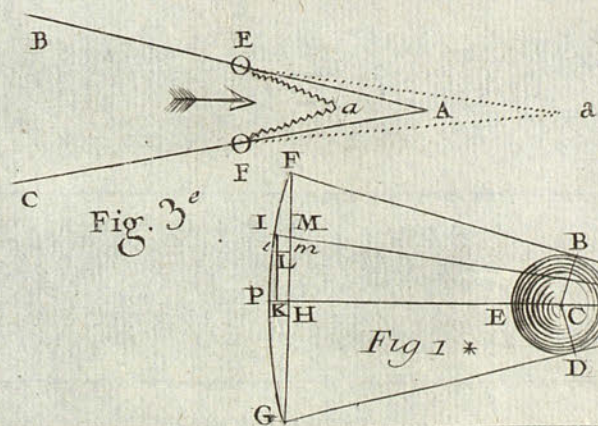


Fig. 3.

Fig 1 *

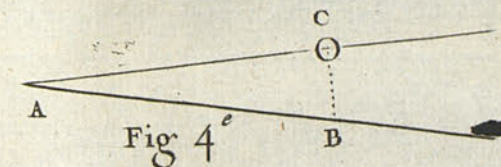


Fig 4.

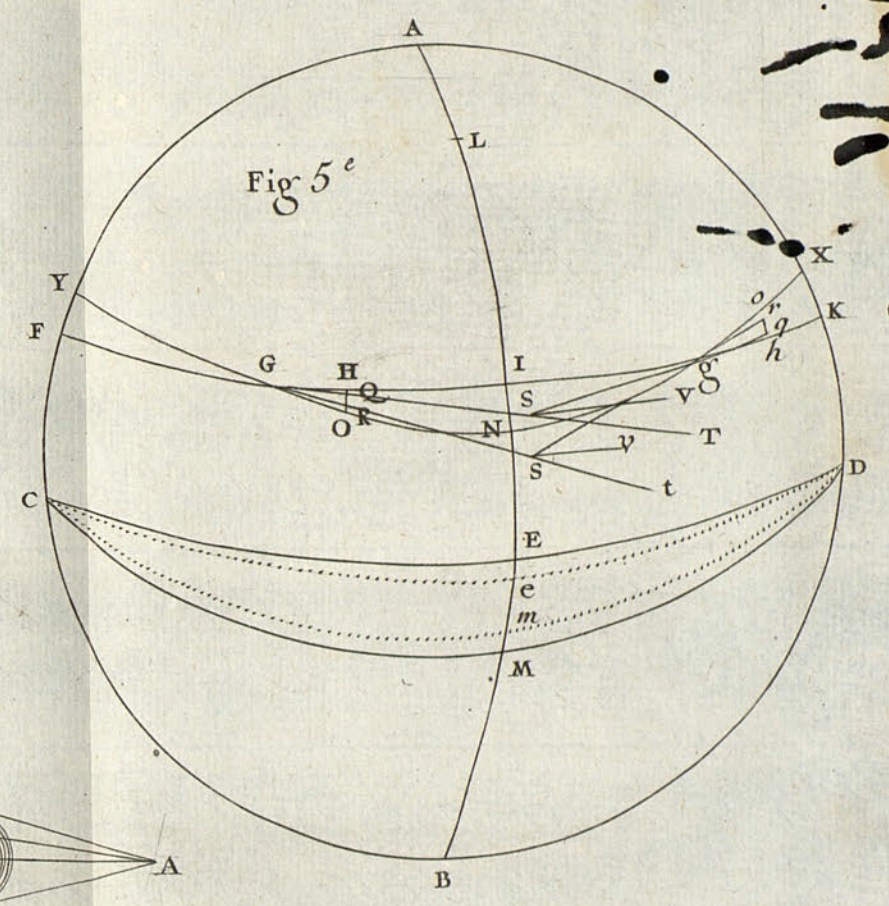


Fig 5.

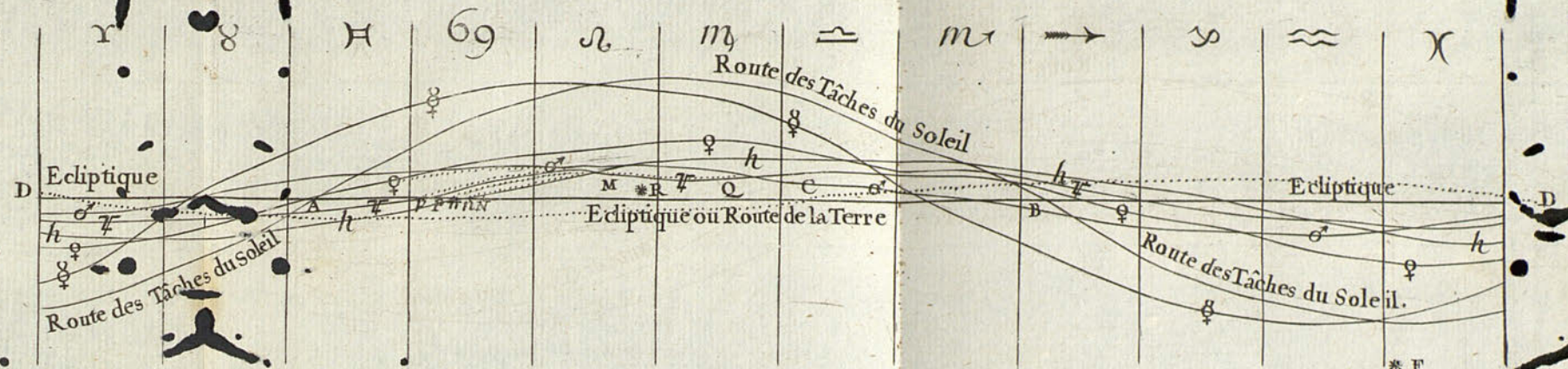


Fig. 6^e

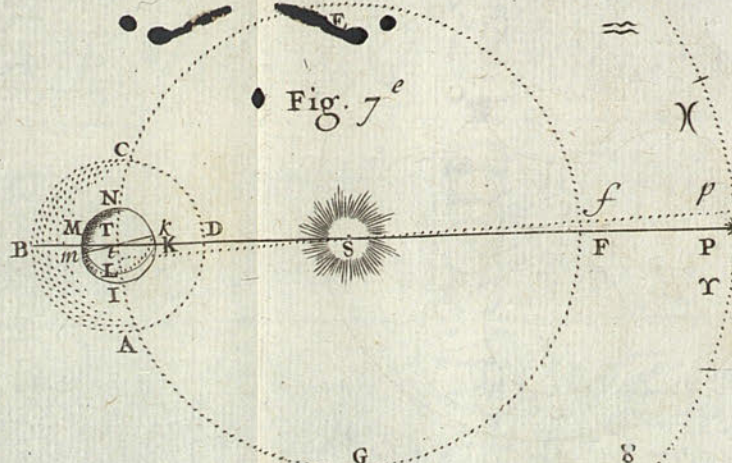


Fig. 7^e

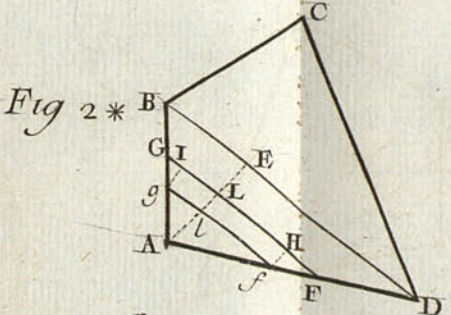


Fig. 2*

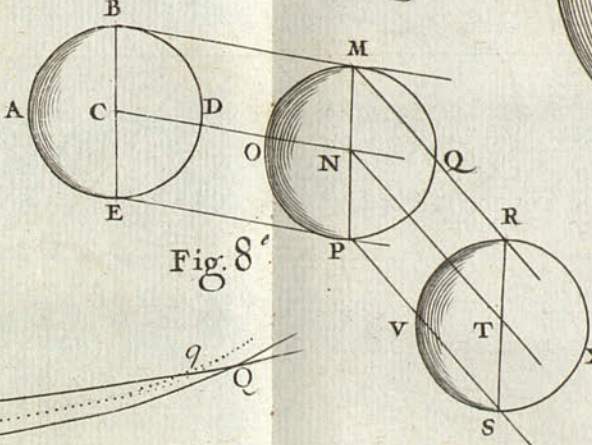


Fig. 8^e

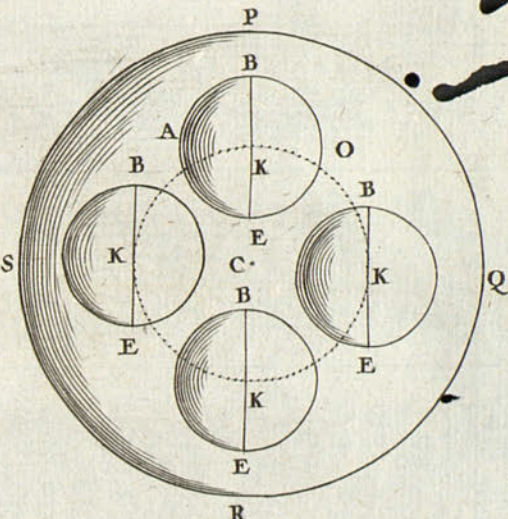


Fig. 9^e

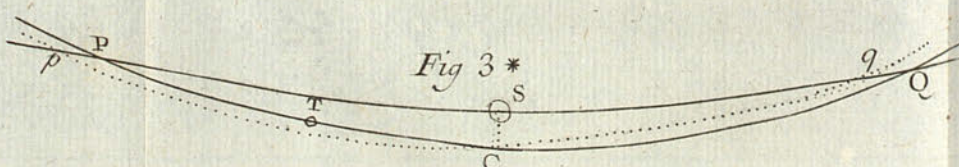
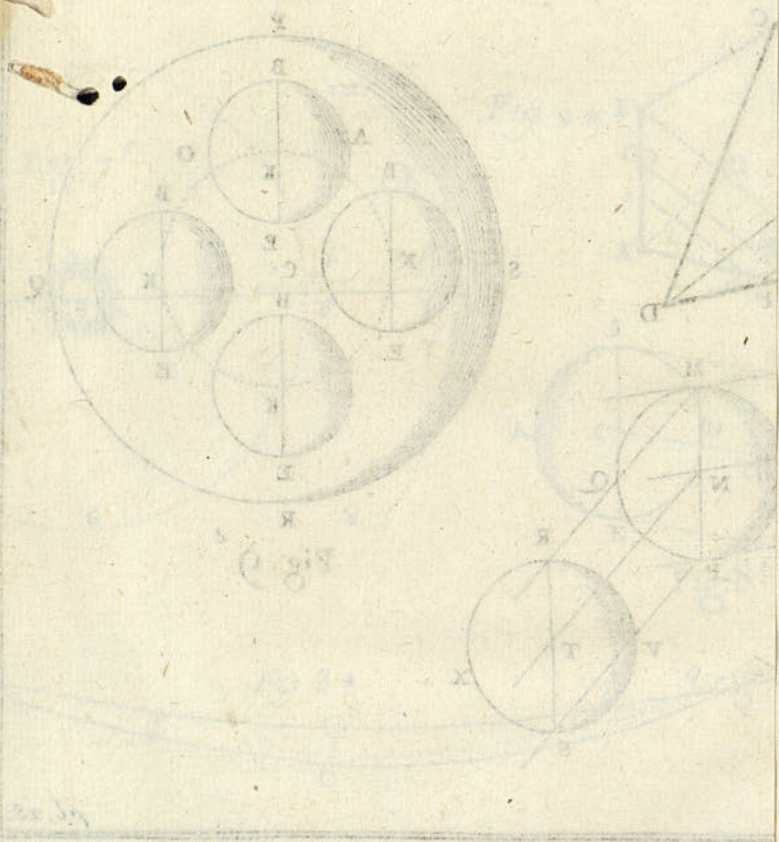
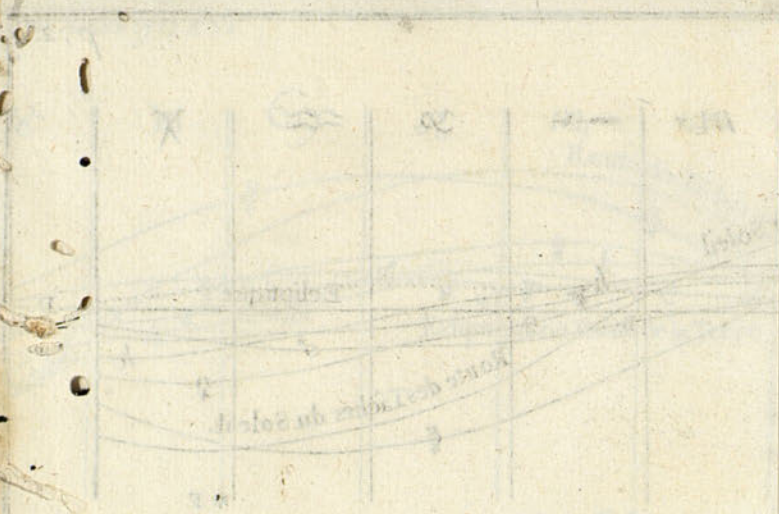


Fig. 3*



qu'à considérer celui FAG dans lequel sont contenus les corpuscules , qui faute de fraper , donnent lieu à la pèsanteur. Ses côtés AF & AG , sont comme les rayons ou semi-diametres de l'Univers : Car nous pouvons supposer que le grain A de matiere en occupe le centre. Il suit de là que la multitude des corpuscules que nous avons à considérer , ou que leur force absolue peut être représentée par la portion de surface sphérique GPF dont on peut supposer qu'ils partent. Il représentera par la même raison tous les corpuscules qui partiront de l'espace Ii ou la force totale dont ils seront capables : Mais comme ces corpuscules suivent des directions obliques par rapport à l'axe PA du secteur , ils ne contribueront pas tant à augmenter la pèsanteur que d'autres. C'est pourquoy il faut décomposer leur mouvement.

La partie de leur effort qui sera efficace , ne sera représentée que par IL ou Mm , à cause de la proportion $IK \mid KA \parallel Ii \mid IL$, qui marque le rapport selon lequel se fait la décomposition. On trouvera de la même maniere que tous les autres efforts efficaces seront représentés par les parties correspondantes de FG , interceptées par des perpendiculaires abaissées de la surface sphérique sur FG. Il suivra de là que pendant que les efforts absolus seront représentés par la surface sphérique entiere dont FPG est la largeur , les efforts relatifs qui causent la pèsanteur le seront par l'aire du cercle dont FG est le diametre ou par la base du cone FAG. Or , il ne reste plus qu'à remarquer après cela que le rayon FH de ce cercle est toujours en raison inverse de la distance CA du grain de matiere A au centre du globe. Car on a continuellement la proportion $CA \mid CB \parallel AF \mid FH$, ce qui donne $FH = \frac{CB \times AF}{CA}$; expression de FH dans laquelle CB & AF sont constantes ; CB , tant qu'on considère le même globe , & AF , parce que le corpuscule A est toujours situé comme au milieu de l'Univers. Ainsi ,

le quarré de FH ou l'étenduë du cercle qui marque la somme de tous les efforts relatifs efficaces, suit constamment la raison inverse du quarré des distances CA. Suposé que le globe BED donnât passage à quelques-uns des corpuscules qui causent la pèsanteur, cette force ne suivroit plus exactement la même loi, & elle pourroit aussi changer, si l'on substituoit à la place du grain de matiere A un corps de grandeur finie. Cependant dans les très-grandes distances la raison inverse du quarré fera toujours sensiblement observée. On peut s'en assurer d'autant plus aisément que le calcul sera direct : Il ne s'agira que d'intégrer, & on pourra au moins y réussir toujours par aproximation.

Mais outre que ce système ne represente pas bien les circonstances de la pèsanteur à l'égard des corps terrestres, comme nous aurons occasion de le montrer, peut-être que les Cartésiens ne seroient pas plus disposés à le recevoir que le Newtonisme même. Ces corpuscules mûs en lignes droites, jusqu'où vont-ils, & comment reviennent-ils en rebroussant chemin ? Se meuvent-ils dans le vuide, ou dans un milieu qui n'a point d'inertie & qui ne fait pas de résistance ? Suposé qu'un Sectateur de M. Descartes digérât ces difficultés, qu'il reconnût de la matiere différemment affectée, rien ne lui coûteroit de faire quelques pas de plus. Mais enfin les corpuscules dont l'hypothèse paroît avoir besoin, sont-ils absolument nécessaires ; & la possibilité de leur existence & de leur action, ne pourroit-elle pas, quoiqu'ils n'existassent point, servir de règle à la pèsanteur ? Je veux dire que rien n'empêcheroit que la gravité n'eût été soumise aux mêmes loix que si elle dépendoit du choc de ces corpuscules ou de quelques autres, quoi qu'elle constituât un principe à part ajouté au Mécanisme.

*De l'insuffisance du Méchanisme ordinaire pour causer
la dureté des corps.*

(4) **I**L n'est besoin que d'une médiocre attention pour se convaincre que les loix du mouvement appliquées toutes seules à de l'étendue ou à de la matiere diversément configurée, quoique simple, ne peuvent pas donner à certains corps la dureté que nous leur éprouvons. Les Physiciens qui employoient des parties élémentaires branchuës ou crochuës, afin d'en former des tissus ou des entrelassemens, suposoient précisément ce qui étoit en question. M. Jacques Bernoulli & le P. Malebranche, sont les seuls qui nous aient donné sur ce sujet une explication un peu plausible. Ils ont eu recours à l'action d'un fluide extérieur très-comprimé, qui pousse les molécules de matiere les unes contre les autres; en les pressant avec d'autant plus de force, que ces molécules se touchent par une plus grande surface.

Si le corps dur n'avoit point de pores, ou que toutes les parties élémentaires dont il est formé se touchassent si parfaitement qu'elles ne laissassent aucun vuide, ce corps devroit être d'une dureté comme infinie, puisqu'il n'y auroit rien de perdu dans l'effort du fluide ambiant ou de l'éther qui a une si grande force comprimante. Lorsque deux icosaèdres égaux ont un de leurs triangles apuyé l'un sur l'autre, il y a une partie de l'effort du fluide ambiant qui s'exerce en pure perte, & qui pousse en dehors. Mais ce n'est pas la même chose, lorsque tous les grains de matiere qui composent le corps solide s'arrangent parfaitement; rien n'est perdu dans l'action du fluide environnant. Nous osons néanmoins le dire, malgré la grande autorité des célèbres Promoteurs de cette explication, qui a été presque généralement adoptée, & que nous avons aussi regardé pendant long-tems

comme suffisante ; un pareil corps seroit parfaitement mol & cederait au plus petit effort qui travailleroit à altérer sa figure. Qu'on donne à une certaine quantité de matiere la forme d'une sphere ou celle d'un cube, &c. la compression qui s'exercera sur chaque portion de sa surface, sera toujours également en équilibre avec la pression qui se fera sur toutes les autres parties. Toutes les figures seront absolument indifférentes : L'équilibre sera toujours le même. C'est précisément comme si nous disions que le poids de l'atmosphère ne contribue en rien à la rondeur des gouttes d'eau ou des autres liqueurs. Ainsi, le moindre effort qui surviendra d'un côté ou d'autre, doit nécessairement troubler l'équilibre & produire du dérangement, si rien autre chose n'unit les parties intégrantes du solide.

Il suffit d'indiquer ici la raison de l'équilibre dont dépend le *non effet* de la compression de l'éther. La matiere contenue dans l'espace irrégulier ABCD (*fig 2**) est comprimée avec force par un fluide ambiant, très-élastique, très-comprimé lui-même. Le corps ABCD fera un corps sensible, ou, si l'on veut, un simple grain de matiere, un corpuscule, une partie élémentaire. Quoique la face AB soit beaucoup plus petite que la face AD, cependant les pressions qu'elles souffrent, sont exactement en équilibre l'une avec l'autre ; & c'est la même chose de toutes les autres faces. Je joins les points B & D par la droite BD, & du point A j'abaisse la perpendiculaire AE sur cette ligne. Partageant ensuite par la pensée le côté AD en une infinité de parties égales comme Ff, je conduis des paralleles FG & fg à DB, lesquelles viendront diviser AB en parties aussi égales entr'elles. Je suppose après cela que l'effort de la compression sur chaque petite partie est représenté par la grandeur même de cette partie ; l'effort sur Ff sera exprimé par Ff, on dira la même chose de Gg ; & si en décomposant ces efforts, on recherche la force rela-

rive qui s'exerce perpendiculairement à AE, on trouvera qu'elle est toujours représentée par les petites parties LI qui sont interceptées sur Ae par les lignes FG & fg. Or, il suit de là que les deux efforts absolus sur les côtés entiers AB & AD sont exactement en équilibre, puisqu'ils n'ont à s'opposer mutuellement que des forces relatives toujours égales. Le même raisonnement aura lieu à l'égard des autres côtés, & l'équilibre étant parfait, ou toutes les compressions particulières se contrebalançant, il est clair que le plus petit effort accidentel qui surviendra fera, pour ainsi dire, pancher la balance, & apportera du changement à la figure; la compression du fluide ambiant ne s'y opposera jamais.

Si au lieu de n'employer que la seule pression extérieure pour former les corps durs, on suppose de plus que leurs élémens ont une figure déterminée & constante, il n'y aura plus de difficulté; les mixtes & les corps sensibles pourront être capables d'une très-grande résistance. Deux grains de matière sont durs par eux-mêmes, & ils s'appuyent en partie l'un sur l'autre, pressés qu'ils sont par l'éther ou par quelque autre fluide ambiant. Si les faces contiguës ont une certaine longueur, la compression extérieure agira souvent, comme une puissance appliquée à un levier, pour s'opposer au dérangement; & il n'est pas moins certain si un mixte est composé d'un grand nombre de semblables molécules, qu'outre l'enclavement qu'il y aura entre plusieurs d'entr'elles, on ressentira toujours cette force de levier dont nous parlons.

Mais qu'on considère combien de différentes suppositions on emploie pour rendre raison du Phénomène: & cela pour ne pas admettre la gravitation universelle des parties de matière les unes vers les autres, comme on l'a exposé dans la remarque, num. (2) & comme Théodore l'avoit expliqué! La compression que fait le fluide ambiant est déjà quelque chose d'ajouté au pur Mécha-

nisme, ou au Méchanisme ordinaire. C'est un principe de plus qui n'est pas compris dans les loix du mouvement. Ce n'est pas assez que ce fluide soit élastique par lui-même, il faut encore une force extérieure qui le presse par dehors & qui l'empêche de s'étendre en le contenant toujours dans certaines limites. Une autre addition bien plus forte & bien plus humiliante pour ceux qui prétendent tout expliquer par les seuls principes Cartésiens, c'est que les parties élémentaires ont une figure constante; & on ne peut en assigner d'autre cause que la volonté du Créateur. Il nous paroît au reste, qu'on ne sçauroit douter un moment de cette figure fixe qu'ont les grains de matiere qui entrent dans la composition des corps terrestres. Ces grains ont été comptés par celui qui sçait le nombre des grains de sable: & il lui a été aussi facile de leur prescrire une figure déterminée que de leur donner de l'inertie, ou de les soumettre aux loix du mouvement. L'Ordonnateur de toutes choses a même voulu que toutes ces différentes loix se modifiassent: car le grain de matiere participe au mouvement, dans le tems même qu'il n'y a qu'une de ses extrémités qui est exposée au choc & qui seroit mûe si une loi ne se combinait pas avec l'autre, ou plutôt ne la modifioit pas. Le célèbre M. Leibnitz, s'écrie en vain que la loi de la continuité sera violée, si des parties de matiere qui sont dures se trouvent à côté de quelques autres qui n'ayant point été affectées, sont parfaitement molles. La loi de la continuité est-elle mieux observée, lorsqu'un globe roule sur un plan, ou que de la matiere en mouvement se trouve à côté de quelque corps en repos? il faut porter le même jugement sur ce principe que sur celui de la raison suffisante: On courra toujours moins risque de se tromper sur la convenance ou la non convenance des choses, lorsqu'on n'en jugera que d'après les Phénomènes.

Nous ignorerons vraisemblablement toujours le nom

bre des différentes espèces de parties primordiales ou élémentaires que la Nature emploie dans ses Ouvrages. Thalès, qui prétendoit que l'eau étoit le principe de toutes choses, qu'elle suffisoit par le divers arrangement de ses parties pour composer tous les mixtes, les corps solides comme les fluides, se trompoit sans doute. Ce Philosophe avoit suivi avec attention toutes les transformations de l'eau, lorsqu'elle tombe en pluie, lorsqu'elle contribue à la germination des Plantes & à leur production, lorsque les Plantes servent à la nourriture des Animaux, &c. Mais est-il bien sûr que l'eau soit propre à former de l'or & du fer, ou seulement de l'air tel que celui que nous respirons. Il faut nécessairement plus d'une espèce de corpuscules; il en faut de grosseurs & de figures différentes; il en faut aussi dont l'action suive diverses loix: mais il n'est pas nécessaire que cette diversité soit portée bien loin, pour qu'il en résulte une multitude prodigieuse de différentes combinaisons, & pour que les corps solides jouissent de toutes les propriétés qu'on leur connoît.

Sur la résistance des Milieux au Mouvement.

(5) **O**N peut appliquer à un sujet tout différent, au mouvement des corps dans le plein, une partie des choses que nous venons d'exposer. Les réflexions que nous allons faire sur ce point qui est un des plus important de la Physique, se rapportent à divers endroits du premier Entretien: Nous les plaçons ici, non pas tant pour nous conformer à l'ordre que nous avons suivi dans l'Ouvrage même, que pour observer quelque ordre dans ces Additions; celle-ci pouvant répandre un nouveau jour sur les suivantes. Quelques Cartésiens qui ont senti combien il seroit de conséquence pour leur système, qu'un Milieu parfaitement plein ré-

sistât peu au mouvement , ont prétendu que les Milieux qui renfermoient de petits vuides , devoient résister le plus ; mais que dans le plein universel , dans un fluide infiniment élastique & encore plus comprimé , la résistance pouvoit devenir absolument nulle. Il nous a paru que nous devions , en dissipant l'obscurité qu'on a jetée mal à propos sur ce sujet , faire voir combien la prétention de ces Philosophes est peu fondée dans leurs principes.

I.

On peut se former tant de différentes idées sur la nature des fluides , qu'il est bon de commencer par fixer nos termes , afin de ne pas tomber , sans y penser , dans l'inconvenient de mettre de l'opposition entr'eux. Lorsqu'on veut entrer dans la pensée des Cartésiens , il ne s'agit toujours que de Milieux parfaitement homogènes & également assujettis aux loix de l'inertie & du mouvement. Mais , supposons que le Milieu ne soit point encore soumis à ces loix , supposons qu'il n'est point affecté & qu'il differe en cela du mobile : ses parties perdent leur mouvement aussi-tôt qu'on les laisse à elles-mêmes ; & leur état ordinaire est le repos dans lequel elles retombent , aussi-tôt qu'on cesse de les pousser. Il est certain qu'un Milieu formé de semblables parties doit être infiniment fluide , car il est parfaitement mou ; il n'admet aucun frottement , il cède sa place sans la moindre peine , & il ne peut donc pas faire le plus petit obstacle au mouvement des corps qui le traversent. Telle est la notion d'un Milieu infiniment fluide dont nous croyons l'existence très-possible. Ce milieu sera sujet , si on le veut , à une compression extérieure qui sera infinie , & on peut donner encore une certaine sorte d'élasticité à ses parties , en suposant qu'elles font un très-grand effort pour s'éloigner les unes des autres : tout cela ne chan-
gera

gera rien à la Thèse. Les mobiles qui seront renfermés dans ce Milieu , se trouveront très-pressés ; mais comme nous l'avons montré dans les remarques précédentes , il y aura un parfait équilibre entre toutes les pressions particulières ; & par la même raison qu'elles ne sont nullement capables d'altérer la figure du mobile , elles ne pourront aussi faire aucune résistance à son mouvement.

On peut en effet comparer le mobile comprimé infiniment , mais également de tous les côtés , à un bateau qui pendant qu'il cède à un léger souffle de vent , feroit tiré par une infinité de personnes selon une certaine direction & par un égal nombre d'autres personnes dans une direction toute contraire. Leurs efforts se détruiraient mutuellement ; & la navigation du bateau se feroit précisément , comme si tout ce monde n'agissoit pas. Il ne faut aussi avoir aucun égard aux diverses pressions auxquelles le mobile est sujet ; puisqu'elles sont toutes égales. Le mobile oblige , il est vrai , les molécules du Milieu qu'il rencontre à se retirer & à faire une espèce de circulation ; mais ces molécules n'étant point soumises à la loi de l'inertie & étant absolument indifférentes au mouvement & au repos , leur transport ne peut causer aucune diminution au mouvement du corps solide. Il n'importe même que les molécules du fluide fassent effort pour s'éloigner les unes des autres & qu'elles aient une espèce de force élastique ; car comme aucune d'entr'elles ne peut servir de point d'appuy , elles doivent au lieu de se laisser presser , se retirer plutôt avec promptitude , en faisant place au mobile.

II.

Mais , rapprochons-nous maintenant de l'hypothèse des Cartésiens , qui , comme on le sçait , & c'est même ce qui les distingue des autres Physiciens , n'admettent aucune exception dans la manière dont les corps sont af-

fectés. Ces Philosophes croiroient effectivement accorder beaucoup trop , s'ils convenoient que les loix du mouvement n'étendent leur règne que sur une partie de la matiere, & qu'il y a quelque distinction à mettre à cet égard entre corpuscules & corpuscules. Supposons donc que le Milieu est parfaitement homogène , de même densité que tous les autres corps ; & qu'il peut non-seulement recevoir du mouvement , mais le conserver & le communiquer. Alors , il n'y aura plus de Milieu parfaitement fluide , si par fluidité on entend la propriété de se laisser traverser sans faire aucune résistance. On peut bien réduire à rien l'obstacle qui vient de l'engrènement des molécules ou de leur ténacité ; mais il restera toujours la résistance que cause l'inertie ou la difficulté que font en se retirant des parties qui ne se laissent transporter qu'avec peine. Qu'on imagine tant qu'on voudra dans le fluide des molécules prodigieusement plus déliées ou plus fines les unes que les autres , & qu'on suppose que pendant que les plus grossières se rapprochent mutuellement , les autres s'échappent par l'effet de la compression. Cette compression exige un effort de même que la fuite des parties plus subtiles , qui se débarrassent d'entre les premières. Grosses ou petites , il faut toujours considérer leur masse totale ; & elles forment ensemble un tout qui contient autant de matiere que le mobile , lorsque ce corps qu'on peut supposer un cylindre , a parcouru la longueur de son axe. Ainsi , les Sectateurs de M. Descartes , tombent dans une contradiction manifeste , lorsqu'ils persistent d'un côté à se renfermer dans l'enceinte trop étroite de leurs principes , & que de l'autre ils ont recours à des Milieux infiniment fluides : Leur système est trop simple , pour fournir de tels Milieux.

Nous convenons bien que le mobile n'agit pas contre le fluide comme contre un corps solide ; il ne rencontre dans chaque instant qu'une simple lame , laquelle n'a qu'une épaisseur qui est comme infiniment petite lorsque

le Milieu a ses parties très-déliées. Mais on doit faire attention que la résistance n'en devient pas moindre pour cela, comme on l'a crû souvent, & comme le croient encore plusieurs personnes qui se laissent séduire par un Sophisme. Si les molécules du fluide ont leur diamètre trois ou quatre fois plus petit, si l'épaisseur des lames est considérablement moindre, il y aura aussi un plus grand nombre de ces lames dans le même espace; ce qui répète la résistance autant de fois précisément qu'elle est plus petite, & ce qui fait une exacte compensation dans l'effet total.

On est tout aussi peu en droit d'insister sur le peu de dérangement que souffrent les molécules qui cèdent leur place. Nous n'avons garde de prétendre, lorsqu'un cylindre qui a un pied de longueur, suit la direction de son axe, qu'il faut que chaque partie frappée fasse toute cette longueur, pendant que le solide ne parcourt que la petite épaisseur qu'occupoit la lame. Mais malgré le très-petit dérangement auquel chaque molécule est sujette, il faut cependant qu'elle se retire aussi vite que le cylindre avance. Ainsi, toutes les lames considérées les unes après les autres doivent prendre une très-grande vitesse, & faire perdre par conséquent beaucoup de mouvement au mobile, dans le tems même qu'il ne parcourt que sa longueur. Si le cylindre agissoit contre un solide sans ressort, il perdrait précisément la moitié de son mouvement; mais il doit en perdre davantage par le détail, en agissant successivement contre les tranches du fluide. La raison de cette différence est bien sensible. Le cylindre ne communique pas simplement la moitié de sa vitesse à chacune des tranches, il leur imprime toute celle qu'il a actuellement ou presque toute; à cause du peu de proportion qu'il y a entre leur masse & la sienne.

C'est une affaire de calcul que d'évaluer la perte précise du mouvement du cylindre; mais il est extrême-

ment facile d'en venir à bout. Si nous représentons les vitesses du mobile par les ordonnées v d'une ligne courbe, & que les parties de l'axe de cette même courbe ou abscisses x soient les espaces parcourus, les parties infiniment petites dx représenteront l'épaisseur des lames du fluide qui seront continuellement déplacées. Le mouvement que reçoit chacune de ces lames sera exprimé par le petit rectangle élémentaire vdx formé par l'ordonnée ou la vitesse v du corps & par l'épaisseur infiniment petite dx de la lame dont l'unité marquera la surface. Or, ce mouvement que reçoit chaque lame, doit être continuellement égal à celui que perd le cylindre, perte qui est représentée par le produit de dv , par la longueur a du solide & par l'unité qui désigne la grandeur de sa base. Nous aurons donc dans tous les instans du mouvement, $vdx = -adv$ & $dx = -\frac{adv}{v}$; ce qui nous apprend que la ligne courbe dont les ordonnées marquent les vitesses actuelles, est une logarithmique, qui a pour soûtangente la longueur du cylindre; & si nous nommons b la vitesse initiale, nous aurons $x = Lb - Lv$: C'est-à-dire, que les espaces parcourus dans un Milieu qui est aussi fluide qu'il est possible, lorsqu'on n'ajoute rien aux principes de M. Descartes, sont continuellement proportionnels à l'excès du logarithme de la vitesse initiale sur le logarithme de la vitesse actuelle.

La soûtangente de la logarithmique dont nos tables ordinaires sont comme tirées, est 4342945. & si l'on suppose que l'espace x parcouru par le cylindre est de même longueur que ce solide, ou d'une longueur double, il n'y a qu'à chercher dans les tables deux nombres dont la différence des logarithmes soit égale à 4342945, ou en soit le double: Ces nombres exprimeront le rapport selon lequel doit se faire la diminution. On trouvera qu'elle suit à peu près le rapport de 1000 à 368 dans le

premier cas , & celui de 1000 à 135 dans le second. Ainsi , le cylindre doit presque perdre les deux tiers de son mouvement en parcourant seulement sa longueur , & environ les cinq sixièmes en parcourant une longueur double. Il faut remarquer qu'il en perdrait beaucoup davantage , si on supposoit que les molécules du fluide eussent du ressort : Leur action ou l'effet de leur résistance pourroit devenir double ; parce que leur ressort trouveroit un appui dans la lenteur avec laquelle elles se retirent.

Il ne seroit pas difficile de faire voir qu'un globe est sujet en parcourant les $\frac{4}{3}$ de son diamètre , à souffrir proportionnellement les mêmes diminutions de mouvement que le cylindre , en parcourant sa longueur. Si le globe a son diamètre égal à celui du cylindre , il rencontre bien la même quantité de fluide , mais il en rencontre la plus grande partie plus obliquement ; ce qui diminue la résistance précisément de moitié. D'un autre côté , le globe a moins de masse que le cylindre qui lui seroit circonscrit ; ainsi il a moins de mouvement , quoiqu'il se meuve avec la même vitesse. C'est ce qui fait une espèce de compensation , mais elle n'est pas exacte ; & l'avantage est du côté du globe , parce que sa masse est plus grande à proportion ; elle est les deux tiers de celle du cylindre. Eu égard à tout , il faut que le globe parcoure $\frac{4}{3}$ de son diamètre , ou un diamètre & un tiers pour que son mouvement diminue dans le rapport de 1000 à 368 , & qu'il parcoure $\frac{8}{3}$ ou deux diamètres & deux tiers pour que son mouvement diminue dans le rapport de 1000 à 135. Il s'agit ici de pertes réelles ou effectives , & non pas de celles que souffriroit le corps s'il pouvoit se mouvoir uniformément , comme l'a quelquefois supposé M. Newton.

Nous pourrions sans doute nous dispenser de faire observer que la constitution ordinaire de nos mobiles , qui sont tout criblés de trous ou de pores , n'ôte rien de la validité des conséquences fâcheuses qu'on doit tirer

des assertions précédentes contre le sentiment des Cartésiens. Au lieu de considérer le solide entier, il n'y a qu'à jeter successivement les yeux sur toutes ses parties élémentaires, & on leur appliquera séparément tout ce que nous venons de dire du cylindre, ou du globe ou de tout autre corps sensible. Or, si chaque partie doit souffrir une diminution si subite dans sa vitesse, ce sera la même chose à l'égard du mobile entier qui en sera formé. Tout ce qu'on peut nous objecter de plus fort, c'est qu'un seul grain de matière peut souvent en mettre plusieurs & même une infinité comme à l'abri de l'impulsion ou de la résistance du Milieu. Mais dans ce cas, il faut regarder la partie du fluide qui se trouve engagé entre ces corpuscules, comme si elle appartenait au solide même: & alors le premier corpuscule devient comme l'extrémité d'un cylindre très menu, mais dont la vitesse doit également diminuer dans le rapport de 1000 à 368, lorsque le mobile parcourt sa longueur ou quelque autre espace toujours très-court.

III.

Nous avons supposé jusques ici que les parties du fluide étoient parfaitement en repos les unes auprès des autres: Il nous faut voir maintenant le changement que peut produire l'agitation de ces mêmes parties. Il est bien difficile de concevoir ce mouvement dans le plein, & dans un Milieu parfaitement homogène, tant qu'il n'y a pas de cause qui renouvelle continuellement l'agitation. Comment se pourroit-il faire en effet que des molécules qui se touchassent parfaitement & qui ne peuvent avancer sans en rencontrer d'autres qui se meuvent en sens contraire, conservassent leur vitesse un seul instant? Il ne paroît donc pas trop permis de supposer dans l'Univers Cartésien, que toutes les parties d'un Milieu homogène & parfaitement plein, aient en conséquence d'une

premiere impulsion, des mouvemens qui subsistent vers différens côtés. Mais nous voulons bien pousser la condescendance jusqu'à admettre cette hypothèse : Car nous devons nous prêter à tout, afin de juger des choses plus murement, & de ne pas précipiter nos décisions.

Si un corps solide étoit en repos dans un Milieu tel que celui que nous consentons à feindre, il persévéreroit éternellement à rester en repos, puisqu'il seroit également frappé de tous les côtés : mais s'il se meut, il ne sera plus atteint avec la même vitesse par derriere ; & ce sera tout le contraire de l'autre côté. Car en poussant les parties du fluide qu'il trouve sur son passage, il donnera non-seulement une nouvelle action à leur ressort si elles sont élastiques ; il faudra encore qu'il détruise tout leur mouvement, & qu'il leur en imprime un autre, en leur faisant rebrousser chemin. Lorsque le fluide étoit en repos, le mobile en parcourant sa longueur n'avoit à mouvoir qu'une masse de même volume que lui ; mais il doit maintenant rencontrer dans le même-tems une masse beaucoup plus grande, dont il faut nécessairement qu'il détruise tout le mouvement ; sçavoir de tout ce fluide qui le vient fraper. Il est donc visible que le mobile doit souffrir un retardement incomparablement plus grand dans ce second cas que dans l'autre.

C'est aussi ce que nous allons trouver par un calcul très-court, & que nous rendrons encore plus simple, en supposant que tout le mouvement du fluide se réduit à deux directions contraires. Toutes les parties du Milieu confonduës autant qu'elles puissent l'être, suivront l'une ou l'autre de ces deux directions opposées. S'il est vrai que le mouvement de fluidité soit avantageux à la cause des Cartésiens, nous le rendrons de cette sorte encore plus favorable, puisque nous l'augmenterons dans le sens selon lequel nous ferons mouvoir notre mobile. Nous désignons par V la vitesse des corpuscules du Milieu, & par u celle du cylindre, que nous supposerons plus petite que

l'autre. Nous nommerons toujours a la longueur du cylindre & x les espaces qu'il parcourt.

Nous devons représenter la quantité du mouvement du cylindre par av ; mais celle du fluide qui vient à sa rencontre n'est pas simplement Vdx : car la quantité du fluide que le cylindre trouve dans le petit espace dx est proportionnelle à la vitesse respective du cylindre & du fluide, c'est-à-dire, que pour avoir la quantité de matière qui survient dans l'espace dx , il nous faut faire cette analogie; $v \mid dx \parallel V + v \mid \frac{V+v}{v} \times dx$: & il faut prendre la moitié du quatrième terme, parce qu'il n'y a effectivement qu'une moitié des molécules qui avancent vers un côté. Il faut donc multiplier $\frac{V+v}{2v} dx$ par V , & on aura $\frac{VV + Vv}{2v} dx$ pour la quantité du mouvement de la matière rencontrée. Nous aurons par la même raison $\frac{VV - Vv}{2v} dx$ pour la quantité du mouvement de la matière qui frappe l'autre base du cylindre: Et si nous faisons une somme des trois quantités de mouvement, en considérant que celle du fluide qui vient à la rencontre du mobile est négative, nous aurons $\frac{VV - Vv}{2v} \times dx + av - \frac{VV - Vv}{2v} dx$ qui se réduit à $av - Vdx$, quantité totale qui étant divisée par la somme des trois masses, sçavoir par $\frac{V-v}{2v} dx + a + \frac{V+v}{2v} dx = a + \frac{V}{v} \times dx$, nous donnera $\frac{av^2 - Vvdx}{av + Vdx}$ pour la vitesse actuelle du mobile après le choc. Il faut maintenant ôter cette vitesse de celle v que le cylindre avoit dans l'instant précédent; & il viendra $\frac{2Vvdx}{av + Vdx}$ pour la valeur de la petite perte $-dv$. Ainsi, on a l'équation $2Vvdx = -avdv - Vvdx$, dont on peut négliger le dernier terme, aussitôt que la vitesse V des molécules du fluide n'est pas infinie

infinie , & on sçait qu'elle ne peut pas l'être réellement. Nous aurons par conséquent $dx = -\frac{v}{2V}$; & si l'on intègre en prenant b pour la vitesse initiale du cylindre, on trouvera $x = \frac{a}{2V} (b - v)$; ce qui montre qu'il suffit toujours que le mobile parcoure un espace très-court par raport à sa longueur , pour qu'il perde une partie très-considérable de son mouvement. On voit que la perte de sa vitesse est continuellement proportionnelle à l'espace parcouru : Si un certain espace a fait perdre la moitié de la vitesse , un espace double la fera perdre toute entière.

Dans le cas de la destruction entière du mouvement du cylindre , on a $x = \frac{ab}{2V}$; desorte que le mobile commençant , comme nous le suposons ici , à se mouvoir avec une vitesse b qui est moindre que celle V des molécules du fluide , il perdra toujours toute sa vitesse avant que d'avoir parcouru la moitié de la longueur de son axe. Qu'on juge après cela de la bonté des expédiens auxquels Messieurs les Cartésiens avoient recours pour diminuer la résistance de leur Milieu & pour la rendre nulle ? Ils ne faisoient pas attention que la plus grande vitesse des parties du fluide , produit un effet tout contraire , & que sa subtilité plus ou moins grande n'en produit aucun , aussi-tôt qu'elle est portée jusqu'à un certain terme. Mais ce ne sera plus la même chose si le Méchanisme s'étendant plus loin que ne le pensent ces Philosophes , on mêle des parties de matiere qui aient reçu originairement certaine figure & qui aient été assujetties à un petit nombre de différentes loix. Selon la diverse forme qu'auront ces corpuscules élémentaires , & selon qu'ils se toucheront ou qu'ils seront plus ou moins séparés par de la matiere qui n'aura pas été affectée également & qui ne sera peut-être pas même sujette à l'inertie , les Milieux quoique plus péfans, pour-

ront faire très-peu de résistance au mouvement des mobiles : la pèsanteur , la densité & la fluidité ne dépendront plus absolument les unes des autres : chacune aura sa règle particulière.

De l'Insuffisance du Mécanisme ordinaire pour causer la pèsanteur.

I.

(6) **L**A chute des Graves est un Phénomène si simple & en même-tems si général qu'il doit être très facile d'examiner toutes les différentes manieres dont un fluide qui nous environneroit feroit capable de la produire. La cause d'un pareil effet ne peut pas manquer d'être très-simple ; & si on ne la déduit pas aisément du Mécanisme ordinaire , c'est une marque indubitable qu'elle n'y est pas renfermée , ou qu'elle n'en est pas une suite. Tous les autres Phénomènes, si l'on excepte la dureté des corps, sont moins propres à nous éclaircir ce point si important de Physique générale ; parce que dépendant de la combinaison d'un plus grand nombre de causes particulières , il est plus difficile d'épuiser tous les moyens d'explication , & de s'assurer qu'on n'en omet aucun dans le dénombrement qu'on en fait.

La matiere qui précipite les Graves vers la Terre doit être très-subtile ; nous ne la voyons peut-être pas , parce qu'elle se meut trop vite : mais une preuve certaine qu'elle est d'une extrême subtilité , s'il est vrai qu'elle existe , c'est qu'elle pénètre jusques dans les cavernes les plus profondes , jusques dans le sein des Montagnes ; & qu'en y parvenant elle ne perd rien de sa force , puisqu'elle produit toujours sensiblement les mêmes effets. Cette matiere agissant toujours avec régu-

larité dans toutes les Régions, doit suivre des directions situées selon un certain ordre. Elle se meut dans le sens de l'Equateur ou dans le sens des Méridiens, ou bien elle suit indistinctement la direction d'une infinité de grands cercles autour de la Terre, en formant comme un amas confus de corpuscules souvent sujets à se heurter. Si la matiere étherée ne se meut point ainsi, elle suivra des lignes qui seront verticales ou également inclinées de part & d'autre de la ligne verticale. Il n'est pas douteux que nous n'indiquions ici d'une maniere générale toutes les hypothèses qu'on peut former sur la direction de la matiere subtile, supposée existante. Il ne restera plus qu'à rendre ses parties rondes, ou cubiques, &c. moles, dures ou élastiques, &c.

II.

Il faudroit s'engager dans une Dissertation très-longue si l'on vouloit rapporter toutes les raisons qui excluent chacun des moyens d'explication que renferme notre dénombrement. La chose d'ailleurs a, pour ainsi dire, été déjà faite; car chaque explication ou hypothèse particuliere n'a été que trop réfutée: Il n'est désormais question que de les rassembler toutes & de les réduire sous un petit nombre de chefs, afin de pouvoir en les considérant d'une seule vûë, les comprendre toutes dans le même examen. Les premieres de ces hypothèses font consister la cause de la pesanteur dans un effort de la matiere étherée, qui n'est qu'une simple pression. L'éther en circulant autour de la Terre, fait effort pour s'éloigner du centre, & il prend le dessus des Graves qu'il précipite en bas. Mais, si une simple pression est suffisante pour ébranler un mobile, pour exciter en lui les premiers degrés de motion, elle ne l'est pas également pour agir sur lui lorsqu'il tombe avec une vireffe de trois à quatre cens piés par seconde; & cependant

il faudroit que l'action fut toujours la même , pour faire accélérer le mouvement par des degrés continuellement égaux , conformément à l'expérience. La fin & le commencement de la chute des corps ne se ressemblent pas assez , pour pouvoir être également produits par une pression , qui n'est toujours équivalente qu'à un mouvement très-lent. Qu'on travaille d'un autre côté à donner à l'éther une action excessive , afin qu'il puisse atteindre les corps qui ont déjà beaucoup accéléré leur mouvement , on tombera dans l'inconvénient de trop augmenter sa force à l'égard des Graves qui commencent leur chute. Ainsi , quelque chose qu'on fasse , la loi de l'accélération sera toujours violée. On ne gagnera rien non plus à changer la figure des molécules du fluide ; & il seroit tout aussi inutile de les rendre moles , ou dures , ou de leur donner de l'élasticité. Elles doivent se mettre en équilibre les unes avec les autres , supposé qu'elles soient élastiques ; elles doivent toutes se pousser réciproquement , quelque soit la cause de leur ressort ; & si l'on place entr'elles un corps fluide , il arrivera que ce corps sera pressé de toutes parts , mais qu'il ne sera pas plus sollicité à avancer selon une certaine direction que selon toute autre.

Quoique nous évitions avec soin tout détail trop particulier , nous ne devons pas nous dispenser de faire remarquer combien se trompoient ceux qui se contentoient avec M. Descartes , de faire circuler l'éther aussi vite que la Terre. Il faut retrancher de la masse des corps terrestres la capacité de tous leurs pores ; mais comparant un grain de matiere à un égal volume d'éther , la force centrifuge doit être exactement la même , aussitôt qu'ils circulent l'un & l'autre avec des vitesses égales autour de l'axe de la Terre , & nul des deux ne doit vaincre l'autre , puisqu'il y a un équilibre entre les deux efforts. M. Huyguens , est le premier qui ait démontré qu'il falloit que l'éther fit ses révolutions dix-sept fois plus

vîte que la Terre , pour qu'il eut autant de tendance à s'éloigner du centre , que les Graves en ont à s'en approcher. Mais cette énorme vîtesse ne suffiroit point encore. M. Hughuëns ne faisoit pas attention que la matiere étherée devoit partager son mouvement avec le corps qui tombe, & que ce partage diminueroit au moins l'action de moitié. Il ne remarquoit pas encore , & tous les autres Physiciens qui ont proposé des explications approchantes de la sienne , y ont aussi peu pensé , que l'éther qui environne un Grave vers la fin de sa chute , ne tend toujours à s'éloigner de la Terre que de quatorze ou quinze piés , ou si l'on veut de vingt ou trente dans une seconde ; il n'est plus question de l'éther qui a imprimé les premiers degrés du mouvement ; cet éther a eu le tems de faire beaucoup de chemin , il s'est déjà éloigné de dix ou douze lieuës , si la chute a seulement duré quatre ou cinq secondes. Mais, se peut-il encore une fois qu'un fluide qui n'agit que par voye de pression , ou dont la vîtesse se réduit tout au plus à vingt ou trente piés dans le sens vertical, fasse impression sur un mobile qui fuit en tombant avec une vîtesse de plus de 100 ou 200 piés ? Nous devons ajouter que si l'on a si peu réussi à expliquer l'accélération de la pésanteur , on n'a pas mieux rencontré lorsqu'on a voulu rendre compte de sa direction. Quelques Sçavans ont crû que c'étoit la figure sphérique du Tourbillon terrestre qui déterminoit la chute à se faire vers le centre. Mais pour renverser tous les raisonnemens dont on s'est servi pour appuyer cette prétention , on n'a qu'à considérer ce qui se passe dans un vase formé en hémisphère , qui est plein d'eau & dans lequel on plonge des corps legers. La figure de ce vase & toutes les réactions qu'on a imaginées n'empêchent pas que ces corps ne s'élèvent verticalement ; on ne leur voit jamais suivre en montant des rayons obliques , pour se rendre en haut vers le milieu du vase.

III.

Si la chute des Graves est produite par le choc effectif de plusieurs corpuscules, il faut que ces corpuscules, quelque direction qu'ils suivent, ayent une vitesse actuelle de haut en bas qui soit comme infinie, afin de pouvoir atteindre le mobile qui tombe, & de le fraper sensiblement avec la même force. On feroit sans doute très en droit de demander où va se perdre, & d'où vient cette matiere toujours nouvelle, qui descend continuellement selon des lignes verticales, ou selon des lignes obliques également inclinées? Mais pour ne pas nous tourner du côté obscur des objets, & pour éviter des difficultés, qui pourroient aussi-bien ne naître que de la trop grande limitation de nos lumieres, que de la fausseté des hypothèses que nous examinons, il suffit de considérer la matiete étherée lorsqu'elle est arrivée aux environs du Grave, & lorsqu'elle travaille déjà à le précipiter. On n'aura de cette sorte que deux cas à discuter, à moins qu'il n'en résulte un troisième de la combinaison des deux autres.

Les molécules de l'éther ou du fluide qui cause la pesanteur, sont si grosses que leur choc se termine à la surface des corps, ou bien elles sont assez subtiles pour pénétrer dans ces Graves, elles les traversent & il n'y en a que quelques-unes qui se trouvent arrêtées en donnant dans des pores qui sont fermés. Il faut absolument rejeter la première supposition : car si elle avoit lieu, la pesanteur dépendroit de la figure des corps & de la grandeur des surfaces qu'ils présentent en haut. Outre cela, leur gravité disparoîtroit entièrement dans une caverne, où toutes les fois qu'ils seroient couverts par quelques autres corps d'une épaisseur suffisante.

L'autre hypothèse ne se soutient pas davantage. Si la Nature l'avoit admise, la contexture des Graves chan-

geroit leur pésanteur & troubleroit le raport que nous sçavons qu'elle suit. La gravité seroit conforme à la transparence, qui dépend beaucoup moins de la densité ou de la multitude de parties grossieres renfermées sous le même volume, que de leur simple arrangement. La même quantité de matiere disposée d'une maniere plus ou moins serrée, ou selon que ses parties se couvroient plus ou moins les unes les autres, péseroit diversement: au lieu que les expériences faites sur la communication des mouvemens nous apprennent que la gravité suit toujours exactement le raport des masses. Nous sçavons que les parties les plus intimes, quoique mises à l'abri par le voisinage des autres, & quoiqu'un fluide quelque subtil qu'il fût, ne pût les aller choquer, contribuent néanmoins encore à augmenter le poids; elles ne sont pas perduës pour la Nature, dans le plan de laquelle elles rentrent. Il faut donc que le Méchanisme contienne quelque principe qui ne soit pas arrêté dans son exercice par l'obstacle que peuvent former des parties interposées.

*De l'insuffisance du Méchanisme ordinaire dans
l'Astronomie Physique.*

(7) **L**A Philosophie Cartésienne n'est pas plus heureuse lorsqu'elle entreprend de rendre raison de la pésanteur qui s'exerce dans le Ciel, & qui s'opose à la force centrifuge que contractent toutes les Planetes en circulant autour du Soleil. Si l'on admet un grand Tourbillon qui comprenne tout notre systême planétaire, il doit être irrégulier vers ses limites, à cause du divers éloignement où sont les Etoiles fixes ou Soleils qui nous environnent. Cette irrégularité ne peut pas manquer d'en apporter dans le cours même de la matiere

céleste : Il y a , peut-être , quelques endroits plus referrés entre le Soleil & les limites du Tourbillon ; & la matiere éthérée est obligée de s'y mouvoir plus vite. Mais l'éther n'accélérant sa vitesse que parce qu'il est plus pressé , il doit en même-tems réagir , faire plus d'effort pour s'étendre dans le sens latéral ; & il repousseroit infailliblement le Soleil en le faisant reculer , s'il n'y avoit pas d'équilibre de part & d'autre de cet Astre. C'est-à-dire , que si la matiere céleste est pressée dans un certain endroit , & si elle est forcée d'y prendre plus de vitesse , elle doit nécessairement être aussi plus pressée du côté diametralement oposé ; & il faut donc toujours que le Soleil occupe comme le milieu , quelque irrégulier que soit le Tourbillon. Or c'est ce qui est absolument contraire aux Phénomènes , ou à ce que nous sçavons certainement du mouvement des Planetes tant principales que secondaires. Car l'endroit où il y a le plus de rapidité est toujours à l'opposite de l'endroit où il y en a le moins ; & le Soleil au lieu d'occuper le milieu des orbites elliptiques , occupe constamment un des foyers ; ce qui ne s'accorde nullement avec la nature des fluides.

Les Sectateurs de M. Descartes ne peuvent faire qu'une seule réponse : Ils diront que les Planetes ne suivent pas exactement la direction des différentes couches du Tourbillon. Les Planetes seroient donc alors sujettes à ressentir l'action de l'éther , de même qu'un bateau qui ne suit pas le fil d'une Riviere , est exposé à un choc continuel. Cette action se compliqueroit avec la force centrifuge du même fluide qu'on regarderoit vraisemblablement comme la cause de la pesanteur de la Planete. Mais de tout cela , il ne résulteroit jamais , ni des Ellipses pour l'orbite , ni toutes les autres particularités des mouvemens célestes. On ne trouvera point que les aires ou secteurs parcourus par les lignes droites tirées de la Planete au Soleil , soient proportionnels aux tems.

On

On ne trouvera pas non plus que l'autre règle de Képler soit mieux remplie ; qu'il y ait un rapport exact entre les cubes des distances moyennes des Planetes au point central & les quarrés des tems de leurs révolutions.

On ne peut pas nier en général la possibilité des Tourbillons. Pourquoi la matiere éthérée ne pourroit-elle pas aussi-bien se mouvoir en cercle , que le vent ou nos torrens rapides ? Mais il est vrai d'un autre côté que , gênés par les faits que nous fournissent les Observations Astronomiques , nous avons à concilier des conditions qui sont réellement incompatibles. La figure à peu près ronde de toutes les Planetes , montre que leurs Tourbillons , s'il est vrai qu'ils existent , doivent approcher d'être sphériques. Il faut qu'ils n'aient pas moins de force centrifuge dans les points qui sont éloignés de leur équateur , que proche de l'équateur même. C'est pour cela que plusieurs personnes à qui nous n'avons garde de vouloir ôter le nom de Physiciens , font circuler avec la même vitesse absoluë tous les points de la même couche sphérique : mais ces Deffenseurs trop zélés des principes de M. Descartes devoient penser que la force centrifuge qui naît de ce mouvement & qui doit nécessairement être portée jusques là , se trouve trop grande , considérée sous d'autres aspects. Il résulte par sa décomposition une trop grande force relative dans le sens de la circonférence des Méridiens ; & l'éther qui n'a précisément de force centrifuge que ce qu'il faut selon le rayon du parallele , ou même selon le rayon du Tourbillon , en a toujours trop dans le sens perpendiculaire à ce dernier rayon. Il fait trop d'effort pour passer à la place de l'éther qui est plus voisin de l'équateur ; ce qui doit mettre une confusion continuelle dans l'étenduë de chaque couche sphérique.

On ne réussit pas mieux à établir l'ordre entre les différentes couches , qu'entre les différentes parties qui les composent. On fait ensorte , dit-on , par l'équilibre par-

fait qu'on met entre ces couches , qu'elles se contrebalancent exactement ; & il arrive au contraire qu'on met tout sur le bord de sa ruine. Si nous avions différens liquides à faire entrer dans un vase , & que nous craignissions qu'ils se broùlassent , nous placerions certainement le Mercure au-dessous, l'eau au-dessus & ensuite l'huile ; & nous ne nous aviserions jamais de mettre ensemble des liqueurs très-fluides & de les choisir exprès de pésanteur spécifique exactement égale , afin qu'elles ne se mêlassent pas. On veut néanmoins presque toujours d'après M. de Villemot ou le P. Malebranche , que les couches sphériques du Tourbillon fassent un égal effort pour s'élever ou pour s'éloigner du centre. On leur donne pour cela des vitesses qui sont en raison inverse des racines des distances au point central ; & cette fausse précaution qui est si propre à tout gâter , on ne la prend que pour conserver au Tourbillon un état plus stable. On s'est sans doute laissé préoccuper par une des propriétés qu'a ordinairement l'équilibre ; mais qui ne lui est pas nécessairement attachée. Lorsqu'on déränge un système de corps qui se contrebalancent , l'équilibre les fait souvent revenir à leur première situation. Mais les Physiciens qui vouloient introduire à toute force des Tourbillons dans le Ciel , n'ont pas pris garde que le cas étoit tout différent , & que l'équilibre entre les couches devoit produire un effet tout contraire à celui qu'ils se propoient. D'ailleurs , si on rejette cet expédient , comme on ne peut pas s'en dispenser , on ne sçait plus quel ordre il faut mettre. La vitesse d'une Planete comparée à celle d'une autre , feroit croire que les vitesses absolües des différentes couches sont en raison inverse des racines quarrées des distances au point central : Au lieu que le cours particulier de chaque Planete demanderoit qu'elles suivissent simplement la raison inverse de la distance. On ne trouve en un mot qu'inconveniens , lorsqu'on fait dépendre de l'action d'un fluide le mou-

vement des corps célestes. On ne réussit nullement à constituer des Tourbillons sphériques ou à peu près sphériques ; on leur donneroit plus aisément la forme de cylindres : & après avoir fait un grand nombre de suppositions souvent contradictoires , on est obligé de reconnoître ingénument qu'on n'en est pas plus avancé.

Nous voulons dire que s'il est impossible d'établir une parfaite harmonie entre toutes les parties d'un Tourbillon sphérique , il ne l'est pas moins d'en déduire après cela le mouvement des Planètes. La maniere dont plusieurs Sçavans avoient traité cette matiere , m'invita à l'examiner en 1731 , dans un Mémoire inséré entre ceux de l'Académie des Sciences. J'étendis mes suppositions aussi loin que me le permettoit la Géométrie , afin de considérer mon sujet d'une maniere plus générale. Je tâchois d'embrasser toutes les circonstances qui n'impliquent pas contradiction ; quoiqu'il s'en manque beaucoup que le possible en fait de Physique ait des bornes aussi éloignées. Il est certain , par exemple , que les Cartésiens ne recevant aucune autre loi que celles du mouvement , la matiere quelque subtile qu'elle soit , doit être par tout également dense. Elle n'est affectée que par l'inertie , en tant qu'elle est soumise aux loix du mouvement ; & cette inertie doit être la même dans tous les endroits du Ciel , aussi-tôt qu'on n'admet ni petits vuides , ni matiere inégalement affectée. Malgré cela , je supposois la densité différente , & je me permettois diverses autres suppositions qui favorisoient la cause Cartésienne. Cependant , je trouvai entr'autres choses que le même Tourbillon n'étoit pas propre à faire décrire les deux moitiés d'une orbite elliptique ou de toute autre courbe dont les deux moitiés sont égales. Cette Remarque qui m'étoit fournie par le calcul algébrique , est d'ailleurs fondée sur des raisons qui se présentent d'elles mêmes , aussi-tôt qu'on y fait un peu d'attention.

Lorsque la Planète part de son Périhélie & qu'elle

marche vers l'Aphélie, elle va en même-tems rencontrer le fluide. Ainsi, il faut qu'elle surmonte deux forces, lorsqu'elle s'éloigne du Soleil ; il faut qu'elle agisse contre sa propre pesanteur, & contre la résistance du fluide. La Planète étant arrivée à son Aphélie, elle commence ensuite à descendre, & elle passeroit exactement par les mêmes degrés de vitesse, elle décrirait outre cela des parties de courbe, égales à celles de l'autre moitié, si elle étoit sollicitée dans sa descente par la même force qu'elle avoit eu contre elle en montant. Les forces étant égales dans les deux cas, l'augmentation de la vitesse se feroit précisément par les mêmes degrés, que la diminution s'étoit faite de l'autre côté. Mais au lieu que dans le premier cas, la force totale étoit la somme de l'impulsion du fluide & de la pesanteur, la force qui agit sur la Planète en descendant n'est pas la somme de ces deux forces partiales, mais leur différence : car lorsque la Planète descend, elle va encore rencontrer le fluide ; & l'impulsion qu'elle reçoit se trouve contraire à l'action de la pesanteur. Or, il suit de-là, que la Planète ne doit pas descendre si vite qu'elle avoit monté, & qu'outre cela sa route doit être moins pliée vers le Soleil : Les deux moitiés de la courbe seront différentes.

Ceci est applicable non-seulement aux orbites fixes, le même raisonnement a lieu si l'orbite est mobile ; le même Tourbillon ne satisfait jamais aux deux moitiés, aussi-tôt que du mouvement particulier de la Planète sur son orbite & du mouvement de la ligne des Apfides, il résulte une courbe dont les deux branches sont égales, de part & d'autre du point où la Planète s'est trouvée effectivement dans l'Aphélie. Mais, s'il est si difficile ou pour mieux dire, s'il est impossible de concilier le mouvement des Planètes dans un fluide qui est aussi dense que ces Planètes, l'impossibilité est bien plus frappante lorsqu'il s'agit des Comètes. Maintenant, il n'y a plus

qu'une voix sur leur sujet. On a douté long-tems qu'il y en eût de réellement retrogrades : On croyoit pouvoir attribuer au mouvement de la Terre, & ne regarder que comme une simple aparence optique, leur retrogradation ; mais personne aujourd'hui ne doute du fait. Il est certain que les Comètes traversent dans toutes sortes de sens ces mêmes endroits du Ciel qui sont battus, pour ainsi dire, par la marche des Planètes. De près de quarante Comètes dont on en a exactement les Elémens, il y en a dix-sept ou dix-huit qui ont été retrogrades ; & quelques unes alloient si bien en sens contraire, que leur orbite ne faisoit pas avec l'écliptique un angle de plus de vingt degrés : comme celle de 1698, dont l'inclinaison étoit à peine de douze degrés, celle de 1682 dont l'inclinaison n'étoit pas de dix-huit, celle de 1472, dont le cours retrograde, ne faisoit pas avec l'écliptique un angle de cinq degrés trente minutes. Ne sont-ce pas là des espèces de radeaux, qui, sans rame, sans voile, sans le secours d'aucun agent extérieur, iroient en montant contre le courant d'une Riviere infiniment rapide ? Ainsi, il faut admettre le vuide dans le Ciel, ou bien une matiere qui faute d'avoir été affectée, ne fait point de résistance : l'Astronome Physicien ne sçauroit se dispenser d'adopter cette conséquence qui devient incontestable.

Le mouvement des Comètes porte encore un caractère qui marque l'action d'une pesanteur vers un point central & qui ne marque que cette seule action. Outre que les aires parcouruës par le rayon vecteur sont continuellement proportionnelles aux tems, la vitesse des Comètes ne dépend nullement de la direction qu'elles suivent, mais seulement de leur distance au Soleil. Elles avancent vers un certain côté ou vers un autre, elles descendent directement vers cet Astre ou bien elles s'en éloignent, elles marchent sur une ligne oblique ou perpendiculaire à la direction de leur pesanteur ;

la Comète a toujours exactement la même vitesse, aussi-tôt qu'elle est à la même distance du point central. Sa vitesse est toujours à celle qu'auroit une Planète qui feroit des révolutions exactement circulaires à la même distance, comme la diagonale d'un quarré est à son côté, ou à peu près comme 1414 est à 1000. Il se passe à l'égard de son mouvement quelque chose de semblable qu'à celui des Graves qui tombent le long d'un plan incliné ou le long d'une ligne courbe. On sçait que la vitesse d'un corps qui tombe obliquement ne dépend pas de la longueur du chemin qu'il a parcouru, ni de la direction selon laquelle il se meut actuellement; mais seulement de la hauteur verticale de laquelle il descend. Si le plan qui soutient le Grave est peu incliné par rapport à l'horison, il n'y aura qu'une petite partie de la pesanteur absolue qui contribuera à faire accélérer la vitesse du corps qui tombe; mais d'un autre côté la longueur du plan fera plus grande, l'accélération se fera plus long-tems, & la compensation ne manquera jamais d'être parfaite: en bas le corps aura toujours exactement la même vitesse quel que soit le chemin qu'il tiennne. Que le Grave, au lieu de descendre sur un plan, trace une ligne courbe par sa chute, rien ne sera encore changé; la vitesse fera toujours la même, aussi-tôt que le corps ne tombera que d'une hauteur déterminée. C'est à peu près la même chose à l'égard des Comètes. Sont-elles parvenues à la même distance du Soleil que la Terre ou que Vénus; il n'est pas nécessaire d'examiner la direction qu'elles suivent, ni si elles s'approchent du Soleil ou si elles s'en éloignent? Elles auront toujours une vitesse qui sera à la nôtre le long de l'écliptique ou à celle de Vénus sur son orbite comme 1414 est à mille: ce qui indique bien assurément une pesanteur continuellement agissante vers le Soleil; mais ce qui ne marque nullement l'action d'un fluide translatif.

Ce n'est pas sans peine qu'on se détache de l'hypothèse d'un fluide qui transporte les Planetes. L'idée en est belle par plusieurs endroits ; elle nous flatte , parce qu'elle nous presente un immense tableau dont nous croyons voir parfaitement la liaison de toutes les parties. Nous avons plus d'une raison pour aimer une majestueuse simplicité dans les Ouvrages de la Nature , comme dans ceux de l'Art : Il nous en coûte trop , lorsque nous entreprenons de nous former une idée distincte de tout ce qui est un peu compliqué. Mais nous ne devons pas non plus nous y tromper : car comme l'a remarqué Théodore , il y a une simplicité dont on ne peut rien attendre & qui n'est d'aucune ressource : Rien n'est moins fécond que ce qui est trop simple. C'est ce que prouvent , peut-être , assez les différentes raisons que nous avons alléguées , & ce que prouvent sans doute encore mieux les efforts inutiles qu'on a fait depuis un siècle , en se permettant quelquefois bien des fautes de Géometrie & de Méchanique , pour tâcher de faire éclore dans le sein des loix du mouvement des Phénomènes qu'elles ne pouvoient produire. Combien de fois n'a-t-on pas travaillé inutilement à racommoder les Tourbillons ? Les mains adroites n'y ont pas mieux réussi que les mal-habiles ou les plus grossieres. Tous les Sçavans n'ont pas agi avec la même franchise que M. Herman , qui a marqué son chagrin par un *utinam* bien expressif. * Mais enfin si les tentatives peu heureuses des Descartes , des Huguens , des Varignon , des Malebranche , des Bernouilli , des Herman , ne montrent pas encore assez l'impossibilité de l'entreprise , nous avons une connoissance plus certaine des faits , qui doit achever de nous décider. Il ne faut que les seules

* Voy. la Phoron. pag. 373. *Utinam verò reliqua gravitatis Phænomena eâdem facilitate in hoc Vorticum systemate explicare liceret !*

94 REMARQUES SUR LE PREM. ENTRETIEN.

Comètes pour renverser tout l'édifice de la Physique Astronomique Cartésienne ; de même qu'elles suffiroient pour briser entierement les Cieux solides des Anciens. Le parallele est exact : une de ces idées n'est pas actuellement plus recevable que l'autre. Si les Planetes ont besoin d'un fluide qui les transporte , comment les Comètes peuvent-elles aller en sens contraire ?



SECOND



SECOND ENTRETIEU.

On montre dans cet Entretien , que l'Inclinaison des Planetes ne peut venir que de ce que les couches d'éther qui les entraînent , & dont le Tourbillon Solaire est formé ; ne se meuvent pas précisément dans le même sens ; & on fait voir que les changemens les plus considérables qu'on apperçoit , soit dans les Inclinaisons , soit dans la situation des nœuds , sont causés par l'action des couches les unes sur les autres qui tendent mutuellement par leur friction , à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens.

LA frugalité de notre repas le rendit plus court ; & la Compagnie après s'être reposée , tarda peu à se retirer. Aussi-tôt que nous nous trouvâmes seuls, Théodore prenant la parole nous dit : Qu'il voyoit bien qu'Eugene faisoit dépendre l'Inclinaison des Planetes de la différence obliquité du cours des couches sphériques , dont le Tourbillon est formé. Vous l'avez dit , repartit Eugene ; & quoiqu'Ariste attaché qu'il est aux seuls sentimens de M. Descartes , se soit d'abord déclaré contre cette These , il ne peut pas maintenant se dispenser de l'adopter. Je tremble , je vous l'avoue , pour nos Tourbillons , répondit Ariste , & je crains que toute la disposition ne s'en trouve altérée. Vous exagerez votre crainte , repliqua Eugene , & cependant il n'est plus tems de le faire : Car

vous êtes convenu que l'Inclinaison des Planetes ne peut pas être produite par leurs conjonctions, & que quand même les Planetes feroient quelquefois détournées de la direction de l'éther par quelque cause passagere, elles feroient bien-tôt forcées d'y revenir par le choc continuel de ce fluide. Vous ne pouvez pas douter après cela que l'Inclinaison dont nous cherchons la cause, ne vienne du Tourbillon-même, & que ses différentes couches ne circulent selon différens sens.

Si vous examinez, par exemple, le petit Tourbillon particulier qui environne la Terre, vous ferez forcé de reconnoître que la direction de l'éther qui est proche de nous, est indiquée par le mouvement même de la Terre qui tourne sur son centre en 24. heures, & qu'ainsi l'éther se meut ici-bas dans le sens de l'Equateur. Mais puisqu'il n'est pas moins certain que l'Orbite de la Lune nous montre à peu près la direction qu'a la matiere éthérée à quatre-vingt-dix mille lieues ou à cent mille lieues d'ici, il est comme démontré qu'il s'en faut beaucoup que toutes les couches du fluide qui circulent autour de nous, suivent exactement le même chemin; & on voit assez que ce doit être à peu près la même chose dans le grand Tourbillon qui environne le Soleil, & qui emporte la Terre & toutes les autres Planetes autour de cet Astre.

Au surplus, continua-t-il, on reconnoît aisément que les choses doivent être ainsi, aussi-tôt qu'on examine la génération des Tourbillons. Si dans le débrouillement du Cahos, toutes les parties de matiere qui forment chaque couche Sphérique, ont dû s'accorder à se mouvoir précisément dans le même sens, les différentes couches n'ont pas pû s'affujettir de la même maniere à suivre exactement la même direction. Les parties de la même couche sont exposées à se heurter sans cesse, tant qu'elles ne décrivent pas des cercles parfaitement paralleles; de sorte que c'est par le choc, qu'elles s'obligent à ne suivre qu'un seul chemin, qu'une direction moyenne ou composée,

qui résulte de la composition des mouvemens particuliers qu'elles avoient toutes. Mais comment voulez-vous ensuite que les couches se sollicitent à embrasser toutes la même direction ? Elles ne le peuvent faire que par leur frottement ou leur friction mutuelle : mais ce frottement ne peut être que très foible dans une matiere aussi fluide que l'éther. Je ne dis pas que dans la premiere institution des Tourbillons, lorsque les couches circuloient d'abord dans des sens très-différens, le frottement ne fût capable d'effet plus considérable, & qu'il ne fit diminuer par des degrés très-sensibles l'obliquité des directions. Mais à présent ce ne doit plus être la même chose : Car la friction mutuelle des deux couches doit être moindre à mesure que leurs mouvemens deviennent plus conformes. Outre cela, il s'est pû faire dans les parties même de l'éther quelque changement, qui contribué encore à la diminuer ; c'est ce qui est peut-être cause qu'il est si difficile de découvrir des vestiges de cette friction, maintenant que la machine de l'Univers est comme parvenue depuis plusieurs siècles à un certain état de permanence. Ainsi, vous voyez que les Planetes n'ont différentes Inclinaisons, que parce que les couches du grand Tourbillon ne circulent pas exactement dans le même sens ; vous voyez encore que cette diversité de directions dans l'éther, vient originairement du désordre ou du dérangement où étoit d'abord la matiere ; & de ce que l'action des couches les unes sur les autres, n'a pas été assez forte, pour mettre une parfaite conformité dans leurs mouvemens.

J'entre à la fin dans vos raisons, reprit Ariste ; il me paroît tout comme à vous, que si les couches de la matiere éthérée étoient séparées par des surfaces infiniment polies, elles ne pourroient jamais influencer sur le mouvement les unes des autres ; puisqu'en suivant chacune leur direction, elles glisseroient l'une sur l'autre, sans se faire la moindre résistance. Mais aussi-tôt que leurs

surfaces ne seront pas parfaitement polies, & qu'elles seront sujettes au moindre petit engrainement, la friction mutuelle des parties d'éther qui les composent, les assujettira peu à peu à suivre le même chemin. C'est de cette sorte que la matiere de tous les Tourbillons a pû s'accorder à circuler à peu près dans le même sens; & ce doit être encore là le grand principe de tous les changemens qui arrivent dans leurs circulations; puisque les couches dont ils sont formés, ne peuvent agir les unes sur les autres que par cette seule voye.

Ce principe, poursuivit-il, dans le moment-même que je vous parle, me dévoile, ou je suis le plus trompé du monde, la cause de je ne sçai combien de mystères d'Astronomie & de Physique. Je puis, par exemple, par son moyen, sans même porter ma vûe au-dehors du petit Tourbillon particulier qui nous renferme, expliquer comment s'est pû faire le changement d'obliquité que plusieurs Astronomes prétendent qu'a souffert l'écliptique par rapport à l'Equateur. J'avois toujours trouvé quelque obscurité dans un endroit des Principes de M. Descartes, où ce grand Philosophe en parlant de l'axe de la Terre, dit en ces termes * que j'ai encore présens à l'esprit : *Interim tamen, quia duæ conversiones Terræ, annua scilicet & diurna, commodius peragerentur, si fierent circa axes parallelos, causæ hoc impediens paulatim utrimque immutatur; unde fit, ut successu temporis declinatio Eclipticæ ab Equatore minuatur.* Je reconnois maintenant que l'écliptique ne peut guères changer de situation: car il faudroit une cause bien puissante pour détourner la Terre de la route qu'elle suit en circulant autour du Soleil; & d'ailleurs les changemens qu'on croit avoir aperçus dans la latitude de quelques étoiles fixes, ne s'accordent pas assez entre eux, pour justifier ce détour. Mais il me paroît que l'Equateur doit être beaucoup plus variable, puisqu'il résulte du mouvement journalier de la Terre sur son propre centre, & qu'il s'en faut beaucoup que ce mouve-

* CLVI.
Part. tert.
Princ. Phil.
osf.

vement ne se fasse dans le même sens que tournent autour de nous toutes les différentes couches d'éther qui nous environnent. Il y a bien de l'apparence que vers les limites de notre Tourbillon particulier, les couches d'éther se meuvent dans le même plan que celles du Tourbillon Solaire. Mais si l'on considère un point de notre Tourbillon, moins éloigné, si l'on descend jusques à la Lune, on trouvera, comme vous venez de nous le faire remarquer, que la matiere éthérée ne se meut plus dans le même sens, & que l'obliquité est de plus de cinq degrés; & si l'on descend encore plus bas, si l'on vient jusqu'à la Terre, on verra que la différence des directions est encore plus grande, & qu'elle va à près de 23. degrés & demi. Or suposant que la friction mutuelle des parties d'éther soit capable de quelque effet, il est certain qu'elle ne peut pas travailler à assujettir peu à peu toute la matiere de notre Tourbillon particulier à se mouvoir précisément dans le même sens, sans tendre à faire changer aussi de situation à l'Equateur de la Terre, & à le rendre moins oblique par raport à l'écliptique. Ce ne fera, je le sçai bien, qu'après une longue suite de siècles que ces deux cercles se confondront : mais pour peu qu'on reconnoisse la cause qui fait diminuer l'obliquité, on ne craindra pas avec quelques Philosophes, que ce premier changement puisse être suivi d'un autre, qui se fasse en sens contraire. C'est pourquoi lorsque la chose sera une fois arrivée, les hommes jouiront d'un perpétuel équinoxe.

Je m'applaudis fort, interrompit Eugene, de vous voir ainsi commenter M. Descartes, & je reconnois avec plaisir par le *commodius conversiones peragerentur*, que ce Philosophe a fait attention au principe que nous employons. Au reste, je suis très-convaincu que si l'Inclinaison de l'Equateur par raport à l'écliptique, a souffert effectivement quelque diminution, il n'est pas possible d'en assigner une autre cause. La Terre tournant tous les

jours sur son propre centre , doit tendre à le faire continuellement dans le même sens , par ce principe de Physique ou plutôt de Métaphysique , que chaque chose persiste dans sa manière d'être. C'est pourquoi si la Terre ne fait plus ses circulations journalières selon la même direction qu'elle les faisoit autrefois , il faut absolument que ce soit le fluide qui nous environne qui produise le changement , & il ne le peut faire que par voye de friction. Mais si vous le voulez , nous prendrons les choses de plus loin ; nous examinerons d'une façon particulière les effets du frottement ; & afin de ne pas mêler si souvent la Terre avec le Ciel , nous appliquerons d'abord nos remarques au grand Tourbillon dont le Soleil est le centre.

Je suppose que ACBED *fig. 5.* représente une sphère qui circule de C vers E & vers D sur les deux poles A & B ; de sorte que le grand cercle CED qui est autant éloigné d'un pole que de l'autre , marque la direction précise du mouvement. Cette sphère est renfermée dans une autre qui est creuse , qui la touche dans tous les points de sa surface , & qui tournant sur le pole L , a le cercle CMD pour équateur & pour direction de son mouvement. Cette seconde Sphère doit être ici considérée comme transparente , & comme je ne puis pas la représenter , c'est à votre imagination à y suppléer. Je prends maintenant au hasard un point G sur la surface convexe de la première Sphère ; & je considère que pendant qu'il parcourt dans un tems infiniment petit , le petit espace GH qui est une portion du parallèle FGK par tout également éloigné du pole A , le point G de la Sphère extérieure parcourt autour du pole L le petit espace GO. D'où il suit que ces deux points qui se touchoient , se meuvent l'un par rapport à l'autre de la quantité OH , puisque c'est de cette quantité dont ils s'éloignent , pendant qu'ils parcourent les petits espaces GH & GO. C'est-à-dire donc que pendant que le

point G de la Sphère intérieure fait le petit chemin GH, il doit recevoir le même frottement que s'il demeurait en repos en H, & que si le point correspondant de l'autre Sphère avançoit de H vers O. Mais que doit-il arriver de ce frottement? Il est clair que le point G de la Sphère intérieure sera sollicité à avancer de la quantité HO, & que si la friction n'est pas assez puissante pour lui faire parcourir tout ce petit espace, elle tendra au moins à lui en faire parcourir une partie HQ. Ainsi vous voyez que pendant que le point G de la surface convexe de la première Sphère tend par sa propre vélocité à parcourir GH, le frottement qu'il souffre de la part du point G de la surface concave de l'autre Sphère, tend à lui faire prendre le petit détour HQ : Et si l'on compose ou si l'on réunit ces deux mouvemens, il se trouvera que tout bien compté, le point G qui tendoit d'abord à parcourir GH, tend maintenant à parcourir GQ.

Cela est évident, interrompt Théodore; & je vois par la même raison que le point G de la Sphère extérieure, au lieu de suivre GO, tend à cause de la friction qu'il reçoit, à parcourir GR; parce que la Sphère intérieure se meut par raport à l'extérieure de O vers H, & tend par le frottement qu'elle produit, à causer le petit détour OR dans le mouvement GO du point G. Je vois aussi qu'on peut dire la même chose de tous les autres points des deux Sphères. Ainsi, il est certain que la diversité qui se trouve dans leur direction, doit disparaître peu à peu; puisque l'angle HGO de l'obliquité se réduit à l'angle QGR qui est plus petit, ou qu'au moins il s'y réduiroit si la diminution d'obliquité étoit exactement la même dans tous les autres points des deux surfaces sphériques. Il ne resteroit plus, ajouta-t-il, qu'à donner une certaine forme à ce raisonnement pour en faire une démonstration exacte du principe que vous avez supposé, & dont Ariste a même déjà voulu faire usage; que dans l'hypothèse des Tourbillons, la friction travaille continuellement

à mettre une plus grande conformité dans le mouvement de toutes les couches.

C'est ce qui n'avoit pas grand besoin de démonstration, reprit Eugene ; mais si vous le voulez , nous allons continuer notre examen. Je demande sur quel point se fera le changement de directions de nos Spheres ; c'est-à-dire , que je veux sçavoir si, lorsque l'angle de l'obliquité ECM formé par les deux équateurs des deux Sphères , se réduit à un angle plus petit , tel que ecm , les nouveaux équateurs se coupent toujours dans les mêmes points C & D ; ou s'ils se coupent dans quelques autres. Je demande en un mot si pendant que l'Inclinaison diminue , les nœuds mutuels conservent la même place , ou s'ils ont quelques progrès ? Mais , répondirent Théodore & Ariste , il y a bien de l'apparence qu'ils doivent avancer dans le même sens que tournent les Sphères. Je le croyois d'abord comme vous , reprit Eugene : Cependant après y avoir sérieusement pensé , j'ai reconnu qu'ils n'ont aucun mouvement.

Pour vous en convaincre , vous n'avez qu'à considérer deux à deux les points des deux Spheres ; examinez en même-tems le mouvement du point G & celui du point g , où se coupent encore les deux cercles FIK & YNX. Le point G de la Sphère intérieure tend à suivre GQ , & le point g tend dans la même Sphere à suivre gq ; parce que la friction à laquelle il est sujet , produit le petit détour hq dans son mouvement gh ; en même-tems que la friction que souffre le point G , produit les détours HQ dans son mouvement GH. Il n'est pas nécessaire que je dise que les détours HQ & hq sont exactement égaux , de même que les petits espaces GQ , & gq ; Car les points G & g sont exposés à des frictions parfaitement égales , à cause de la conformité de leur situation. Mais puisque les points G & g tendent à parcourir les petits espaces GQ & gq , nous n'avons qu'à prolonger leurs directions jusques à ce qu'elles

qu'elles se rencontrent , & si nous composons ensuite leurs mouvemens , nous sçaurons ce qui doit résulter de leur commun effort. Ces directions prolongées se coupent en S , qui est également éloigné de G que de g , & qui répond au Méridien $ALIMB$, qui passe par les poles des deux couches , & qui mesure l'angle de l'Inclinaison ECM , en passant par les points de limite E & M . Outre cela les deux directions GST & sg , sont situées de la même manière de part & d'autre du plan de ce Méridien. Ainsi , si nous les composons , en faisant attention que les quantités de mouvement GQ & gq , sont parfaitement égales , il résultera une direction moyenne SV , qui conpera par la moitié l'angle gST que font les deux directions , & qui sera perpendiculaire au plan du Méridien $ALEMB$. C'est-à-dire donc , que si chaque points G & g tend , pris séparément à suivre une direction oblique par rapport au Méridien , ils tendent cependant joints ensemble à se mouvoir selon un sens perpendiculaire au plan de ce cercle ; parce que leurs obliquités se détruisent mutuellement. Or comme c'est la même chose de tous les autres points de la Sphere $ACEDB$, il est évident que si cette Sphere change de direction dans ces révolutions ; que si elle se meut selon CeD , au lieu de le faire selon CED , son mouvement se fera toujours perpendiculairement au plan du même Méridien AEB . Le nouvel équateur CeD , passera donc par les mêmes points C & D , qui sont les poles de ce Méridien : Et comme on peut prouver de la même manière que le nouvel équateur CmD de la Sphere extérieure sera également perpendiculaire au Méridien AEB , il faudra qu'il passe aussi toujours par les mêmes points C & D ; d'où il suit que les nœuds mutuels ne seront sujets à aucun changement.

Voilà , dit Ariste , une espèce d'emblème , dont il est maintenant aisé de faire l'aplication. Vos Spheres intérieures & extérieures représentent les différentes couches dont les Tourbillons sont formés ; elles nous mon-

Entrent que deux couches qui se touchent immédiatement, doivent conserver leurs nœuds mutuels: D'où il suit que les Orbites de deux Planetes voisines, comme Saturne & Jupiter, doivent toujours se couper dans les mêmes endroits. Mais ce ne sont que les nœuds mutuels qui doivent être ainsi immobiles; ces nœuds qui sont vers le septième degré du Lion & du Verseau. Car tous les autres points des deux Orbites étant sujets à changer, il est évident qu'elles couperont sans cesse l'écliptique dans différens endroits, & qu'ainsi ces derniers nœuds qui sont les seuls que les Astronomes aient coûtume d'observer, auront un mouvement continu. Ce que vous dites, reprit Eugene, de l'immobilité des nœuds mutuels, seroit exactement vrai, si le mouvement de chaque couche n'étoit pas altéré en même-tems par la friction des couches qui sont au-dessus & au-dessous; ce qui apporte de la complication dans tous les changemens qu'elle reçoit. Mais c'est ce que vous verrez beaucoup mieux en jettant les yeux sur la figure que voici, qui représente le Zodiaque comme étendu & développé.

* Voyez
la Planche
qui est à la
fin de ces
Entretiens,
fig. 6.

J'ai tracé dans cette figure *, continua-t-il, les routes de toutes les Planetes, & même aussi la route des taches du Soleil. Toutes ces routes paroissent ici courbes, mais leur corbure ne vient que de la façon dont j'ai fait le développement; j'ai voulu rendre droite la route de la Terre. Une autre chose dont je dois vous avertir, c'est que j'ai beaucoup exagéré l'Inclinaison des Planetes, afin de rendre la figure moins confuse, & elle ne l'est encore que trop: mais cela n'empêche pas qu'elle ne puisse représenter tous les nœuds également bien. Cela supposé, si nous cherchons vers le septième degré du Lion l'intersection M des Orbites de Saturne & de Jupiter; nous verrons que si la friction mutuelle que se font les couches d'éther qui transportent ces deux Planetes, est capable d'action, elle doit faire retarder par rapport aux Etoiles fixes, les nœuds de Saturne, & faire

diminuer son Inclinaison. Car la friction tendant à faire approcher les deux Orbites l'une de l'autre, ou à diminuer l'angle PMN qu'elles forment en M, elle ne peut pas produire en cela le moindre effet, sans donner une situation comme M n à l'Orbite de Saturne, & une situation M π à celle de Jupiter; ce qui rendroit plus petite l'Inclinaison de Saturne par rapport à l'écliptique, & ce qui feroit en même-tems passer son nœud de N en n . Mais nous ne pouvons rien statuer sur cet article; parce que ne sçachant pas qu'elle est la direction des couches d'éther supérieures, nous ignorons si elles contribuent à augmenter cet effet, ou à le détruire, ou à en produire un contraire. Cependant plusieurs Astronomes, comme Logomontanus & M. Bouillaud font retarder considérablement les nœuds de cette Planete; & dans ce cas son Inclinaison iroit en diminuant. M. Bouillaud comparant quelques observations faites de son tems avec celle de Tycho, & avec une autre faite à Athenes 1085 ans auparavant, trouve que le nœud avance par an de 26 secondes; mais c'est par rapport au point mobile des équinoxes, qui retarde, comme vous le sçavez, par rapport aux Etoiles fixes d'environ 51 secondes. Ainsi, quoique le nœud avance par rapport au point de l'équinoxe, il retarde réellement, & il le fait de 25 secondes. Si ce retardement a lieu, la diminution annuelle de l'Inclinaison doit être d'environ 4 secondes: C'est ce qu'on trouve en résolvant le triangle Sphérique N M n .

Mais, reprit Ariste, vous pouvez beaucoup mieux juger du changement que doit souffrir l'Orbite de Jupiter; puisque vous sçavez la direction de Saturne qui est au-dessus, & celle de Mars qui est au-dessous. Cependant, comme il me paroît sur votre figure que les Orbites de ces deux Planetes sont situées de différens côtés par rapport à celles de Jupiter, les effets doivent être contraires, & il doit être difficile de déterminer lequel peut prévaloir. Je n'en disconviens pas, répondit

Eugene ; mais on ne laisse pas néanmoins de voir par plusieurs raisons que la couche d'éther qui entraîne Mars, doit plus agir sur le mouvement de Jupiter, que n'agit celle qui entraîne Saturne. D'abord Jupiter est beaucoup plus proche de la premiere de ces Planetes que de l'autre. Mais outre cela la situation particuliere du nœud mutuel Q de Jupiter & de Mars, contribuë encore à rendre l'action plus considérable, au moins par raport au mouvement du nœud P de l'Orbite de Jupiter & de l'écliptique. Les couches d'éther qui transportent Mars autour du Soleil, tendent à faire prendre à l'Orbite de Jupiter la situation Qp, qui passe toujours conformément à ce que nous avons démontré, par le nœud mutuel Q; & d'un autre côté les couches d'éther qui entraînent Saturne, & dont la direction coupe l'Orbite de Jupiter au point M, tendent à faire prendre à cette même Orbite la situation M π . Mais quand même ces couches supérieures & inférieures qui transportent Saturne & Mars, suspendroient à peu près leurs effets par raport à l'Inclinaison de Jupiter, qu'elles tendent à altérer en sens contraire, elles ne le suspendroient pas également par raport à la situation du nœud P. Car si l'angle du changement PQp produit dans l'Orbite PQ par l'action des couches inférieures, est égal à l'angle PM π produit en sens contraire par les couches supérieures, le retardement Pp produit par les premieres couches, sera plus grand que le progrès P π causé en sens contraire dans le même nœud par les secondes; & cela dans le même raport que le sinus de la distance QP est plus grand que le sinus de la distance PM. C'est pourquoi l'Inclinaison de Jupiter par raport à l'écliptique peut fort bien ne point changer; parce que les couches supérieures & inférieures se font mutuellement obstacle à cet égard; mais cela n'empêche pas que le nœud ne doive aller de P vers p, & retarder par raport aux Etoiles fixes; ce qui s'accorde avec le sentiment de presque tous les Astronomes.

Tout ceci , continua encore Eugene , seroit susceptible de différentes recherches Géométriques ; mais ce n'est point ici le lieu de vous rendre compte de toutes les discussions dans lesquelles je suis entré ; c'est assez que je vous expose mes vûes générales. Si l'on examine de la même maniere le mouvement des autres Planetes , on verra que l'Inclinaison de Mars doit un peu diminuer , & que ces nœuds doivent nécessairement avancer par rapport aux Etoiles fixes. Que ceux de Vénus doivent au contraire retarder , mais que son Inclinaison peut demeurer dans le même état , parce que si les couches inférieures d'éther tendent par leur friction à la faire augmenter , les supérieures tendent en même-tems à la faire diminuer. Quant à Mercure son Inclinaison doit diminuer un peu , & ses nœuds doivent avancer avec moins de lenteur que ceux des autres Planetes ; ce qui se trouve confirmé par toutes les observations. Enfin , le chemin que suivent les taches du Soleil , doit aussi changer un peu de direction ; son obliquité doit diminuer , & ses nœuds doivent nécessairement retarder par rapport aux Etoiles. Voilà les effets que doit avoir la friction , supposé qu'elle soit capable d'en avoir.

Je pourrois , poursuivit-il , pour donner du poids à ce que j'avance , alléguer le sentiment des Astronomes qui m'est favorable dans presque tous les points. Mais il faut l'avouer , que le défaut des Observations anciennes fait que la Physique est beaucoup plus en état de nous instruire dans cette rencontre que ne l'est l'Astronomie. Il est vrai , dit Théodore , que nous ne pouvons guères compter sur l'exactitude des Observations faites avant Tycho. C'est de quoi se plaignoit Képler ; & comme la Physique n'alloit pas tout-à-fait si loin que vous prétendez que va la vôtre , il laissoit à la postérité à prononcer sur toutes ces choses. *Cum igitur destituamur idoneis observationibus Antiquitatis , cogit nos ipsa rei conditio , hanc disputationem , ut multa alia , relinquere posteritati.* Il faut

donc avouer , continua-t-il en souriant , que vous ne travaillez pas ici comme les autres Physiciens , à expliquer des faits connus ; mais que vous nous donnez des espèces de Prophéties , en nous annonçant comment les choses doivent arriver dans les siècles futurs les plus éloignés ; c'est-là prétendre enchaîner l'avenir. Mais malheureusement les changemens dont il s'agit , se font avec une lenteur qui est capable d'impatienter , & pour que vos prédictions soient vérifiées , il faut que le Monde ait encore une durée extrêmement considérable : *Si quidem* , pour me servir une seconde fois des termes de Képler , qui croyoit toujours bonnement que toutes ces choses ne pouvoient être sçûes que par les Observations postérieures ; *si quidem Deo placuerit justum humano generi spatium temporis in hoc mundo indulgere , ad residua ista perdiscenda*. Il est certain que vous ne pouviez pas soumettre votre Physique à une épreuve dont vous eussiez moins à craindre.

Je m'aperçois , repliqua Eugene , que les réflexions que j'ai faites ne sont pas absolument mauvaises ; puisqu'au lieu de les combattre par des raisons , vous vous contentez de vous divertir de la trop grande hardiesse avec laquelle vous feignez que je les avance. Mais raillez tant qu'il vous plaira , je crois vous avoir prouvé dans l'hypothèse des Tourbillons , que si les Orbites des Planetes changent de place , & que si elles en changent d'une façon uniforme , sans le faire par fault , ni tantôt dans un sens & tantôt dans un autre , ce qui montreroit que les conjonctions y auroient part , cela ne peut venir que de ce que les couches d'éther altèrent réciproquement leurs directions , en tendant par leur friction à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens. Il n'en est pas du changement d'Inclinaison des Planetes , ni du progrès de leurs nœuds , comme du mouvement de leur Aphélie & de leur Périhélie. Un léger défaut de commensurabilité entre la durée des révolu-

tions, & l'espece du mouvement d'oscillation par lequel chaque Planete tantôt s'approche & tantôt s'éloigne du Soleil, suffit pour faire changer de place à la ligne des Apfides. Mais aussi-tôt que l'Inclinaison augmente ou diminue, & que les nœuds se meuvent; il faut nécessairement que toute l'Orbite change de place, & que la Planete se détourne de sa direction vers la droite ou vers la gauche, pour circuler dans un autre plan; & il est certain qu'un pareil détour ne peut être causé que par un agent extérieur; qui pousse de côté avec force.

Au surplus, je ne vous affirme point encore que la friction produise actuellement des effets sensibles. Elle en a sans doute produit autrefois; autrement il y auroit beaucoup plus de diversité que nous n'en remarquons dans le cours de toute la matiere céleste dont les Tourbillons sont formés: Mais si les couches d'éther peuvent se mouvoir maintenant sans agir sensiblement l'une sur l'autre, par leur frottement mutuel, leurs directions ne seront pas sujettes à être altérées, & les Orbites des Planetes seront immobiles, à ces accidens près dont nous avons parlé, qui se doivent faire tantôt dans un sens & tantôt dans un autre, & qui sont causés par les conjonctions. Ne soyez point étonné, interrompit brusquement Ariste, si Théodore n'approuve pas la mobilité que vous attribuez aux Orbites. Vous devez vous ressouvenir qu'il ne peut pas manquer de soutenir que tout le Systême Planétaire n'est sujet qu'à très-peu de changement, puisqu'il ne juge de l'immobilité même des Etoiles fixes, que parce qu'elles conservent à peu près la même situation par raport aux principaux points de ce Systême. M. Newton n'avoit-il pas dit vers le commencement de son troisiéme Livre, * *Quiescunt etiam stellæ fixæ, propterea quod datas ad Aphelia nodosque positiones servant.* Il imite un Nautonnier qui ayant fait plusieurs fois le voyage de la Jamaïque en Angleterre,

* Corol.
I. Prop.
XIV.

au lieu de conclure qu'il a toujours fait à peu près le même chemin, puisqu'il a toujours passé proche de la Bermude, conclueroit au contraire que cette Ile n'a du tout point changé de place, parce qu'il l'a toujours trouvé vers le même endroit de sa route. Mais vous tardez trop à reprendre le fil de votre discours : Je crois qu'en nous parlant des Planetes, vous avez passé de Mars à Vénus en oubliant la Terre. Elle est cependant une des plus considérables ; & celle, je m'imagine, pour laquelle vous prenez le plus d'intérêt.

Nous y sommes trop attachés, malgré toute notre Philosophie, répondit Eugene, pour que nous puissions l'oublier si aisément. Je ne l'ai au contraire laissée là derrière que pour vous en entretenir plus au long. Il est très-singulier, que presque tous les Astronomes prétendent en même-tems, que les Orbites des Planetes changent de place, & que celle de la Terre soit toujours la même ; quoiqu'elle doive être naturellement dans le même cas que toutes les autres. D'où lui viendrait cette exception ? Il est vrai qu'elle est comme placée au milieu ; mais si elle est ainsi située, il s'en faut beaucoup, qu'en égard à l'Inclinaison, elle suive une direction moyenne : C'est elle au contraire & Mercure, qui s'écartent le plus de la route commune. Supposé donc que les Orbites de toutes les Planetes soient mobiles, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, si leurs nœuds ont quelque mouvemens, il est incontestable que l'écliptique, ou que le chemin que fait la Terre autour du Soleil, souffre aussi quelque mutation ; & qu'ainsi les latitudes des Etoiles ne sont pas absolument constantes. Il y a même lieu de croire que la route de la Terre est encore plus variable que les Orbites des autres Planetes ; & il suit de-là que si l'on observe quelque variation dans les nœuds de ces dernières, il doit y en avoir aussi nécessairement dans l'Orbite de la Terre. Au reste, comme le changement ne peut être causé que par l'action des couches d'éther qui
sont

sont au-dessus & au-dessous de celles qui nous emportent autour du Soleil , & que nous pouvons juger de la direction de ces couches par le chemin que suivent Vénus & Mars ; il suffit de jeter les yeux sur notre figure , pour voir que les deux points A & B , sur lesquels le changement se peut faire , sont situés vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*. C'est pourquoi les Etoiles qui sont vers ces deux points , doivent toujours conserver leur même latitude ; & ce sont celles qui sont situées vers le commencement des Signes de *Virgo* & de *Pisces* , qui doivent en changer le plus.

Il est vrai , poursuit Eugene , que Tycho & quelques autres Astronomes ont déjà soutenu que l'écliptique étoit sujet à changer ; mais ils s'imaginoient que c'étoit sur le point des équinoxes , ne faisant pas attention que ces points sont purement accidentels ; & que s'ils dépendent de la situation de l'écliptique , ils dépendent autant de celle de l'équateur qui n'a aucun rapport immédiat avec cet autre cercle. En effet , que la Terre tourne dans un certain sens ou dans un autre , sur son propre centre , pendant qu'elle est entraînée autour du Soleil par le grand Tourbillon ; cela peut-il causer quelque changement dans cette dernière route , surtout si le mouvement qu'elle a sur son propre centre , diffère beaucoup de celui qu'a vers ses limites le petit Tourbillon dans lequel elle est renfermée ? Mais on fera ainsi toujours sujet à se tromper dans l'Astronomie , tant qu'on n'aura point recours aux lumières de la Physique , pour distinguer les choses qui dépendent immédiatement les unes des autres , de celles qui n'ont que des rapports éloignés. Il suffit de considérer ici la détermination des différentes couches du Tourbillon Solaire , pour voir que si l'écliptique change de place , ce ne peut être que parce que les couches supérieures & inférieures à celles qui nous entraînent , conspirent également à nous faire embrasser un chemin plus approchant de celui qu'elles tiennent.

il est également clair, sur ce que nous avons prouvé ci-devant, que le changement ne se peut faire que sur les points A & B, que nous avons déjà indiqués, vers lesquels les directions de ces couches rencontrent la direction que nous suivons.

Aparemment, dit Ariste, que ce n'est que la prévention où l'on a été pour les points des équinoxes, qui a principalement empêché qu'on n'ait déjà prononcé d'une manière décisive sur la mutabilité ou l'immuabilité de l'écliptique. On s'est attendu à trouver un plus grand changement dans la latitude des Etoiles, qui sont situées vers les points des solstices, & un moindre dans celles des Etoiles qui sont vers le commencement d'*Aries* & de *Libra*; au lieu que c'est tout le contraire: & cela a fait attribuer aux Observations défectueuses des Anciens, toutes les différences qu'on a aperçûes. Maintenant que j'y pense, M. Boüilaud & le P. Riccioli sont tombés dans cette erreur. Pour nous, si nous ne voulons pas décider absolument la question, nous pouvons au moins mettre la postérité en état de le faire aisément: C'est un service que nous ne sçaurions lui refuser, puisque ce n'est que de nous qu'elle peut le recevoir. Nous n'avons qu'à observer dans la dernière précision la latitude d'un certain nombre d'Etoiles, situées dans les endroits où se doivent faire les plus grands changemens. J'approuve fort votre pensée, reprit Eugene; le cœur du Lion, *Regulus*, & *Fomaham* sont à peu près dans la situation que vous demandés. M. de la Hire donne 27'. 6" de latitude Boreale à la première de ces Etoiles, & 21°. 5'. 23" de latitude Australe à la seconde: Ainsi nos Neveux n'auront qu'à vérifier ces deux distances.*

* Voyez les Remarques, num. (1)

Ce n'est que de cette sorte, continua Eugene, qu'on pourra démêler les différentes causes qui font varier l'obliquité de l'écliptique par rapport à l'équateur. Vous voyez que le changement est compliqué: L'écliptique ne conserve pas la même situation, & l'équateur en

change aussi ; mais la variation totale doit être moins considérable , parce que les changemens particuliers se font en sens contraires. Comme dans le petit Tourbillon particulier qui environne la Terre , les couches supérieures se meuvent à peu près dans le sens de l'écliptique , elles travaillent sans cesse à diminuer l'obliquité du mouvement des couches inférieures ; ce qui ne se peut pas faire , sans que l'équateur de la Terre ne s'approche un peu de l'écliptique , ainsi que vous l'avez vous-même expliqué. Mais si vous jetez les yeux sur notre Zodiaque , vous verrez que dans le grand Tourbillon qui nous entraîne avec toutes les Planetes autour du Soleil , la friction des différentes couches tend à approcher de l'étoile R , qui est *Regulus* , l'écliptique , ou la route que trace la Terre : & il est évident que l'écliptique ne peut pas s'approcher de cette Etoile , dont la latitude & la déclinaison sont Septentrionales , sans s'éloigner en même tems de notre équateur. Ainsi , si l'obliquité n'est pas la même qu'elle a été autrefois ; & si l'on y a déjà observé une diminution de 23 ou 24 minutes , c'est une marque que le Tourbillon particulier de la Terre a plus fait avancer l'équateur vers l'écliptique , que le Tourbillon Solaire n'a fait reculer ce dernier cercle. C'est aussi ce qui s'accorde parfaitement bien avec la constitution particulière des deux Tourbillons : car comme les couches dans le petit circulent , ainsi que nous l'avons déjà remarqué , selon des directions plus différentes ; leur friction doit produire des accidens plus marqués , & l'équateur doit être maintenant beaucoup plus sujet à recevoir du changement que l'écliptique.

Fin du second Entretien.

REMARQUES SUR LE SECOND ENTRETIEN.

Du changement de situation de l'Ecliptique.

(1) **I**L ne fera pas vraisemblablement nécessaire d'attendre long-tems, pour que les Observations nous apprenent ce que nous devons penser du mouvement de l'Ecliptique & de la cause de ce mouvement. Nous nous bornerons à discuter ici si les circonstances du changement sont conformes au système de la Gravitation universelle ou à celui d'un Tourbillon formé d'un fluide qui transporte les corps célestes. Supposé que la Terre tende à conformer sa direction sur celle des autres Planetes & que cette conformité soit procurée par l'action continuelle des couches de la matiere éthérée les unes sur les autres, l'Ecliptique doit changer de place sur les deux points A & B. Cette action des couches, comme nous l'avons démontré, ne tend qu'à diminuer leur inclinaison réciproque, sans faire avancer ni reculer leurs nœuds. Ainsi, selon l'hypothèse adoptée par nos deux Cartésiens, les Etoiles R & F, *Regulus* & *Fomaham* doivent perdre un peu de leur latitude par le changement de situation de l'Ecliptique qui s'approche de ces Etoiles.

Voyons maintenant si c'est la même chose lorsqu'on admet les attractions. Nous avons déjà vu combien ces deux systèmes s'écartent l'un de l'autre dans les effets qu'ils peuvent produire. La Gravitation universelle étant admise, c'est principalement Saturne & Jupiter qui doivent contribuer à troubler le mouvement de la Terre par

leur grande masse & par la combinaison de leurs efforts qui s'ajoutent ou se réunissent ; parce que leurs deux orbites sont presque situées de la même manière par rapport à l'Ecliptique. Mais au lieu que cette dernière ligne tournoit sur les points A & B, elle doit en vertu de la pesanteur de la Terre vers Jupiter & vers Saturne, tourner sur les points C & D qui sont éloignés des nœuds de Jupiter & de Saturne d'environ 90 degrés, & l'Inclinaison doit au contraire rester sensiblement la même. La moitié DC de l'Ecliptique doit avancer un peu sur l'hémisphère austral, & l'autre moitié CD sur l'hémisphère boréal, pendant que l'arc qui mesure les Inclinaisons & qu'il faut concevoir situé perpendiculairement entre le point C de l'Ecliptique & les Orbites de Jupiter & de Saturne, aura toujours sensiblement la même grandeur. En un mot dans le système de la Gravitation universelle, l'Ecliptique doit prendre la situation que nous avons représentée dans la figure 6 par une ligne ponctuée qui ne diffère guères de la ligne droite & qui passe par les points D & C. Ainsi, les latitudes de Regulus & de Fomaham, au lieu de diminuer doivent recevoir quelque augmentation ; ce qui nous fournit effectivement le moyen de soumettre les deux systèmes au Tribunal de l'expérience, en observant dans quel sens les latitudes des Etoiles, dont il s'agit, sont sujettes à changer.

Il n'est pas difficile de s'assurer que l'Ecliptique dans le second système doit prendre la place que nous lui assignons. Nous l'avons déjà comme prouvé d'avance dans le premier Entretien à la page 41, & néanmoins nous l'expliquerons encore ici pour un plus grand éclaircissement. Nous supposerons que PSQ (fig. 3 *) représente la moitié de l'Orbite de Saturne ou de Jupiter qui sont héliocentriquement en conjonction en S. Nous représenterons en même-tems par PCQ une moitié de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre que nous transf-

portons par la pensée à la hauteur de Jupiter ou de Saturne, afin de rendre plus simple l'examen que nous entreprenons.

Pendant que la Terre parcourra le quart PC de l'écliptique en avançant de P vers C, sa tendance vers Jupiter & vers Saturne que nous supposerons toujours en S, fera diminuer l'angle d'Inclinaison CPS & reculer en même-tems le nœud mutuel P en le faisant passer en *p*. Nous négligeons le changement beaucoup plus petit que recevront les orbites de Saturne & de Jupiter, mais tout ne contribueroit encore qu'à faire retrograder le nœud. Quant à la diminution de l'Inclinaison, nous ne devons pas en tenir compte; car elle sera réparée sous peu de tems, elle le fera lorsque la Terre parcourra l'autre quart CQ de l'écliptique. Les augmentations & les diminutions qui sont très-petites par elles-mêmes se suivent toujours dans un ordre réglé, & les unes rétablissent ce que les autres avoient détruit: c'est pourquoi on peut les négliger. Mais pendant que la Terre parcourt l'arc CQ & qu'elle sera obligée par l'action de Jupiter & de Saturne, de détourner un peu son mouvement, le nœud Q rétrogradera en *q*, de même que le nœud P avoit reculé en *p*. Cela est conforme à ce que nous avons établi ci-devant, que les Attractiones font toujours aller en sens contraire les nœuds des Planètes qui sont à portées d'agir les unes sur les autres.

Il résulte de tout cela que l'écliptique sera comme transportée en *pCq*; & ce sera à peu près la même chose que si ce cercle changeoit de situation sur le point C & sur un autre point D qui n'a pas pû trouver place dans notre figure, mais qui seroit éloignée de C de 180 degrés. Or ce changement se réduit à celui que nous avons marqué dans la figure 6 par la ligne ponctuée DCD. Ainsi, on voit d'une manière évidente que les deux systèmes sont bien formellement en contradiction: Ils conduisent à des variations toutes contraires

sur les latitudes des Etoiles fixes. Mais quoiqu'il ne s'agisse encore que de différences extrêmement légères qu'on a de la peine à saisir, on peut néanmoins en ajoutant foi aux Observations les plus exactes, dire qu'elles déposent déjà en faveur de la Gravitation universelle qui se décèle ici comme par tout ailleurs. M. le Monnier en comparant ses déterminations avec d'autres plus anciennes, trouve que la latitude de Fomaham a augmenté d'environ une minute depuis cinquante ans.

Quant aux changemens d'Inclinaisons que souffrent les orbites des autres Planetes les unes par raport aux autres, nous n'avons pas un assez grand nombre d'Observations & d'Observations exactes pour entreprendre de les expliquer. On ne doit travailler à rendre raison que des seuls faits qui sont parfaitement constatés; & c'est aux Observations Astronomiques à nous en administrer les preuves; à moins qu'on ne voulut en adoptant le principe de la Gravitation universelle prévoir les variations de situations des orbites; & aller, pour ainsi dire, au-devant des Observations, qui ne nous ont pas encore suffisamment instruits de toutes les circonstances particulières des Phénomènes. Il est certain qu'un pareil usage du système de la pesanteur générale doit être désormais regardé comme légitime: Ce système a réussi dans tant de différens cas, qu'on peut supposer qu'il réussiroit également dans tous les autres. Il suivroit de-là que tout ce qu'Ariste & Eugene ont dit sur le frottement des surfaces sphériques qui se renferment les unes les autres, & qui travaillent à diminuer l'angle de leur obliquité réciproque, sans altérer la situation de leurs nœuds mutuels, n'auroit aucune application dans la Physique Astronomique; mais cela n'empêcheroit pas que cette ébauche de Théorie ne pût servir dans la Mécanique & même dans d'autres parties de la Physique.



TROISIE' ME ENTRETIEN.

On se sert dans cet Entretien des principes établis cy-devant , pour expliquer différentes particularités du mouvement des Planetes ; la précession des Equinoxes ; la stabilité des nœuds des Satellites de Jupiter ; les différentes inclinaisons de l'Orbite de la Lune , &c.

Nous interrompîmes la conversation pour donner à Eugene le tems de se reposer : Nous jouâmes quelques parties d'Echets. Le jeu étant fini , nous recommençâmes notre Entretien ; & Eugene nous dit , que nous pouvions toujours douter de l'efficacité de la friction des parties d'éther les unes contre les autres , parce que nous n'en avions encore vûs aucun indice absolument certain : Mais , ajoûta-t-il , puisque nous en sommes au mouvement de la Terre , je vais vous parler d'une des affections de ce mouvement , qu'on ne peut , ce me semble , expliquer que par cette cause. C'est la précession des équinoxes , & je suis persuadé que sur la seule exposition du fait , que vous connoissez aussi-bien que moi ; mais dont il faut cependant que je vous renouvelle l'idée , vous tomberez d'accord de ce que j'avance. S , (dit-il , en nous montrant la figure que vous voyez ici) fig. 7. représente le Soleil ; IMNK est la Terre , qui tournant continuellement autour de son propre centre T , est emportée avec son Tourbillon particulier ABCD , sur la circonférence de l'écliptique CEF G. La Terre en

en faisant ses révolutions journalières sur son propre centre, ne tourne pas selon le cercle IMNK, mais selon KLM; de sorte que c'est KLM qui est l'équateur, ou plutôt la moitié de ce cercle qui est exposée à notre vûe. Dans l'état où sont ici toutes les choses, le Soleil est dans le plan de l'équateur, parce qu'il répond exactement à la section de ce cercle & de l'écliptique. C'est la ligne MK qui représente cette section, laquelle étant prolongée, passe par le Soleil, & va se rendre à quelque Étoile P, que je suppose se trouver exactement au commencement d'*Aries*. Il faut 365 jours 6 heures 9 ou 10 minutes à la Terre pour achever sa révolution entière autour du Soleil, & pour que son centre revienne exactement en T: c'est ce qu'on appelle l'année Sydérale; parce que le Soleil paroît se retrouver vis-à-vis de la même Étoile P. Mais comme l'équateur change un peu de situation pendant ce tems-là, qu'il se trouve en mLk, & que sa commune section avec l'écliptique n'est plus la ligne MK, mais mk, qui en diffère de l'angle KTk, qui est d'environ 51 secondes, il suffit que la Terre soit revenuë en t; qui est éloigné de T de 51 secondes mesurées sur l'orbe annuel, pour que notre année (l'année tropique de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes) soit révoluë, & pour que le Soleil paroisse dans l'équateur. Nous en convenons, interrompit Ariste, & il n'est pas nécessaire de pousser le détail plus loin. La Terre étant d'abord en T, le Soleil s'est trouvé sur l'équateur, & a paru vis-à-vis de l'Étoile P, qui a été prise pour le commencement d'*Aries*. Mais un an après, la Terre n'est encore arrivée qu'en t, lorsque le Soleil paroît également sur l'équateur, à cause du changement de situation de ce cercle; & c'est le point p, vis-à-vis duquel cet Astre se trouve, qui est pris cette seconde fois pour point de l'équinoxe. De sorte que le commencement d'*Aries* considéré comme Dodecatémorie, précédée ou va contre l'ordre des signes de la quanti-

é Pp de 51"; & comme on ne s'avisait pas d'abord d'attribuer ce changement à la Terre, on a cru pendant long-tems que les Étoiles fixes changeoient de place, & qu'elles avançoient selon l'ordre des Signes de la même quantité.

Mais, dites-moi maintenant, reprit Eugene, s'il vous paroît qu'on puisse expliquer cette variation de l'équateur en employant quelque autre principe que l'action des couches de notre Tourbillon particulier, les unes sur les autres? La Terre est entraînée autour du Soleil; mais sa révolution achevée, il se trouve que notre équateur a changé de place, ou que nous ne tournons plus précisément dans le même sens sur le centre de notre globe. Quelle peut être encore une fois la cause de ce Phénomène singulier? Il ne faut pas la chercher dans notre globe même: Car comme il tend à tourner toujours dans le même sens, il faut absolument une cause étrangère pour lui faire changer de direction. Il faut donc que la précession des équinoxes vienne de notre Tourbillon particulier. Comme toutes ses couches ne suivent pas le même mouvement, elles agissent les unes sur les autres & il n'est pas surprenant que leur action fasse retarder les nœuds K & M de la Terre, de la même manière que la friction dans le Tourbillon Solaire doit faire retarder les nœuds propres du Soleil, quoiqu'on n'ait point encore observé ce retardement. Remarquez qu'il seroit fort inutile de chercher une cause plus éloignée; de la faire dépendre, par exemple, de quelques pressions ou de quelque chocs du Tourbillon Solaire. Car que peuvent produire tous ces chocs? Faire accélérer ou retarder le mouvement des couches qui sont les plus éloignées de nous, & faire changer leur direction. Mais comment voulez-vous après cela que ces changemens se transfèrent aux couches inférieures & à notre globe, si ce n'est par la friction? Ainsi se seroit retomber dans mon sentiment. Tout cela considéré, je ne feindrai point de

TROISIEME ENTRETEN. 127

vous dire, que comme il me paroît impossible de rendre raison autrement de la variation de notre équateur, j'en regarde ce Phénomène comme un indice assuré, que les couches d'éther agissent les unes sur les autres. Je doutois que leur friction mutuelle fût capable de produire des altérations considérables, tant que je n'examinois que l'obliquité de l'écliptique, ou le seul mouvement des nœuds des Planetes principales; j'en doutois, parce que ces faits sont contestés. Mais l'action de la friction se trouve décelée ici; & on est forcé de reconnoître qu'elle est encore maintenant capable de se faire appercevoir par ses effets. *

Pour moi, interrompit Théodore, quoique je n'entreprene pas, & que je fusse même fâché de troubler votre confiance, je vous avoierai que je ne suis point tant étonné de voir * que le diametre MK, dans lequel l'équateur coupe l'écliptique, change de situation de 51" pendant le cours de l'année, que de voir qu'il n'en change pas davantage, & qu'il ne se trouve point absolument dérangé par la révolution de la Terre autour du Soleil. Il me semble que c'est-là vous proposer une grande difficulté: Car ne vous paroît-il pas comme à moi, que la même cause qui transporte un corps, je ne dis pas le long d'une ligne droite, mais le long d'une ligne courbe, doit altérer continuellement sa situation? Descartes & ses Sectateurs zélés, sont obligés d'avoir recours à la matiere canelée, qu'ils font descendre selon l'axe de chaque Tourbillon; mais leur explication n'atteint pas même à la moindre vraisemblance. La difficulté que vous proposez, reprit Eugene, n'est pas grande; d'ailleurs on peut la faire avec autant de droit à un Newtonien qu'à un Cartésien. Je l'ai sentie, & j'ai cherché à la résoudre; parce qu'il m'a paru effectivement qu'on ne pouvoit pas sans l'éclaircir, concevoir le parallelisme de l'axe des Planetes tant principales que secondaires, ni différentes autres particularités de leur mouvement.

* Voyez la Fig. précéd. fig. 7.

2 Considérez cette figure, *fig. 8.* dans laquelle ABDE est une Sphère qui est transportée de C en N par une puissance appliquée à son centre : il est évident que le diamètre BE se trouvera situé en MP parallèlement à sa première situation. Car le mouvement doit se distribuer également dans la Sphère vers B & vers E de part & d'autre du centre ; & il n'y a aucune cause qui doive faire avancer une des extrémités du diamètre BE plus promptement que l'autre. Mais supposons maintenant que le Globe étant parvenu en N, une nouvelle puissance appliquée encore au même point, détourne selon la ligne NT, le mouvement ; toutes les parties de la Sphère étant situées également de part & d'autre du centre, auront une égale part au détour ; & ainsi elles parcourront toutes les lignes parallèles & également longues : D'où il suit que le diamètre BE se trouvera situé en RS, en conservant toujours un exact parallélisme. Or, ce sera la même chose, quelque nombre de détours qu'on imagine ; & ce sera donc aussi le même cas, si le globe est transporté le long d'une ligne courbe, puisque cette courbe ne sera toujours que l'assemblage d'une infinité de petites lignes droites.

Il n'y aura non plus aucune différence, lorsque la puissance qui transporte le globe, au lieu d'être appliquée au centre, sera appliquée sur sa surface. Que PQRS *fig. 9.* soit un Globe qui tourne sur son centre C, & que ABOE soit un autre Globe beaucoup plus petit, renfermé dans le grand, en un espace creux ABOE, qui ne soit précisément capable que de le recevoir ; & supposons de plus, que la surface convexe du petit Globe & la concave qui la touche, soient parfaitement polies, de manière qu'il n'y ait aucun frottement. Je dis que le petit Globe pendant qu'il sera transporté par le grand autour de son centre C, conservera toujours exactement sa même situation. Aussi-tôt que le frottement est absolument nul, le grand Globe ne peut agir en aucune manière sur

le petit, pour altérer le parallelisme de ses axes comme BE. Car si la force qui transporte le petit Globe, est appliquée à sa surface, elle est toute employée à le faire circuler autour de C; sans qu'il s'en fasse aucune décomposition, qui puisse occasionner le moindre piroüetement. En un mot, la direction de cette force, passe exactement par le centre K, c'est la même chose que si elle ne s'exerçoit que sur ce point; & c'est donc le même cas qu'auparavant. Il résulte de tout cela que l'axe de la Terre doit conserver son parallelisme, & l'équateur sa même situation, malgré notre transport continuel autour du Soleil: C'est ce que demande la premiere institution de la chose. De sorte que s'il y arrive quelque altération, s'il y arrive le plus petit changement possible, c'est une nécessité qu'il soit produit par une cause extérieure, par l'action des différentes couches du Tourbillon les unes sur les autres, & enfin par l'action des dernières couches sur notre Globe. Mais comme l'éther est extrêmement fluide, & que toutes les couches glissent les unes sur les autres avec une si grande facilité, qu'elles n'altèrent presque point leurs directions, la Terre se trouve toujours comme laissée à elle-même: & c'est pourquoi la situation de son axe & de son équateur ne reçoit presque point d'altération, & qu'elle ne change pendant toute une année que d'environ 51 secondes.

Je vois bien, interrompit Ariste, qu'il faut assurer la même chose, non-seulement de toutes les autres Planètes, mais aussi de leurs Tourbillons particuliers, & de toutes les couches qui les forment. C'est-à-dire, que les axes & les équateurs doivent affecter par tout un exact parallelisme, & qu'il est toujours nécessaire d'une autre cause que du transport général autour du Soleil, pour que les axes & les équateurs changent de situation.

On agite quelquefois une question qui paroît n'être que de mots, au sujet des Satellites qui présentent tou-

jours la même face à la Planète principale qui sert de centre à leur révolution : On demande si ces Satellites tournent sur leur propre centre. Je crois que vous & moi nous ne nous proposons pas d'examiner actuellement s'il y a toujours une parfaite analogie entre les manieres Philosophiques de s'énoncer , & les manieres les plus ordinaires de se faire entendre. Mais si une Lune en tournant autour d'une Planete principale lui offre toujours la même face , comme notre Lune le fait à peu près à l'égard de la Terre , elle tourne nécessairement sur son propre centre ; puisqu'elle présente successivement la même face vers tous les endroits de l'espace absolu. On ne peut pas assurément recuser le témoignage d'un Spectateur tranquille & nullement intéressé , qui seroit immobile & placé à une distance infinie. En même tems qu'il verroit le Satellite circuler autour de la Planete principale , il verroit successivement toutes les différentes faces du Satellite. Ce sont là deux choses distinctes , puisque l'une pourroit subsister sans l'autre. Pour passer après cela à la question de Physique, il est évident qu'il faut deux causes différentes pour produire ces deux effets. Il n'en faudroit qu'une, il ne faudroit qu'une force translatrice , si tous les axes ou diamètres du Satellite conservoient un parfait parallelisme. Dans plusieurs de nos machines dont toutes les parties sont liées ensemble , un mouvement produit l'autre nécessairement , comme dans une rouë dont tous les rayons vont se terminer aux jantes. Mais lorsqu'un Globe flotte dans un fluide , il n'y a que quelque sorte de frottement qui puisse le faire tourner , à moins qu'il n'ait reçu à part un mouvement de rotation.

C'est ce qui est certain , reprit Eugene , & c'est ce qui se trouve confirmé d'une maniere particuliere par les circonstances que nous sçavons du Tourbillon de Jupiter. La friction ne peut pas agir sur les nœuds des Satellites de cette Planete ; parce que tous ces nœuds se répendent

exactement , & que comme nous l'avons vû ci-devant , deux couches qui se touchent immédiatement , ne peuvent par leur action l'une sur l'autre , que faire changer leur Inclinaison mutuelle. C'est la même chose d'une troisième & d'une quatrième couche , aussi-tôt qu'elles ont toutes les mêmes nœuds ; & aussi voyons-nous que les Orbites des quatre petites Lunes , coupent encore l'Orbite de la Planete principale au milieu du quinziesme degré du Lion & du Verseau , comme elles le faisoient en 1650 du tems du célèbre feu M. Cassini ; quoique Jupiter ait fait depuis six à sept révolutions autour du Soleil.

Je suis fâché , dit Théodore , de trouver si peu de conformité entre le Monde de Jupiter & le petit Tourbillon qui environne la Terre : car les nœuds de la Lune , ou les interfections de son Orbite & de l'écliptique , retardent par an de plus de 19 degrés ; rétrogradation qui est extrêmement considérable par raport à celle des nœuds propres de la Terre. Ce qui m'étonne encore plus , c'est que pendant que les nœuds de la Lune ont un si grand mouvement , l'Inclinaison de son Orbite , par raport à l'écliptique , ne change que très-peu. Mais nous ne sçavons pas , répondit Ariste , combien notre Tourbillon particulier s'étend au-delà de la Lune : Peut-être qu'il ne s'y étend que bien peu , & que l'obliquité des couches qui sont dans cet espace , change par fault & d'une maniere subite ; ce qui fait augmenter considérablement les effets de la friction , quant au mouvement des nœuds. Dans le grand espace qui est entre la Lune & nous , la différence de l'obliquité des couches peut être mieux distribuée ; elle peut se faire par des degrés si insensibles , que la friction se trouve comme nulle , & que la Terre n'en ressent presque point l'effet.

Il n'en faut pas douter , reprit Eugene , qu'on ne puisse imaginer une infinité de diverses dispositions dans les di-

rections des couches de notre Tourbillon particulier, qui soient également propres à expliquer pourquoi les nœuds de la Lune rétrogradent si considérablement, pendant que l'Inclinaison de cette petite Planete est à peu près constante par rapport à l'écliptique. Nous avons vû ci-devant en examinant le Tourbillon Solaire, comment il se peut faire qu'une couche soit entre deux autres, qui suspendent mutuellement leur effet, eu égard à l'Inclinaison, & qui ne le suspendent pas également, eu égard au mouvement du nœud. Au reste, vous n'ignorez pas que l'obliquité de l'Orbite de la Lune, n'est pas absolument constante, & qu'elle varie d'environ une vingtaine de minutes, depuis 5 degrés 1 minute, jusqu'à 5 degrés 20 min. Cette variation, puisqu'elle est sujette à une alternative continuelle, ne peut être causée que par les Syzygies qui se font proche des nœuds, conformément à ce que nous avons dit ce matin. Notre Tourbillon particulier étant fortement comprimé du côté du Soleil & à l'opposite, prend une figure ovale, dont le petit axe est dirigé vers cet Astre. La Lune qui n'est pas tout-à-fait située à l'extrémité de ce Tourbillon, ne s'assujettit pas absolument, comme le pensoit M. Descartes, à tracer une ovale parallele à celle-là; mais toutes les fois qu'elle s'approche des Syzygies, elle se ressent de la plus grande vitesse qu'a la matiere éthérée dans ces endroits retrécis, & il est évident par les raisons que nous avons alléguées, que l'éther qui se trouve comprimé, & dont la vitesse est principalement accélérée dans le sens de l'écliptique, doit altérer l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune en divers sens, selon que cette Orbite se trouve convergente ou divergente avec l'écliptique, ou pour m'expliquer en d'autres termes, selon que la Lune avance vers son nœud, ou selon qu'elle l'a déjà passé. Nous apprenons aussi par les Observations de tous les Astronomes, que l'obliquité dont il s'agit, augmente, lorsque les nœuds approchent de la ligne des Syzygies; & qu'au contraire elle

elle diminuë, lorsque les nœuds s'éloignent de cette ligne. Desorte que le terme qui fait la séparation de l'augmentation & de la diminution, se trouve toujours placé dans le passage des nœuds par l'endroit le plus resserré de notre petit Tourbillon. *

* Voyez
les Rem.
num. (2)

Je ne souhaiterois plus, continua-t-il, qu'une chose qui n'a pas un raport immédiat à ce que nous disons ici; mais qui y a cependant raport, & qui peut contribuer à perfectionner la Théorie de la Lune. Je souhaiterois que les Astronomes observassent si cette Planete ne prend pas une plus grande vitesse dans ses Syzygies, lorsqu'elle a peu de latitude, que lorsqu'elle en a beaucoup. Il y a déjà long-tems qu'on a reconnu que tout le reste étant égal, elle se meut plus vite dans les conjonctions & oppositions, que dans tout autre tems. C'est qu'elle reçoit un nouveau mouvement en passant dans des endroits de notre Tourbillon où l'éther se meut avec plus de rapidité. Mais qu'on l'examine avec soin; je suis persuadé qu'elle en reçoit encore plus, lorsqu'elle a moins de latitude, ou lorsqu'elle passe plus précisément dans l'endroit le plus resserré, dans l'endroit où le cours de l'éther est le plus rapide. Or lorsque cette Planete a une fois reçu un plus grand mouvement, elle doit aller un peu plus vite pendant toute sa révolution; & ainsi toutes les circonstances étant d'ailleurs les mêmes, les mois sinodiques & périodiques doivent être un peu plus courts, lorsque les nœuds sont dans la ligne des Syzygies. Vous voyez donc qu'à toutes les choses avec lesquelles on sçait que la vitesse de la Lune a raport, il faut joindre encore la situation des nœuds dont cette vitesse dépend. Il suit de-là que l'argument de la latitude est un des élémens dont on ne doit pas simplement se servir, comme on l'a fait jusques ici, lorsqu'on veut réduire à l'écliptique le lieu de la Lune; mais qu'on doit l'employer aussi dès la premiere institution du calcul, pour

déterminer le lieu même de cette Planete dans son Orbite.

Ici mes trois amis remarquerent que le Soleil étoit sur le point d'achever sa course , & que l'Occident déjà tout en feu , s'étoit , pour ainsi dire , paré de toutes ses couleurs , afin de mieux recevoir cet Astre. Ils changerent d'entretien , & la conversation en très-peu de tems , roula sur différens sujets. Les réflexions presque toujours sérieuses de Théodore , firent tomber insensiblement le discours sur la Sagesse qui se manifeste si clairement dans la disposition de toutes les parties de l'Univers : Ils dirent qu'il étoit bien facile de reconnoître que ce magnifique Chef-d'œuvre n'étoit pas l'ouvrage du hazard , comme le pensoient Epicure & Lucrece. Ce n'est au contraire , s'écrierent-ils , qu'une Intelligence infinie qui pût discuter tous les moyens , & discerner entre une infinité de loix possibles , celles qui étoient les plus propres par leur établissement , à répandre de la variété & de la symmétrie , & à lier entre elles toutes ces parties innombrables , qui ont des rapports trop marqués , pour qu'on puisse douter qu'elles n'aient été faites les unes pour les autres. Enfin avant que de partir , Eugene demanda à Théodore ce qu'il pensoit des différentes explications qu'Ariste & lui venoient de donner. Théodore répondit qu'il lui paroissoit effectivement qu'il étoit difficile de dire d'autres choses dans l'hypothèse des Tourbillons qu'il ne pouvoit admettre , à cause des difficultés qui en étoient inséparables : Mais qu'il valoit beaucoup mieux s'en rapporter au jugement d'une COMPAGNIE SCAVANTE , aux lumieres de laquelle les Philosophes de toutes les Sectes , se faisoient gloire de déférer. Il n'y a , ajouta-t-il , qu'à prier notre cher Hôte , qui n'est suspect à aucun de nous , & qui nous a écouté avec toute l'attention d'un Disciple de Pythagore , de faire un précis de notre Entretien. Mais j'exige une condition : Je veux , dit-il , qu'il n'oublie absolument

TROISIÈME ENTRETEN. 131

rien de ce que j'ai avancé en faveur des Attraction; je
veux de plus, qu'il avertisse que vous m'avez non-seule-
ment empêché de faire usage de ce principe, mais mê-
me de démontrer qu'il fait partie du Mécanisme.

Fin du Troisième & dernier Entretien.

*Deus autem noster in Cælo, omnia quæcumque voluit,
fecit.*



REMARQUES SUR LE TROISIE'ME ENTRETEN.

*Sur les explications Cartésiennes de la précession
des Equinoxes.*

(1) **I**L n'est pas étonnant qu'une hypothèse imaginée pour satisfaire à un grand nombre de Phénomènes, soit propre à en représenter quelques legeres circonstances. Presque toutes sont également bonnes lorsqu'on ne considère les faits que d'une maniere générale & grossière; de même qu'une infinité d'objets se ressemblent, lorsqu'étant vûs de trop loin, on ne les apperçoit qu'imparfaitement. C'est donc la discussion scrupuleuse, ou l'application particuliere d'une hypothèse à tous les points de détail, qui peut justifier seule qu'on a trouvé une vraie solution, en fait d'explication physique. Tant que l'hypothèse n'a point encore été mise à cette épreuve, elle ne doit être regardée que comme douteuse; de même qu'elle doit être rejetée comme fausse, aussi-tôt que soumise à l'examen rigoureux dont nous parlons, elle n'a pû le soutenir.

L'explication qu'on a donnée de la cause de la précession des Equinoxes, est si vague, qu'elle ne prouve rien en faveur de l'action des couches de la matiere éthérée les unes sur les autres. On pourroit recourir avec tout autant de droit à toute autre cause; & on s'en retireroit aussi bien, en évitant soigneusement d'entrer dans le détail. Il y a même une remarque générale à faire sur l'action des couches du Tourbillon terrestre; remarque embarrassante qui n'a pas moins de raport à

la fin du second Entretien qu'à la plupart des choses qui sont expliquées dans celui-ci. Le cours de la matière éthérée à une grande distance de la Terre, est indiquée par le mouvement de la Lune. Mais lorsque les couches ont travaillé avec succès à se conformer un peu d'avantage dans leurs directions, lorsque l'orbite de la Lune ne fait plus qu'un angle d'environ $18\frac{1}{3}$ degrés avec l'équateur de la Terre, comment se peut-il faire ensuite que cet angle devienne plus grand, & qu'au bout de 9 ans il se trouve d'environ $28\frac{2}{3}$ degrés ?

*Sur la maniere dont les corps qui sont transportés
par leur centre de gravité conserve leur
même situation.*

(2) **I**L vient naturellement en pensée lorsqu'on fait attention à cette propriété qu'ont les Corps de conserver leur même situation malgré leur transport, qu'on pourroit en tirer quelque utilité pour construire un instrument propre à indiquer les différentes directions qu'on suit en marchant. L'expérience dont on a parlé, dans la Préface, (page 19) touchant une assiète, soutenue sur la pointe d'une aiguille, ne peut que confirmer dans cette idée. Car lorsque l'assiète étoit suspendue avec soin, elle conservoit exactement la même situation à l'égard des Régions du Monde, quoiqu'on se donnât assez de mouvemens, qu'on allât & qu'on revînt plusieurs fois sur ses pas. Il ne faut pas croire qu'un instrument construit sur ce principe, pût avoir jamais des usages qui approchassent beaucoup de ceux de la Boussole. Il seroit sujet au même inconvenient que la plupart des autres Machines que nous imaginons, qui sont, pour ainsi dire, trop artificielles, ou qui dépendent trop

de l'art que nous y mettons. La situation actuelle de cet instrument, dépendroit de celle qu'il auroit antécédamment, ce qui feroit cause qu'une irrégularité seroit presque toujours suivie d'une autre plus grande, & qu'elle ne seroit jamais réparée : au lieu que l'aiguille aimantée revient d'elle-même reprendre sa première situation. Mais l'épreuve de l'assiette montre que dans certains cas extraordinaires on pourroit se servir de cet expédient, sur tout si l'on construisoit plusieurs de ces machines & qu'on prit soin de varier un peu la manière de les suspendre, afin que leur dérangement ne se fit pas à toutes dans le même sens. Elles n'indiqueroient pas sur le Globe terrestre, supposé exactement sphérique, des lignes spirales comme la Bouffole, elle marqueroit la seule direction des grands cercles.

Sur le Mouvement des nœuds de la Lune, &c.

(3) **U**N article sur lequel l'explication Cartésienne satisfait assez, c'est la variation de la Lune, ou cette accélération de vitesse dans les Syzygies, dont nous devons la première observation au fameux Tycho. Il paroît encore très-naturel que l'ellipse ou l'ovale décrite par la Planète, s'allonge un peu dans le sens perpendiculaire ou selon la ligne des quadratures. Tout le Monde convient maintenant que M. Descartes n'a pas tout-à-fait mal rencontré sur cette seconde particularité. Mais c'est à quoi se réduisent tous les bons succès de son explication, qu'il ne faut pas d'ailleurs trop presser; puisqu'elle n'est pas susceptible d'assez de précision pour servir de fondement à des Tables Astronomiques ou à un calcul rigoureux. A l'égard des autres parties de l'explication, elles sont presque toujours en contradiction avec les Observations. Eugene vient de dire que le

passage des nœuds de la Lune par la ligne des Syzygies sert de terme entre l'augmentation & la diminution que reçoit l'Inclinaison ou l'obliquité des deux Orbites. Cela est extrêmement vrai ; mais par malheur c'est dans un sens tout contraire à celui que notre Cartésien peut avoir dans l'esprit ; & si l'on examine le mouvement des nœuds, on verra que le mécompte est tout aussi grand. Selon l'explication ces points devroient avancer sans cesse ; au lieu qu'ils retardent toujours effectivement, ou tout au plus ils deviennent stationnaires ; précisément comme le demande le système de l'Attraction

Il n'est question ici que de se rapeller ce qu'on a dit dans le premier Entretien à la page 41, & d'en faire l'application. Les deux lignes droites BA & CA (fig. 3.) représentent la route de la Lune & de l'Ecliptique : Les deux Planetes sont aux environs de leur conjonction & la Lune avance vers son nœud A dont elle est encore un peu éloignée ; les deux directions son convergentes. Je n'examine point si la Lune fuit exactement le courant de la matiere éthérée, ou si elle tient quelque autre route ; mais il est certain que si elle est entraînée par un Tourbillon, le fluide plus comprimé sous le Soleil produira nécessairement deux effets directement contraires aux Observations : Il fera avancer le nœud en poussant la Lune en dehors, & il fera diminuer l'angle d'Inclinaison ou l'angle de convergence FAE. L'hypothèse du fluide ne va pas mieux lorsque la Lune toujours aux environs des Syzygies, s'écarte de son nœud, comme dans la figure 2, ou que les directions sont divergentes. Le fluide plus comprimé par la présence des deux Astres, fera augmenter l'angle d'Inclinaison & avancer encore les nœuds : Deux effets qui sont également contraires aux Observations. Ainsi, on voit que la discussion des faits particuliers, tourne presque toujours en preuve contre l'existence du fluide qui transporte les Planetes. Ce n'est pas assez de dire que cette hypothèse n'explique

pas assez heureusement les Phénomènes, il faut ajouter qu'elle feroit plus propre à en expliquer de tout opposés: Elle ne réussiroit bien que dans un Monde tout autrement disposé que le nôtre. Il s'en faut bien qu'on puisse faire le même reproche au système de la pesanteur universelle. Cette hypothèse est un flambeau avec lequel on marche sûrement dans l'explication des faits; elle en éclaire jusqu'aux moindres particularités, jusqu'aux plus légères circonstances. On peut en s'y conformant réduire à un calcul exact tous les mouvemens célestes & leurs plus petites anomalies; ce qui fournit la dernière preuve à laquelle on puisse soumettre un système.

Il ne nous reste plus qu'à terminer ces Remarques par une courte réflexion qui a un égal rapport aux trois Entretiens précédens, & qui par cette raison trouve ici naturellement sa place. Nous avons dit en divers endroits qu'on a poussé trop loin dans le Cartésianisme la liberté de faire des hypothèses. Nous reconnoissons actuellement que la chose n'a pas toujours été libre, que souvent on s'est vu obligé d'adopter des suppositions toutes contraires, & que cet inconvénient doit être autant imputé à la Physique qu'on avoit embrassée, qu'à la faute particulière des Physiciens. Lorsque je considère que l'éther ne doit pas avoir moins de densité que les Planètes même, s'il est vrai que toute la matière a été également affectée & a la même inertie, je ne puis pas m'empêcher d'inférer que les Planètes suivent exactement le courant du fluide qui les entraîne. C'est le sentiment qu'ont tâché de faire valoir nos deux Cartésiens. Mais si je part d'un autre Phénomène; si faisant attention, par exemple, à la nature des fluides, je remarque que les endroits les plus rapides dans le Tourbillon Solaire, doivent nécessairement se trouver à l'opposite d'autres endroits rapides, je conclurai tout le contraire de ce que j'inferois; je me jetterai dans une autre hypothèse. Ainsi le sort de mes opinions ou de mes raisonnemens dépendra des faits

faits qui m'auront le plus frappé ou qui m'auront rendu plus attentif : Toute ma Physique prendra une autre face selon le point où je commencerai. Il faut néanmoins bien remarquer que je raisonnerai toujours en bon Cartésien ou sans m'écarter des principes de cette Secte. Le mal viendra donc de plus loin : il viendra de ce que le Méchanisme ordinaire réputé complet, mais qui est trop limité, ne suffit pas pour concilier tous les Phénomènes. Il faut avoir recours à quelque chose de plus, lorsqu'on veut montrer la connexion qu'il y a entre eux ; & tant qu'on osera prescrire à la Nature d'autres voyes que celles qu'elle suit, on fera toujours d'autant plus sujet à se tromper, qu'on tirera un plus grand nombre de conséquences. On ressemblera à un Logicien qui se feroit fait une fausse méthode d'argumenter, & qui seroit ensuite tout étonné de voir qu'en partant de principes également certains, il parviendroit à des conclusions contradictoires.

Enfin, il paroît assez par toutes les raisons qu'on a exposées, qu'il faut ajouter aux loix du mouvement quelqu'autre principe ; ne fut-ce que pour donner à certains corps de la dureté & pour produire ce Phénomène si simple & néanmoins si général, la chute des Graves vers la Terre, & le détour continuel que souffre le cours des Planetes qui sont toujours assujeties à tourner autour de quelque point. Nous sommes outre cela décidés sur un article qui nous oblige de rejeter une infinité de suppositions arbitraires. Il ne faut plus mettre de fluide dans le Ciel pour transporter les Planetes : Les espaces célestes sont vuides, ou bien ils sont occupés par une matiere qui n'a point été affectée, ou qui l'a été autrement que celle qui entre dans la composition des corps terrestres. M. Descartes ne demandoit que de l'étendue & du mouvement pour former un Monde comme le nôtre, mais il ne réussiroit seulement pas à former un grain de sable. Disons encore une

138 REMARQ. SUR TROISIE'ME ENTRETEN.
fois, en terminant ces Remarques, que pour faire de vrais progrès dans la science naturelle, il faut se renfermer dans les vérités d'induction le plus qu'on peut, ou n'admettre que les seules conséquences immédiates & nécessaires: c'est le plus sûr moyen de ne pas tomber dans le même inconvénient que le Logicien qui se seroit laissé prévenir d'une fausse Dialectique.

EXTRAIT DES REGISTRES

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Du 21 Février 1748.

Messieurs Nicole & Clairaut qui avoient été nommés pour examiner *les changemens & les Additions que M. Bouguer a faits à ses Entretiens sur la Cause de l'Inclinaison de l'Orbite des Planetes*, en ayant fait leur raport, L'ACADEMIE a jugé ces Additions dignes de l'impression. En foi dequoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 9 Mars 1748.

GRANDJEAN DE FOUCHY,
Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sciences.

E R R A T A.

Page 38, ligne 22, lisez le point a. Page 61, lig. 21, au lieu de la vérité du, lisez de l'existence du. Pag. 81, ligne 2, au lieu de *v* dans l'expression algébrique, lisez *dv*. Pag. 84, lig. 20, lisez corps solide. Page 93, lig. 9, lisez dont on a. Page 114, ligne 18, voulons, lisez pouvons. Page 121, ligne dern. lisez *précède*. Page 122, lig. 18, que le lisez que la.

A V E R T I S S E M E N T

*Au sujet des Remarques qui sont à la fin de chaque
Entretien.*

QUoique ces Remarques soient devenuës assez longues pour former comme des Dissertations séparées, elles se rapportent néanmoins, pour chaque Entretien, à certains endroits à la suite desquels on suppose qu'elles soient lûes.

Les Remarq. (1) page 45., *Sur l'Institution des loix du Mouvement*, se rapportent principalement au haut de la page 31. Les Remarques (2), page 48, *Sur l'Institution des loix de l'Attraction*, ont raport à ce qui est dit page 31, & dans les pages précédentes 27, 28, 29. Les Remarques (3), page 61, *Sur les principes de la Physique qu'on pourroit substituer aux Attractions*, appartiennent à la page 32. Les Remarques (4), page 67, *Sur l'Insuffisance du Méchanisme ordinaire pour causer la dureté des Corps*, ont raport au bas de la page 33. Les Remarques (5), page 67, *Sur la résistance que font les Milieux au mouvement*, appartiennent à ce qui est dit page 42. Et les Remarques (6) & (7) page 82 & 87, *Sur l'Insuffisance du Méchanisme ordinaire pour causer la pesanteur & dans l'Astronomie Physique*, se rapportent principalement à ce qui est dit au haut de la page 34.

Les Remarques (1) qui sont à la page 116, à la suite du second Entretien, & qui ont pour titre, *Du changement de situation de place de l'Ecliptique*, se rapportent à la page 114.

Enfin, les Remarques (1) qui sont à la page 132 à la fin du troisiéme Entretien, *Sur les explications Cartésiennes de la précession des Equinoxes*, appartiennent à la

40 A V E R T I S S E M E N T .

page 123 ; celles (2) *Sur la maniere dont les corps qui sont transportes par leur centre de gravité conservent leur même situation* , ont raport à la page 124 , & suivantes. Et les Remarqués (3) *Sur le mouvement des nœuds de la Lune* , &c. appartiennent au haut de la page 129.



De l'Imprimerie de J. CHARDON.



A 077(240)/119

UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600157724

i 24669751





776.

P R I X
D E
L A C A D E M

T O M . II

129